

文章编号: 1001-3806(2021)04-0463-07

## 半周期波形调控产生超宽谐波光谱平台区

袁泉<sup>1</sup>, 冯立强<sup>1</sup>, 刘航<sup>2</sup>

(1. 辽宁工业大学 理学院, 锦州 121001; 2. 辽宁工业大学 化学与环境工程学院, 锦州 121001)

**摘要:** 为了获得高强度超宽谐波光谱平台区, 采用数值求解含时薛定谔方程的方法, 提出利用多色组合场调控半周期波形来获得最佳半周期谐波辐射条件。结果表明, 通过调节双色场啁啾参量可以获得最佳的负向半周期波形; 通过调节啁啾延迟可以获得最佳的正向半周期波形; 在上述波形下, 谐波截止能量得到延伸; 引入紫外激光场后, 在紫外共振增强电离的影响下, 可以使谐波强度得到增强; 当紫外光能量满足单、双光子共振增强电离时, 谐波强度增强明显; 随着紫外光子能量减小, 谐波强度增强效果减弱; 通过叠加谐波平台区谐波还可获得脉宽在 50as 以下的单个脉冲。这一结果对高次谐波调控以及阿秒脉冲产生是有帮助的。

**关键词:** 激光光学; 高次谐波; 阿秒脉冲; 半周期波形调控; 多色组合场

**中图分类号:** O562.4      **文献标志码:** A      **doi:** 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2021.04.009

## Half-cycle waveform control for generating ultra-wide harmonic spectral plateau

YUAN Quan<sup>1</sup>, FENG Liqiang<sup>1</sup>, LIU Hang<sup>2</sup>

(1. College of Science, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China; 2. School of Chemical and Environmental Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China)

**Abstract:** In order to obtain intense and broad harmonic spectral plateau, by numerical solution of time-dependent Schrödinger equation, the half-cycle waveform control for producing the optimal half-cycle harmonic emission conditions was proposed by using multi-color combined field. The results show that, by controlling the chirps of two-color field, the optimal negative half-cycle waveform can be obtained; while, by controlling the chirp delay, the optimal positive half-cycle waveform can be produced. Driven by the above waveforms, the harmonic cutoffs can be extended. Further, with the introduction of ultraviolet pulse, due to the ultraviolet resonance enhanced ionization, the harmonic intensity can be enhanced. Furthermore, when the ultraviolet energy meets the single and two photon resonance enhanced ionization, the harmonic intensity is remarkably enhanced. With the decrease of ultraviolet photon energy, the enhancement of harmonic intensity decreases. Finally, the single attosecond pulses of sub-50as can be obtained by superposing harmonics on the harmonic spectral plateau. The results are helpful for the control of high-order harmonic generation and the production of attosecond pulses.

**Key words:** laser optics; high-order harmonic generation; attosecond pulse; half-cycle waveform control; multi-color combined field

### 引言

强激光场与原子相互作用可导致发射光子能量为基频场整数倍的高光子谐波, 这一过程称为高次谐波 (high-order harmonic generation, HHG)<sup>[1]</sup>。高次谐波光谱范围可以延伸到极紫外和软 X 射线范围。因此,

这种新型光源可以产生飞秒到阿秒量级的脉冲, 这对超快动力学研究非常有帮助。

经过 30 年的研究, 激光驱动原子发射高次谐波可以分为 3 个过程<sup>[2]</sup>: 第 1 个过程, 电离过程, 即处于束缚态的电子在激光作用下发生电离; 第 2 个过程, 加速过程, 即被电离电子可以在后续激光作用下运动并获得动能, 这个过程一般发生在半个光学周期; 第 3 个过程, 回碰过程, 即加速电子在激光反向驱动下与原子核再次发生碰撞并发射基频场光子能量整数倍的高能光子。最终, 谐波截止能量在  $I_p + 3.17U_p$  处附近 ( $I_p$  是原子电离能,  $U_p$  是电子的有质动力势, 其与激光强度成正比, 与激光频率的平方成反比)。从宏观角度分

基金项目: 辽宁省自然科学基金面上资助项目 (2019-MS-167); 辽宁省教育厅基础研究基金资助项目 (JJL201915405)

作者简介: 袁泉 (1973-), 女, 硕士, 副教授, 主要从事强激光与物质相互作用方面的研究。

E-mail: mod\_phys\_lnut@163.com

收稿日期: 2020-06-18; 收到修改稿日期: 2020-08-25

析,谐波截止能量与激光强度和激光频率有关。但考虑到谐波辐射每半周期就会发生一次,因此,调控半周期波形对谐波光谱结构有很大影响。鉴于此,为了能够获得超长光谱连续区,提出了许多方法来优化半周期激光波形。例如:多色组合场波形优化方案<sup>[3-5]</sup>;极化门波形优化方案<sup>[6-8]</sup>;啁啾调频波形优化方案<sup>[9-11]</sup>等等。

