

文章编号: 1001-3806(2021)03-0307-06

## 空心光束在非 Kolmogorov 湍流传输路径上的区域分割

陈晓文<sup>1</sup>, 魏小琴<sup>1</sup>, 汤明玥<sup>2</sup>, 邓涵凌<sup>2</sup>

(1. 川北医学院 医学影像学院, 南充 637000; 2. 川北医学院 基础医学院, 南充 637000)

**摘要:** 为了研究空心光束在非 Kolmogorov 湍流传输路径上的区域范围与各参量之间的关系及不同区域内光束的扩展情况, 采用广义惠更斯-菲涅耳原理推导了空心光束传输于非 Kolmogorov 湍流中的二阶矩宽度、瑞利区间及湍流距离的解析式, 并利用湍流距离把传输路径分割为 3 个区域进行数值分析。结果表明, 区域 I、区域 II 的长度及区域 III 的起始点都随湍流广义指数  $\alpha$  的增大而先减小再增大(当  $\alpha = 3.11$  时出现一个极小值), 且随遮拦比  $\eta$  和光束阶数  $M$ (及  $N$ ) 的增大而增大;  $M$ (及  $N$ ) 取值较小时( $M$ (及  $N$ )  $< 3$ ), 湍流在瑞利区间内对光束扩展造成的影响不能忽略,  $M$ (及  $N$ ) 和  $\eta$  越大, 越容易忽略湍流在瑞利区间内对光束扩展所构成的影响; 光束在传输路径上依次进入区域 I、区域 II 及区域 III, 其光束扩展逐渐变得更加剧烈, 且随着  $M$ (及  $N$ ) 和  $\eta$  的增加, 区域 II 长度和区域 III 的起始点相较于区域 I 的长度增加更为显著。该研究结果为空心光束传输于湍流中的相关应用提供了参考。

**关键词:** 大气光学; 非 Kolmogorov 湍流; 湍流距离; 空心光束; 遮拦比

中图分类号: O436; TN012

文献标志码: A

doi: 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2021.03.007

## Region division of hollow beams in non-Kolmogorov turbulent path

CHEN Xiaowen<sup>1</sup>, WEI Xiaoqin<sup>1</sup>, TANG Mingyue<sup>2</sup>, DENG Hanling<sup>2</sup>

(1. Imaging Department, North Sichuan Medical College, Nanchong 637000, China; 2. Department of Basic Medicine, North Sichuan Medical College, Nanchong 637000, China)

**Abstract:** To study the relationship between the region range and the parameters of hollow beam in the non-Kolmogorov turbulence propagation path and the beam expansion in different regions, the expressions for the mean-squared width, Rayleigh range, and turbulence distance of hollow beams propagating through non-Kolmogorov turbulence were given by using the extended Huygens-Fresnel principle, and the propagation path was divided into three regions by using the turbulence distance for numerical analysis. The results show that the length of region I and region II and the starting point of region III decrease first and then increase with the increasing of the turbulence generalized exponent parameter  $\alpha$  (There is a minimal value, when  $\alpha = 3.11$ ), and increase with the increasing of obscure ratio  $\eta$  and beam orders  $M$ (and  $N$ ). When the value of  $M$ (and  $N$ ) is small ( $M$ (and  $N$ )  $< 3$ ), the effect of turbulence on beam spread in Rayleigh range can not be ignored. The larger  $M$ (and  $N$ ) and  $\eta$  is, the easier it is to ignore the effect of turbulence on beam spread in Rayleigh range. In the transmission path, the beam enters area I, area II and area III in turn, and then expands more and more violently. With the increasing of  $M$ (and  $N$ ) and  $\eta$ , the length of region II and the starting point of region III increase more significantly than the length of region I. The results provide a reference for the application of hollow beam propagation in turbulence.