在上述方案中,人们都在控制电子加速过程使自由电子获得更大的动能,进而延伸谐波截止能量。但是,高次谐波产生阿秒脉冲的应用中除了谐波截止能量外,谐波强度也非常重要。根据三步模型理论可知,谐波强度与体系电离几率有关。因此,又提出多种方案来增强谐波强度。例如:原子体系中的紫外共振增强电离方案<sup>[12-13]</sup>;原子体系中的高里德堡态方案<sup>[14]</sup>和叠加初始态方案<sup>[15]</sup>以及  $H_2^+$  分子体系中的电荷共振增强电离方案<sup>[16-17]</sup>等等。

本课题组在高次谐波优化方面也做了一系列工作,例如:中红外激光场调控<sup>[4]</sup>;极化门调控<sup>[6]</sup>以及啁啾调控<sup>[9,12]</sup>。但是,上述工作中,波形调控是针对总体激光波形而言。由分析可知,想要获得高强度超长谐波光谱区,同时控制电子的电离和加速过程是非常重要的,即需要优化半周期激光波形。因此,本文中在利用双色啁啾场、半周期单极场以及紫外场的组合场下,对半周期激光波形进行了优化,并同时获得了正向和负向最佳半周期激光波形。在该波形驱动下,不仅谐波截止能量得到延伸,而且谐波强度得到增强,最后,叠加谐波可获得脉宽在 50as 之下的阿秒脉冲。

## 1 计算方法

本文中双色激光场  $E(t)$  形式为:

$$E(t) = E_1 \exp\left[-4(\ln 2)\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^2\right] \cos[\omega_1 t + c_1(t - t_{d,c_1})^2] + E_2 \exp\left[-4(\ln 2)\left(\frac{t}{\tau_2}\right)^2\right] \times \cos[2\omega_1 t + c_2(t - t_{d,c_2})^2] \quad (1)$$

式中,  $t$  表示时间,  $E_{1(2)}$  为激光振幅,  $\omega_1$  为基频场频率,  $2\omega_1$  为其倍频场频率,  $\tau_{1(2)}$  为双色场半峰全宽,  $c_1$  和  $c_2$  为啁啾参量,  $t_{d,c_1}$  和  $t_{d,c_2}$  为啁啾延迟。具体来说,本文中双色场激光场选为 20fs, 1600nm 和 10fs, 800nm, 激光强度都为  $0.5 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$ 。半周期单极场和紫外场会在后续讨论中做介绍。

原子发射高次谐波可由求解外场下含时薛定谔方程来研究,本文中选取 He 原子,在单电子近似和长度

表象下,1 维(设电子运动方向在  $x$  方向)薛定谔方程可描述为<sup>[18]</sup>:

$$i \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = \left[ -\frac{1}{2} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) + xE(t) \right] \psi(x,t) \quad (2)$$

式中,  $V(x) = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + 0.484}}$  为 He 原子库仑势能。

$\psi(x,t)$  为含时波函数。这里初始波函数可由对角化非含时薛定谔方程获得,随后通过 2 阶分裂算符方法进行传播,具体详见参考文献[18]。

通过傅里叶变化可得高次谐波谱图  $S(\omega)$  为:

$$S(\omega) = \left| \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int a(t) \exp(-i\omega t) dt \right|^2 \quad (3)$$

式中,  $a(t) = -\langle \psi(x,t) \left| \frac{\partial V(x)}{\partial x} + E(t) \right| \psi(x,t) \rangle$ 。

## 2 结果与分析

### 2.1 负向半周期波形调控产生高强度及高光子能量谐波光谱区

众所周知<sup>[9-11]</sup>,利用啁啾调频技术改变激光波形是常见的波形优化方案。因此,首先通过双色场啁啾调频方案调控半周期激光波形。本节中首先调控负向半周期激光波形。通过计算当啁啾参量为  $c_1 = -6$ ,  $c_2 = -7$ ,  $t_{d,c_1} = t_{d,c_2} = 0$  时,谐波光谱在相应负向半周期波形下会呈现截止能量延伸的效果,如图 1 所示。首先分析图 1a 激光波形可知,对于无啁啾双色组合场,其波形比较复杂,有许多个半周期波形组成。但是在激光上升和下降区域激光强度不高,因此,谐波能量不太。这里只考虑激光振幅附近谐波辐射过程,具体来说就是从  $-1T \sim +1T$  区间( $T$  是 1600nm 激光场光学周期)。由分析可知,在该时间段内大致有 4 个半周期波形,标记为  $A_1 \sim A_4$ 。其在谐波辐射过程中对应谐波能量峰的  $P_1 \sim P_4$ ,如图 1b 所示。随着啁啾参量的引入,负向半周期波形  $A_4$  被明显展宽,如图 1a 所示。因此,当自由电子在此半周期内加速会获得更多的动能,进而在其与原子核发生碰撞时可以发射更大光子能量的谐波。故导致其对应的谐波辐射能量峰  $P_4$  得到有效延伸,如图 1c 所示。并且,谐波复辐射能量峰  $P_4$  是来自于负向半周期激光波形。分析高次谐波光谱可知,在波形驱动下,谐波截止能量得到延伸,进而可以获得从 120 次 ~ 380 次的谐波光谱平台区,如图 1d 所示。这里,为了后续说明方便,定义  $c_1 = -6$ ,  $c_2 = -7$ ,  $t_{d,c_1} = t_{d,c_2} = 0$  时的激光场为本节中的基础场(fundamental pulse, FP)。图中, a. u. 表示原子单

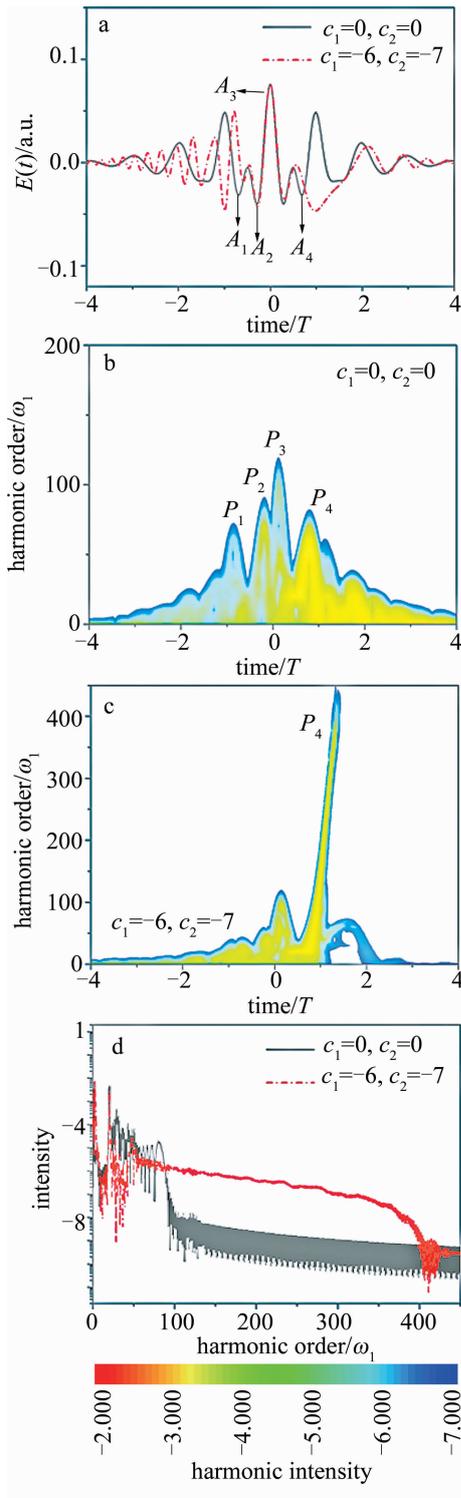


Fig. 1 a—laser profiles of chirp-free and chirped pulses b—time-frequency analyses of harmonics for the cases of  $c_1 = c_2 = 0$  c—time-frequency analyses of harmonics for the cases of  $c_1 = -6, c_2 = -7$  d—high order harmonic spectra of chirp-free and chirped pulses