**Key words:** atmospheric optics; non-Kolmogorov turbulence; turbulence distance; hollow beams; obscure ratio

## 引言

激光束在大气中的传输研究对光通讯、卫星遥感等实际应用有一定指导意义<sup>[1]</sup>, 值得科研工作者对其展开相关研究。然而, 复杂的大气环境需要找到一个合适的湍流模型来进行描述, 前期科研工作者们均采用常规的 Kolmogorov 功率谱来研究湍流<sup>[2-5]</sup>, 但实际湍流中含有各向异性统计特征的区域, 由湍流广义指数和广义幅度因子描述的非 Kolmogorov 湍流功率

基金项目: 四川省教育厅资助项目(17ZB0163); 南充市科学技术局市校合作科研专项资金资助项目(19SXHZ0239; 18SXHZ0163)

作者简介: 陈晓文(1984-), 男, 副教授, 主要从事激光传输与变换方面的研究。

E-mail: 2098647523@qq.com

收稿日期: 2020-07-08; 收到修改稿日期: 2020-08-04

谱<sup>[6]</sup>所得结果与试验数据更相符,具有一定的普适性。因此,国内外同行们对激光束在非 Kolmogorov 湍流模型中的传输特性研究产生了浓厚的兴趣,并于近期展开了一些相关研究<sup>[7-12]</sup>。研究发现,光束在湍流中传输的光强分布、相干度、扩展等均对湍流广义指数表现出非单调的变化。光束扩展是激光束传输特性中值得重点关注的一个方面,目前已有大量的文献<sup>[13-18]</sup>中对激光束在湍流中的扩展展开了相关研究,并得到了一些有意义的结论。空间衍射及湍流介质是造成光束扩展的两个主要因素,那么值得进一步讨论的是,可以考虑把光束的传输路径分割为3个区域:主要因空间衍射导致光束扩展的区域、空间衍射和湍流共同影响光束扩展的区域及主要由湍流导致光束扩展的区域。因此,本研究中利用湍流距离将光束的传输路径分割为3个区域,并对3个区域的范围及不同区域内光束的扩展进行详尽的讨论。

另一方面,空心光束的中心光强分布为零,具有特殊的性质和实际应用<sup>[19-20]</sup>。空心光束在生物医学、激光加工及微观粒子的冷却与囚禁等方面应用广泛,关于空心光束的产生、特性仍是目前研究的热点。为此,科研工作者们就湍流对空心光束传输特性的影响开展了大量研究<sup>[21-22]</sup>。然而,迄今为止,关于空心光束在湍流中的区域分割研究尚未涉及。

综上所述,本文中依据湍流距离,将空心光束在湍流中的传输路径分割为3个区域,详尽讨论了3个区域的范围与光束参量和湍流参量之间的关系,同时直观地展示了光束在3个区域内的扩展情况。此外,详细讨论了光束参量的选取与湍流是否在瑞利区内就对光束扩展构成影响之间的关系。

## 1 光束理论模型

空心光束的理论模型可由两束不同束宽( $w_0$ 和 $w_0\eta$ 分别为两束光束的束宽,且 $0 < \eta < 1$ )的平顶光束之差构成。那么,空心光束的复振幅可写为:

$$U_0(\mathbf{r}', 0) = \sum_{m=1}^M \alpha_m \exp\left[-\left(mp_m \frac{x'^2}{w_0^2}\right)\right] \sum_{n=1}^N \alpha_n \times \exp\left[-\left(np_n \frac{y'^2}{w_0^2}\right)\right] - \sum_{m=1}^M \alpha_m \exp\left[-\left(mp_m \frac{x'^2}{\eta^2 w_0^2}\right)\right] \times \sum_{n=1}^N \alpha_n \exp\left[-\left(np_n \frac{y'^2}{\eta^2 w_0^2}\right)\right] \quad (1)$$

式中, $\eta$ 为光束遮拦比; $M, N$ 为光束阶数; $\alpha_m, \alpha_n, p_m$ 和 $p_n$ 的表达式详见参考文献[3]。

则空心光束在 $z=0$ 处的光强表达式为<sup>[3]</sup>:

$$I_0(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', 0) = U_0^*(\mathbf{r}_1', 0) U_0(\mathbf{r}_2', 0) = I_{01}(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', 0) + I_{02}(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', 0) - I_{03}(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', 0) - I_{04}(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', 0) \quad (2)$$

式中, $U_0$ 是环状光束的复振幅, $U_0^*$ 是 $U_0$ 的共轭; $\mathbf{r}_1'$ 和 $\mathbf{r}_2'$ 分别是 $U_0$ 函数、 $U_0^*$ 函数中 $z=0$ 处垂直于传输方向平面上的空间位置。其中,

$$I_{01}(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', 0) = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \times \exp\left[-\left(mp_m \frac{x_1'^2}{w_0^2} + m'p_{m'} \frac{x_2'^2}{w_0^2}\right)\right] \times \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \alpha_n \alpha_{n'} \exp\left[-\left(np_n \frac{y_1'^2}{w_0^2} + n'p_{n'} \frac{y_2'^2}{w_0^2}\right)\right] \quad (3)$$

$$I_{03}(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', 0) = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \alpha_m \alpha_{m'} \times \exp\left[-\left(mp_m \frac{x_1'^2}{w_0^2} + m'p_{m'} \frac{x_2'^2}{\eta^2 w_0^2}\right)\right] \times \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \alpha_n \alpha_{n'} \exp\left[-\left(np_n \frac{y_1'^2}{w_0^2} + n'p_{n'} \frac{y_2'^2}{\eta^2 w_0^2}\right)\right] \quad (4)$$

式中, $x_1'$ 和 $y_1'$ 是 $\mathbf{r}_1'$ 中的直角坐标; $x_2'$ 和 $y_2'$ 是 $\mathbf{r}_2'$ 中的直角坐标; $m', n'$ 是分别对应 $x_2'$ 和 $y_2'$ 的取值阶数。将(3)式中的 $w_0$ 换为 $\eta w_0$ ,得到 $I_{02}(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', 0)$ ;将(4)式中的 $w_0$ 与 $\eta w_0$ 互换,得到 $I_{04}(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', 0)$ 。

为展示空心光束在 $z=0$ 处光强分布等高线图,可令(3)式中 $\mathbf{r}_1' = \mathbf{r}_2'$ ,并选取光束参量 $w_0 = 0.02\text{m}$ , $\eta = 0.6$ , $M = N = 4$ ,见图1。

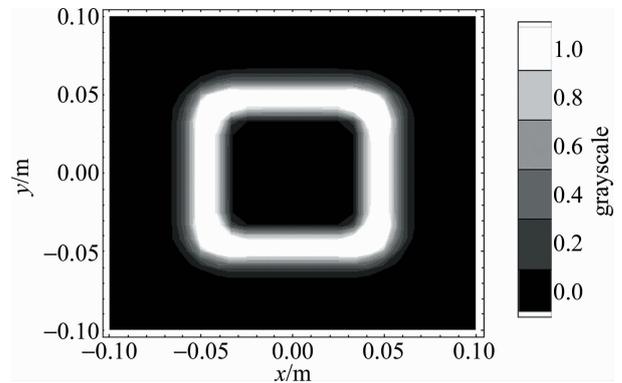


Fig. 1 Contour of intensity distribution of hollow beams

## 2 解析式推导

在光束的传输路径上,光束的二阶矩宽度定义为<sup>[3]</sup>:

$$w^2(z) = \frac{2 \iint \mathbf{r}^2 I(\mathbf{r}, z) d^2 \mathbf{r}}{\iint I(\mathbf{r}, z) d^2 \mathbf{r}} \quad (5)$$

式中,  $I(\mathbf{r}, z)$  为空心光束传输路径上  $z$  处的光强分布,  $\mathbf{r}$  为传输路径上的空间位置。利用广义惠更斯-菲涅耳公式,  $I(\mathbf{r}, z)$  可表示为:

$$I(\mathbf{r}, z) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint d^2\mathbf{r}_1' \iint d^2\mathbf{r}_2' I_0(\mathbf{r}_1', \mathbf{r}_2', 0) \times \exp\left\{\left(\frac{ik}{2z}\right)[(\mathbf{r}_1'^2 - \mathbf{r}_2'^2) - 2(\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_1' - \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}_2')]\right\} \times \langle \exp[\psi^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1', z) + \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2', z)] \rangle_m \quad (6)$$