位 (atom unit), 本文中未做专门说明的物理量单位为任意单位。

图 2 中的分析显示, 谐波光谱平台区全部来自

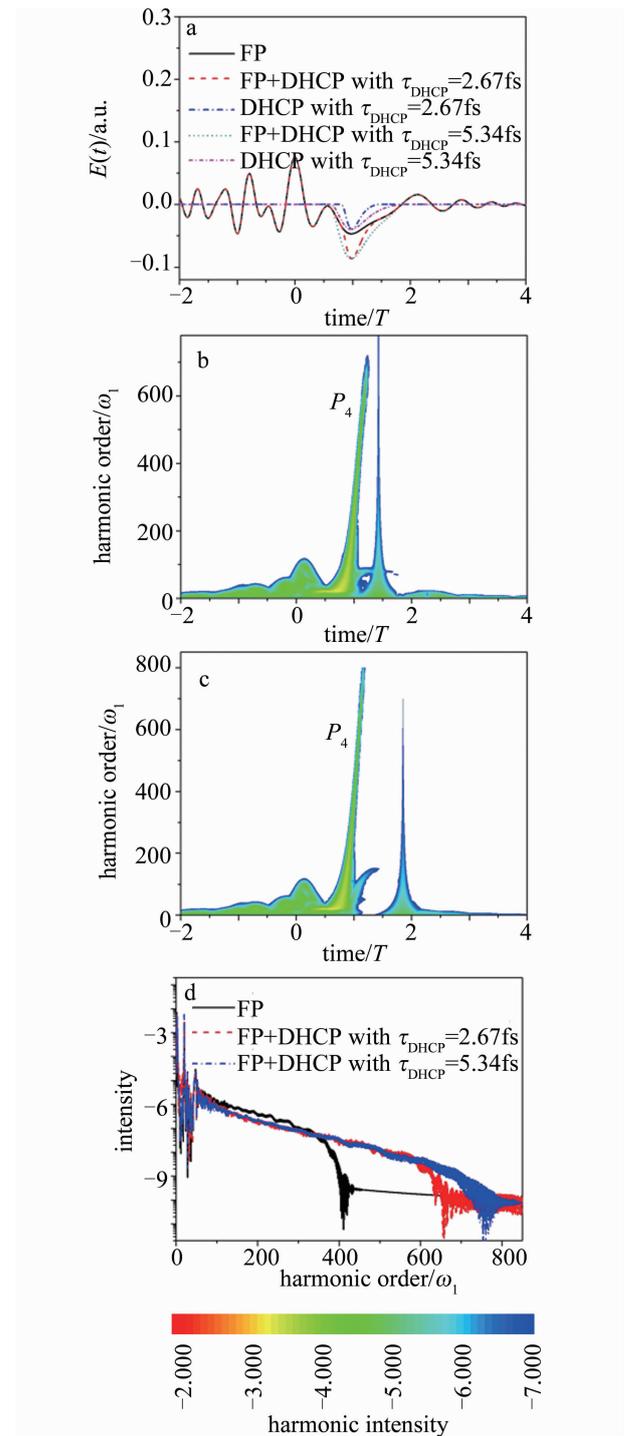


Fig. 2 a—laser profiles of combined field b—time-frequency analyses of harmonics for the cases of FP + DHCP with  $\tau_{\text{DHCP}} = 2.67\text{fs}$  c—time-frequency analyses of harmonics for the cases of FP + DHCP with  $\tau_{\text{DHCP}} = 5.34\text{fs}$  d—high order harmonic spectra of FP and combined fields

$P_4$ , 并且其来源于负向半周期波形。接下来引入半周期单极激光场 (half-cycle pulse, HCP) 对谐波截止能量进一步延伸。由于  $P_4$  来自于负向半周期波形, 因此, 引入负向半周期单极场 (down half-cycle pulse, DHCP)

更为合适。目前,随着激光技术的发展,人们已经可以利用少周期激光场在反对称结构中传播来获得半周期单极场<sup>[19]</sup>。这里半周期激光形式选为较常用的形式:

$$E_{\text{HCP}}(t) = \frac{400(t - t_{\text{d,DHCP}})^3 \exp[-8(t - t_{\text{d,DHCP}})/\tau_{\text{DHCP}}]}{\tau_{\text{DHCP}}^3} - \frac{0.004(t - t_{\text{d,DHCP}})^5 \exp[-(t - t_{\text{d,DHCP}})/\tau_{\text{DHCP}}]}{\tau_{\text{DHCP}}^5} \quad (4)$$

式中, $E_{\text{HCP}}$ 为激光振幅,其强度与双色场一致; $t_{\text{d,DHCP}}$ 为负向半周期激光场延迟时间; $\tau_{\text{DHCP}}$ 为半周期场脉宽。这里选用2种脉宽进行比较,分别为 $\tau_{\text{DHCP}} = 2.67\text{fs}$ 和 $\tau_{\text{DHCP}} = 5.34\text{fs}$ 。首先,分析图2a中激光波形可知,当 $\tau_{\text{DHCP}} = 2.67\text{fs}$ , $t_{\text{d,DHCP}} = 0.8T$ 或者 $\tau_{\text{DHCP}} = 5.34\text{fs}$ , $t_{\text{d,DHCP}} = 0.6T$ 时,组合场在 $0.5T \sim 1.5T$ 之间的负向半周期波形强度可以得到有效增强。这导致电子在此加速过程中可获得更多的能量,进而使谐波辐射能量峰 $P_4$ 得到明显延伸,如图2b和图2c所示。并且,随着半周期激光场脉宽增大,谐波截止能量会得到更大的延伸。分析图2d可知,在适当引入负向半周期单极场后,谐波截止能量得到进一步延伸。并且,对于 $\tau_{\text{DHCP}} = 2.67\text{fs}$ 和 $\tau_{\text{DHCP}} = 5.34\text{fs}$ 的情况可以分别获得100次~600次以及100次~750次的谐波连续平台区。