式中, 波数  $k = 2\pi/\lambda$ ;  $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2', z)$  是湍流介质的复相位结构函数,  $\psi^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1', z)$  是其共轭函数。湍流系综平均  $\langle \cdot \rangle_m$  表示为<sup>[4,5]</sup>:

$$\langle \exp[\psi^*(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1', z) + \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2', z)] \rangle_m = \exp\left\{-4\pi^2 k^2 z \int_0^1 \int_0^\infty k \Phi_n(\kappa, \alpha) \times [1 - J_0(\kappa \xi |\mathbf{r}_2' - \mathbf{r}_1'|)] d\kappa d\xi\right\} \quad (7)$$

式中,  $J_0(\cdot)$  为零阶贝塞尔函数,  $\kappa$  表示空间频率,  $\xi$  为传输路径参量,  $\kappa_m$  为低空间截止频率,  $\kappa_0$  为高空间截止频率。

根据非 Kolmogorov 湍流统计<sup>[6]</sup>,  $\Phi_n(\kappa, \alpha) = F(\alpha) \tilde{C}_n^{-2} \exp\left[-\left(\frac{\kappa^2}{\kappa_m^2}\right)\right] / (\kappa^2 + \kappa_0^2)^{\alpha/2}$ , ( $0 \leq \kappa < \infty$ ,  $3 < \alpha < 4$ ), 其中,  $\tilde{C}_n^{-2}$  为折射率结构参量; 高空间截止频率  $\kappa_0 = \frac{2\pi}{L_0}$ , 低空间截止频率  $\kappa_m = \frac{t(\alpha)}{l_0}$  ( $L_0, l_0$  分别为湍流的外尺度和内尺度);  $F(\alpha) = \Gamma(\alpha - 1) \times \frac{\cos(\alpha\pi/2)}{4\pi^2}$ ,  $t(\alpha) = \left[\Gamma\left(5 - \frac{\alpha}{2}\right) \cdot F(\alpha) \cdot \frac{2}{3\pi}\right]^{1/(\alpha-5)}$ , 其中  $\Gamma(\cdot)$  为伽马函数,  $\alpha$  表示湍流广义指数。

综合(2)式、(6)式及(7)式, 并代入(5)式, 采用积分变换法, 并经繁琐的积分运算, 可求得空心光束传输于非 Kolmogorov 湍流中的二阶矩宽度解析式:

$$w^2(z) = w_1^2 + w_2^2 z^2 + Tz^3 \quad (8)$$

其中,

$$w_1^2 = w_0^2 \left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \left[ \frac{P}{\sqrt{Q_1 Q_2}} \left( \frac{1}{Q_1} + \frac{1}{Q_2} \right) (1 + \eta^4) - \frac{P\eta^4}{\sqrt{Q_3 Q_4}} \left( \frac{1}{Q_3} + \frac{1}{Q_4} \right) - \frac{P\eta^4}{\sqrt{Q_5 Q_6}} \left( \frac{1}{Q_5} + \frac{1}{Q_6} \right) \right] \right\} C^{-1} \quad (9)$$

$$w_2^2 = \left\{ \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \frac{4}{w_0^2 k^2} \left[ \frac{2P}{\sqrt{Q_1 Q_2}} \left( \frac{R_1}{Q_1} + \frac{R_2}{Q_2} \right) - \frac{P\eta^2}{\sqrt{Q_3 Q_4}} \left( \frac{R_1}{Q_3} + \frac{R_2}{Q_4} \right) - \frac{P\eta^2}{\sqrt{Q_5 Q_6}} \left( \frac{R_1}{Q_5} + \frac{R_2}{Q_6} \right) \right] \right\} C^{-1} \quad (10)$$

$$C = \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \left\{ \frac{P}{\sqrt{Q_1 Q_2}} (1 + \eta^2) - \left( \frac{P}{\sqrt{Q_3 Q_4}} + \frac{P}{\sqrt{Q_5 Q_6}} \right) \eta^2 \right\} \quad (11)$$

$$T = \frac{2\pi^2 z^3}{3} \int_0^\infty \kappa^3 \Phi_n(\kappa, \alpha) d\kappa \quad (12)$$