通过对图1和图2的研究,谐波截止能量得到了有效延伸,即电子加速过程得到了调控。接下来需对谐波强度,即电离过程进行调控。虽然增大电离几率的方式有很多种,但是对于原子体系比较有效的方式是利用紫外光共振电离的方式增强电离几率<sup>[20]</sup>。本文中选用He原子,其基态与第一激发态之间能量差为 $19.8\text{eV}$ 。考虑到基频场为 $1600\text{nm}$ 场,因此,选用波长分别为 $\lambda_{\text{UV}} = 61.5\text{nm}$ , $\lambda_{\text{UV}} = 123\text{nm}$ , $\lambda_{\text{UV}} = 184.5\text{nm}$ 的紫外光(ultraviolet,UV)。选择此3种紫外光的原因在于其光子能量可以近似满足He原子基态与激发态之间的单、双、三光子共振跃迁能,这样可以满足紫外共振电离的条件,进而增大电离几率。紫外光脉宽选为 $1.5\text{fs}$ ,强度为 $0.5 \times 10^{14}\text{W}/\text{cm}^2$ 。经过计算,紫外光延迟时间选为 $t_{\text{d,UV}} = 0$ 时比较合适( $t_{\text{d,UV}}$ 表示紫外光延迟时间)。如图3a所示,当加入上述3种紫外光时,谐波强度有2个~3个数量级的增强。尤其是加入 $61.5\text{nm}$ 和 $123\text{nm}$ 紫外场时,即单、双光子共振电离时,谐波强度增强最为明显。随着紫外光波长增大,谐波强度的增强变弱。分析图3b中的激光波形和图3c中的电离几率可知,紫外光的引入位置大致在 $t = 0$ 时,

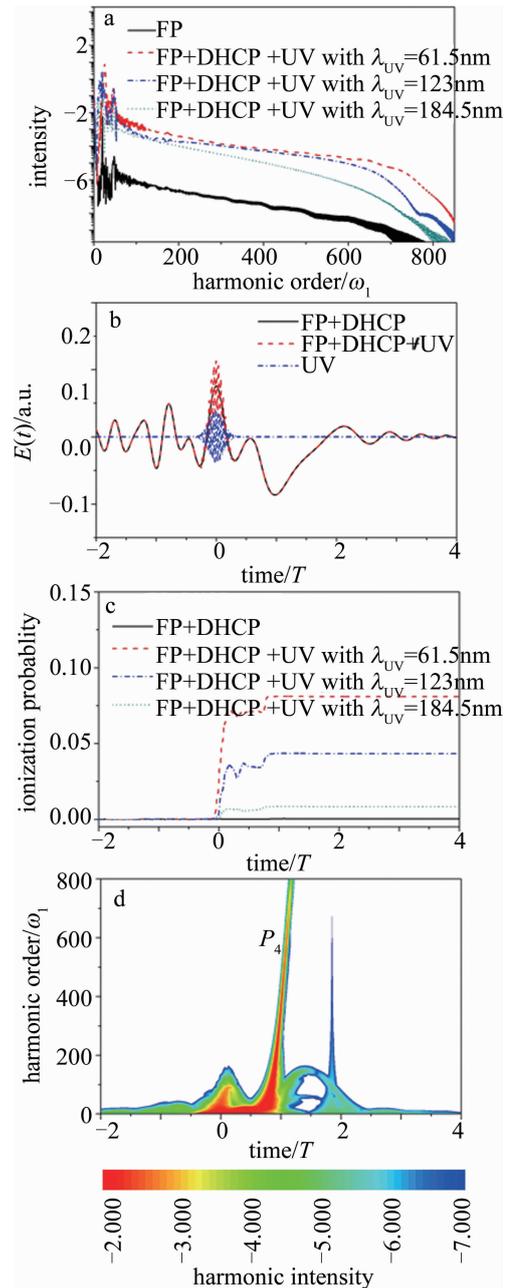


Fig. 3 a—high order harmonic spectra of different combined fields b—laser profiles of combined fields c—ionization probability of He atom driven by different combined fields d—time-frequency analyses of harmonics for the case of FP + DHCP + UV with  $\lambda_{\text{UV}} = 61.5\text{nm}$

因此,在此附近的电离几率会得到明显增强。同时, $t = 0$ 时刻附近正是形成 $P_4$ 峰的电离时刻,因此导致 $P_4$ 峰强度得到明显增强,如图3d所示。这是谐波强度增强的原因。再次分析电离几率可知,单、双光子共振电离时,电离几率明显增强,而对于多光子(大于3个光子)共振电离的情况,电离几率随也有增强,但与单、双光子共振电离相比有较明显差距。因此导致谐波强度随紫外光波长增大而减弱。

### 2.2 正向半周期波形调控产生高强度及高光子能量谐波光谱区

本节中调控正向半周期激光波形。这里固定了啁啾参量依然为  $c_1 = -6, c_2 = -7$ , 而只通过调节啁啾延迟来完成这一任务。通过计算当啁啾延迟为  $t_{d,c_1} = -0.6T, t_{d,c_2} = -0.3T$  时, 谐波光谱在相应正向半周期波形下会呈现截止能量延伸的效果, 如图 4 所示。分析图 4a 中的激光波形可知, 当引入上述啁啾延迟时, 激光波形在  $t = 0$  到  $t = 1T$  区间会呈现一个正向半周期波形, 记为  $A_5$ 。与无啁啾场比较, 其波形得到展宽。因此, 电子在此区域加速时会获得更大的动能, 进而使其对应的谐波辐射能量峰  $P_5$  得到延伸, 如图 4b 所示。分析高次谐波光谱可知, 在该波形驱动下, 谐波截止能量得到延伸, 进而可以获得从 150 次 ~ 400 次的谐波光谱平台区, 如图 4c 所示。这里, 为了后续说明方便,