式中,  $P = \alpha_m \alpha_{m'} \alpha_n \alpha_{n'}$ ,  $Q_1 = mp_m + m'p_{m'}$ ,  $Q_3 = \eta mp_m + m'p_{m'}$ ,  $Q_5 = mp_m + \eta m'p_{m'}$ ,  $R_1 = (mp_m)(m'p_{m'})$ 。若将  $m$  及  $m'$  分别改为  $n$  和  $n'$ , 即得  $Q_2, Q_4, Q_6$  和  $R_2$ 。(8) 式中, 湍流项  $T$  与湍流广义指数  $\alpha$ 、内尺度  $l_0$  及外尺度  $L_0$  相关, 即  $\alpha, l_0$  和  $L_0$  的取值将影响空心光束的二阶矩宽度。

瑞利区间的定义: 光束的横截面积扩展达  $z = 0$  处两倍时的传输距离<sup>[17]</sup>, 即:

$$w^2(z_R) = w_1^2 + w_2^2 z^2 + Tz^3 = 2w_1^2 \quad (13)$$

求解可得:

$$z_R = \frac{1}{3T} \left( D + \frac{w_2^4}{D} - w_2^2 \right) \quad (14)$$

式中,  $D = \left[ \frac{3}{2} T (8lw_1^4 T^2 - 12w_1^2 w_2^6) \right]^{1/2} - w_2^6 + \frac{27}{2} w_1^2 T^2 \Big)^{1/3}$ 。

另一方面, 湍流距离表示为光束的横截面积因受湍流影响而扩展 10% 及 90% 的传输距离<sup>[18]</sup>, 分别用  $z_{i,1}$  和  $z_{i,2}$  表示:

$$\frac{w^2(z_i) - w_f^2(z_i)}{w^2(z_i)} = \mu \quad (15)$$

式中,  $w_f$  为自由空间中的束宽,  $w_f^2 = w_1^2 + w_2^2 z^2$ 。求解三次方程, 可得到空心光束传输于非 Kolmogorov 湍流中的湍流距离  $z_i$  解析表达式:

$$z_i = \frac{\mu^2 w_2^4 + \mu w_2^2 J + J^2}{3(1 - \mu) J T} \quad (16)$$

式中,

$$J = \left\{ 3(1 - \mu) T \frac{[81\mu^2(1 - \mu)^2 w_1^4 T^2 + 12w_1^2 w_2^6]^{1/2}}{2} + \frac{27\mu(1 - \mu)^2 w_1^2 T^2}{2} + \mu^3 w_2^6 \right\}^{1/3} \quad (17)$$

显然, 当  $\mu = 10\%$  时, (16) 式表示  $z_{i,1}$ ; 当  $\mu = 90\%$  时, (16) 式表示  $z_{i,2}$ 。

应当指出的是, 光束的传输路径可被  $z_{i,1}$  和  $z_{i,2}$  划分为 3 个区域: (1) 区域 I:  $0 < z \leq z_{i,1}$ , 湍流介质对光束扩展所构成的影响甚小, 可忽略, 扩展主要由空间衍射造成; (2) 区域 II:  $z_{i,1} < z < z_{i,2}$ , 空间衍射和湍流均对光束的扩展造成一定影响; (3) 区域 III:  $z \geq z_{i,2}$ , 湍流为光束扩展的主要影响因素, 空间衍射对其的影响可以忽略。

### 3 数值计算结果与分析

基于空心光束二阶矩宽度表达式(8)式、瑞利区间表达式(14)式及湍流距离解析式(16)式,利用MATHEMATICA进行数值模拟,以分析空心光束在传输路径中的区域分割及在不同区域中的光束扩展。计算参量如下(不含特别指定的参量取值): $\bar{C}_n^2 = 10^{-14} \text{m}^3^{-\alpha}$ ,  $w_0 = 0.02 \text{m}$ ,  $L_0 = 10 \text{m}$ ,  $l_0 = 0.01 \text{m}$ ,  $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$ ,  $\eta = 0.6$ ,  $M = N = 4$ 。图2为瑞利区间 $z_R$ 及湍流距离 $z_{t,1}$ 关于湍流广义指数 $\alpha$ 的变化情况。可以发现, $z_{t,1}$ 和 $z_R$ 都随 $\alpha$ 的增大而先减小再增大,且当 $\alpha = 3.11$ 时出现一个极小值。究其原因此处湍流为极大值, $z_{t,1}$ 和 $z_R$ 受极大湍流的影响而成为极小值。从图2还可以看出,当 $\alpha > 3.72$ 时, $z_{t,1} > z_R$ ,说明瑞利区间在区域I之内,即湍流在瑞利区间内对光束扩展的影响可忽略不计;而 $\alpha < 3.72$ 时, $z_{t,1} < z_R$ ,瑞利区间已到达区域II,说明湍流在瑞利区间内对光束扩展造成了一定的影响。为进一步定量比较 $z_{t,1}$ 和 $z_R$ ,图3中给出了 $z_{t,1}/z_R$ 在不同光束阶数 $M$ (及 $N$ )下随遮挡比 $\eta$ 的变化情况。3条曲线均随 $M$ (及 $N$ )、 $\eta$ 的增大而变大。 $M$ (及 $N$ )取值较小时( $M$ (及 $N$ ) $< 3$ ),不论 $\eta$ 取何值, $z_{t,1}$ 均小于 $z_R$ ,即湍流在瑞利区间内对光束扩展构成的影响不能忽略;随 $M$ (及 $N$ )增大,曲线与虚线出现交点,且交点对应的 $M$ (及 $N$ )越大, $\eta$ 则越小。说明了 $M$ (及 $N$ )和 $\eta$ 越大,越容易忽略湍流在瑞利区间内对光

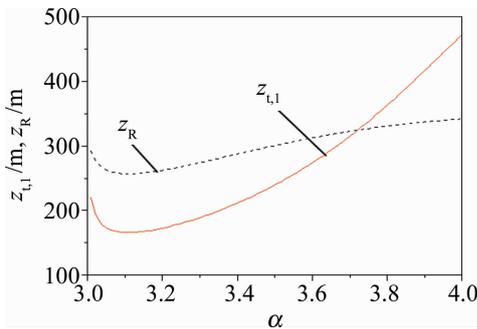


Fig. 2  $z_{t,1}, z_R$  versus  $\alpha$

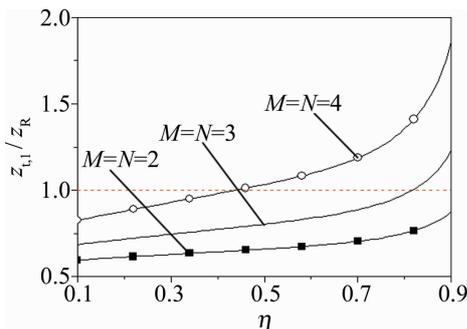


Fig. 3  $z_{t,1}/z_R$  versus  $\eta$  with different value of versus  $M$ (and  $N$ )

束扩展造成的影响。

图4为区域I长度 $z_{t,1}$ 在不同 $M$ (及 $N$ )下随 $\eta$ 的变化情况。可以发现, $z_{t,1}$ 随 $M$ (及 $N$ )和 $\eta$ 的增大而增大,其物理解释为: $M$ (及 $N$ )和 $\eta$ 越大,光束的原有扩展越大,湍流对其扩展的影响越小,则区域I的长度越大。