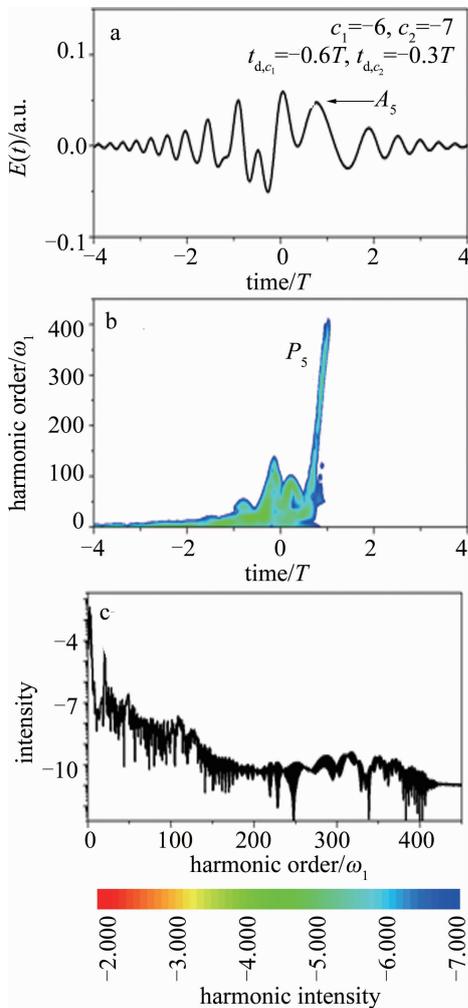


Fig. 4 a—laser profiles of chirped pulses b—time-frequency analyses of harmonics for the cases of  $c_1 = -6, c_2 = -7, t_{d,c_1} = -0.6T, t_{d,c_2} = -0.3T$  c—high order harmonic spectrum for the case of  $c_1 = -6, c_2 = -7, t_{d,c_1} = -0.6T, t_{d,c_2} = -0.3T$

定义  $c_1 = -6, c_2 = -7, t_{d,c_1} = -0.6T, t_{d,c_2} = -0.3T$  时的激光场为本节中的基础场。

图 4 中的分析显示, 本节中谐波光谱平台区来自  $P_5$ , 并且其来源于正向半周期波形。因此, 引入正向半周期单极场 (up half-cycle pulse, UHCP) 较为合适。这里, 半周期场脉宽直选为  $\tau_{UHCP} = 5.34fs$ , 强度与负向半周期激光场一样。经过计算, 正向半周期激光场延迟时间选为  $t_{d,UHCP} = 0.4T$  时较为合适 ( $t_{d,UHCP}$  为正向半周期激光场延迟时间)。分析图 5a 中的激光波形可知, 当  $t_{d,UHCP} = 0.4T$  时, 组合场在  $0.4T \sim 1.2T$  之间的正向半周期波形强度可以得到增强。这导致电子在此加速过程中可获得更多的能量, 进而使谐波辐射能量峰  $P_5$  得到明显延伸, 如图 5b 所示。分析图 5c 中的谐波光谱可知, 在适当引入正向半周期单极场后, 谐波截止能量得到进一步延伸, 进而获得并 200 次 ~ 800 次的谐

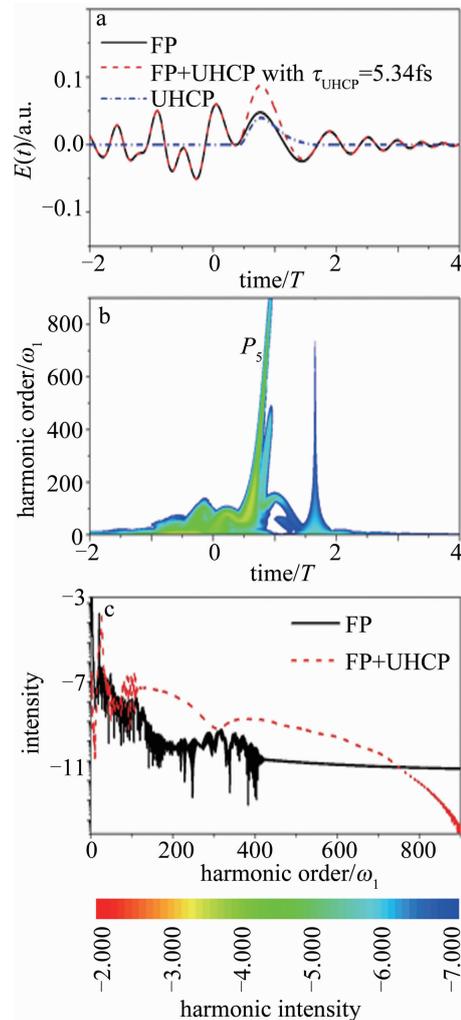


Fig. 5 a—laser profiles of combined field b—time-frequency analyses of harmonics for the cases of FP + UHCP with  $\tau_{UHCP} = 5.34fs$  c—high order harmonic spectra of FP and FP + UHCP

波光谱连续平台区。

通过对图4和图5的研究,谐波截止能量在优化的正向半周期波形下得到有效延伸。与第2.1节中类似,接下来需对谐波强度进行调控。选用紫外场依然为 $\lambda_{UV} = 61.5\text{nm}$ ,  $\lambda_{UV} = 123\text{nm}$ ,  $\lambda_{UV} = 184.5\text{nm}$ 。紫外光脉宽和强度不变。经过计算,紫外光延迟时间选为 $t_{d,UV} = -0.6T$ 时比较合适。如图6a所示,当加入上述紫外光时,谐波强度有2个~4个数量级的增强。同

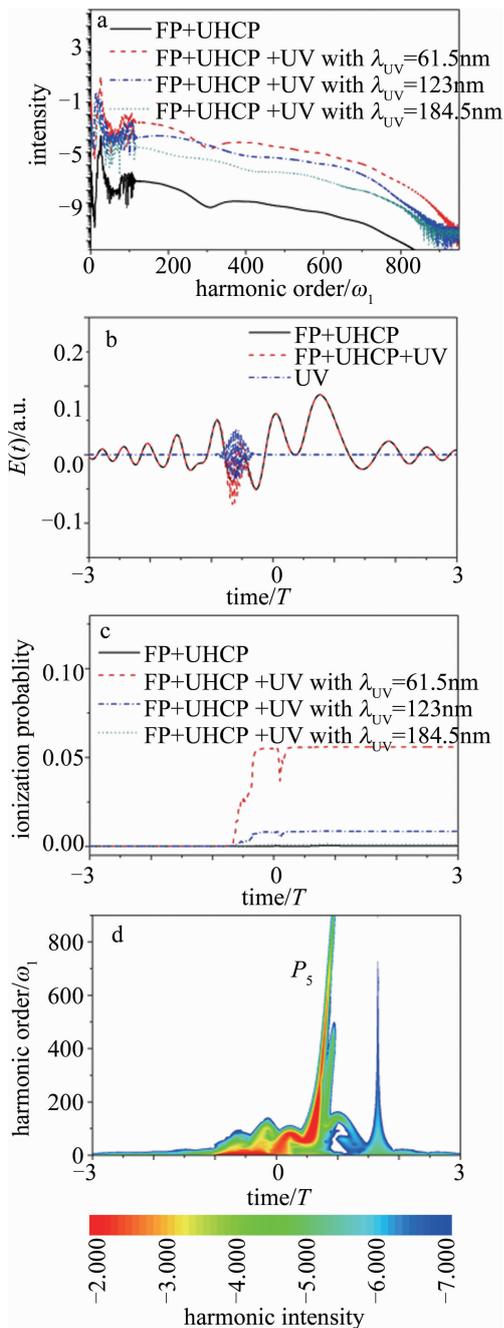


Fig. 6 a—high order harmonic spectra of different combined fields b—laser profiles of combined fields c—ionization probability of He atom driven by different combined fields d—time-frequency analyses of harmonics for the case of FP+UHCP+UV with  $\lambda_{UV} = 61.5\text{nm}$

样,在单、双光子共振电离时,谐波强度增强最为明显。随着紫外光波长增大,谐波强度的增强变弱。图6b和图6c中给出了激光波形和电离几率。由图可知,紫外光的引入位置大致在 $t = -0.6T$ 时,因此,在此附近的电离几率会得到明显增强,进而导致能量峰 $P_5$ 的强度得到增强,如图6d所示。这是谐波强度增强的原因。

最后,对谐波光谱平台区的谐波进行傅里叶变换并叠加可以获得阿秒量级的脉冲。具体来说:当选择负向半周期波形产生的谐波光谱连续区时(如图3a或图3d所示)。通过叠加谐波光谱的200次~400次、400次~600次以及600次~800次谐波,可获得3个脉宽分别在40as,45as和40as的单个阿秒脉冲,如图7a所示。当选择正向半周期波形产生的谐波光谱连续区时(如图6a或图6d所示)。通过叠加谐波光谱的200次~400次、400次~600次以及600次到800次谐波,可获得3个脉宽分别在38as,40as和48as的单个阿秒脉冲,如图7b所示。

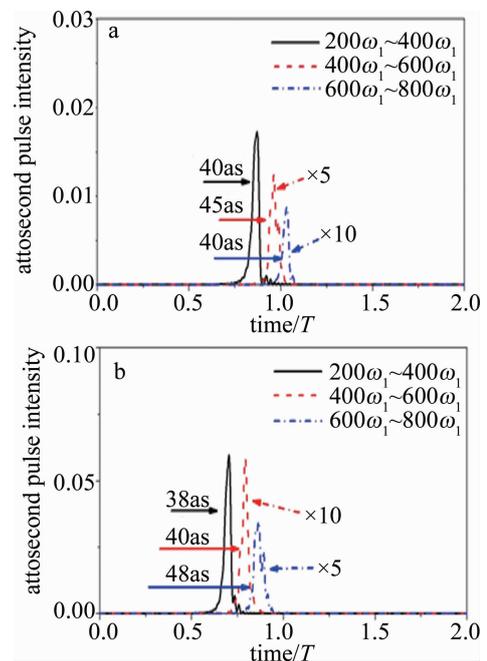


Fig. 7 Generations of attosecond pulses  
a—from negative half-cycle waveform b—from positive half-cycle waveform

### 3 结论

理论上提出了利用双色啁啾场、啁啾延迟、半周期单极场以及紫外场的组合场对半周期激光波形进行了优化。在适当调节激光参量后获得了正向和负向最佳半周期激光波形。在此波形驱动下,不仅谐波截止能量得到延伸;而且谐波强度得到增强。最后,叠加谐波可获得脉宽在50as之下的单个阿秒脉冲。

## 参 考 文 献

- [1] L' HUILIER A, BALCOU P. High-order harmonic generation in rare gases with a 1ps 1053nm laser [J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70 (6): 774-777.
- [2] CORKUM P B. Plasma perspective on strong field multiphoton ionization [J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71(13): 1994-1997.
- [3] LI L, ZHENG M, FENG L Q, *et al.* Waveform control in generations of intense water window attosecond pulses via multi-color combined field [J]. *International Journal of Modern Physics*, 2019, B33 (13): 1950130.
- [4] LIU H, FENG L Q. Mid-infrared field phase measurement and attosecond pulse generation [J]. *Laser Technology*, 2017, 41 (2): 151-158 (in Chinese).
- [5] LI Y, FENG L Q, QIAO Y. Selective enhancement of single-order and two-order harmonics from He atom via two-color and three-color laser fields [J]. *Chemical Physics*, 2019, 527: 110497.
- [6] FENG L Q, LI Y, LIU H. High intensity attosecond pulse generation by the improved multi-cycle polarization gating technology [J]. *Laser Technology*, 2018, 42(4): 451-456 (in Chinese).
- [7] SANSONE G, BENEDETTI E, CALEGARI F, *et al.* Isolated single-cycle attosecond pulses [J]. *Science*, 2006, 314(5798): 443-446.
- [8] ZHANG Q B, LU P X, LAN P F, *et al.* Multi-cycle laser-driven broadband supercontinuum with a modulated polarization gating [J]. *Optics Express*, 2008, 16(13): 9795-9803.
- [9] LIU H, LI Y, YAO Z, FENG L Q. Chirp pulse control on harmonic cutoff and harmonic intensity [J]. *Laser Technology*, 2017, 41(5): 708-711 (in Chinese).
- [10] FENG L Q, CHU T S. Generation of an isolated sub-40as pulse using two-color laser pulses: Combined chirp effects [J]. *Physical Review*, 2011, A84(5): 053853.
- [11] FENG L Q. Molecular harmonic extension and enhancement from  $H_2^+$  ions in the presence of spatially inhomogeneous fields [J]. *Physical Review*, 2015, A92(5): 053832.
- [12] FENG L Q, LI Y. Generation of attosecond pulses from He atom driven by UV-chirped laser beam [J]. *Laser Technology*, 2019, 43 (5): 629-634 (in Chinese).
- [13] FENG L Q, CHU T S. Intensity enhancement in attosecond pulse generation [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2012, 48 (11): 1462-1466.
- [14] FENG L Q, LI Y, MENG F S, *et al.* High-order harmonic and attosecond pulse generations from Rydberg state driven by the spatially inhomogeneous field [J]. *Modern Physics Letters*, 2017, B31(4): 1750029.
- [15] LI Y, FENG R L Q, QIAO Y. Improvement of harmonic spectra from superposition of initial state driven by homogeneous and inhomogeneous combined field [J]. *Canadian Journal of Physics*, 2020, 98 (1): 198-209.
- [16] LIU H, LI W L, FENG L Q. Chirp control of multi-photon resonance ionization and charge resonance enhanced ionization on molecular harmonic generation [J]. *Chemical Physics Letters*, 2017, 676(7): 118-123.
- [17] FENG L Q, CHU T S. Nuclear signatures on the molecular harmonic emission and the attosecond pulse generation [J]. *The Journal of Chemical Physics*, 2012, 136(5): 054102.
- [18] LU R F, ZHANG P Y, HAN K L. Attosecond-resolution quantum dynamics calculations for atoms and molecules in strong laser fields [J]. *Physical Review*, 2008, E77(6): 066701.
- [19] SONG X H, YANG W F, ZENG Z N, *et al.* Unipolar half-cycle pulse generation in asymmetrical media with a periodic subwavelength structure [J]. *Physical Review*, 2010, A82(5): 053821.
- [20] LI Y, FENG L Q. Improvement of harmonic cutoff energy and intensity by using chirped-UV combined field [J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2019, 36(6): 738-744 (in Chinese).