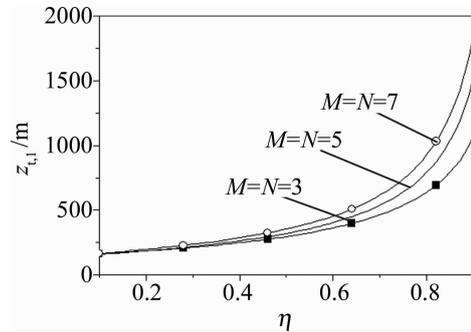


Fig. 4  $z_{t,1}$  versus  $\eta$  with different value of  $M$ (and  $N$ )

区域II的长度 $\Delta z_t = z_{t,2} - z_{t,1}$ 在不同 $\eta$ 和 $M$ (及 $N$ )下随 $\alpha$ 的变化见图5和图6。同样, $\Delta z_t$ 也随 $\alpha$ 的增大而先减小再增大(当 $\alpha = 3.11$ 时出现一个极小值),且 $\Delta z_t$ 随 $\eta$ 和 $M$ (及 $N$ )的增大而增大。此外, $\alpha$ 取较小值时,各条曲线差异较小,随 $\alpha$ 的增大, $\Delta z_t$ 差异更为明显。

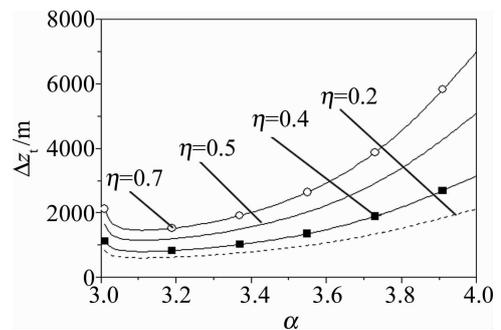


Fig. 5  $\Delta z_t$  versus  $\alpha$  with different value of  $\eta$

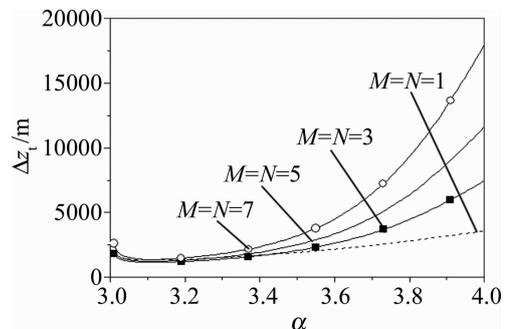


Fig. 6  $\Delta z_t$  versus  $\alpha$  with different value of  $M$ (and  $N$ )

图7和图8中分别为区域III的起点 $z_{t,2}$ 随 $\alpha$ 和 $\eta$ 的变化情况。由图可看出, $z_{t,2}$ 同样随 $\alpha$ 的增大而先减小再增大(当 $\alpha = 3.11$ 时出现一个极小值),且随 $M$ (及 $N$ )和 $\eta$ 的增大而增大。为了更加直观展示空心光束在湍流中的扩展,图9和图10中给出了光束二阶

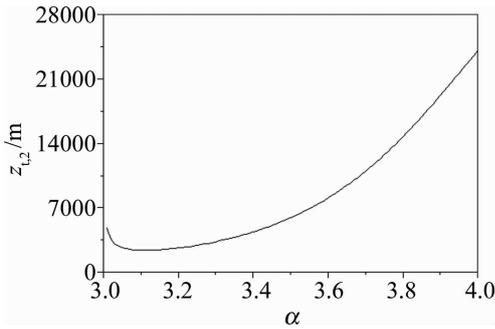


Fig. 7  $z_{t,2}$  versus  $\alpha$

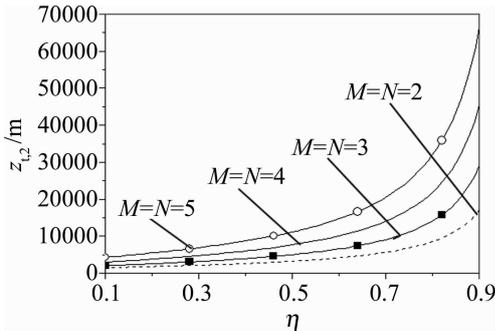


Fig. 8  $z_{t,2}$  versus  $\eta$  with different value

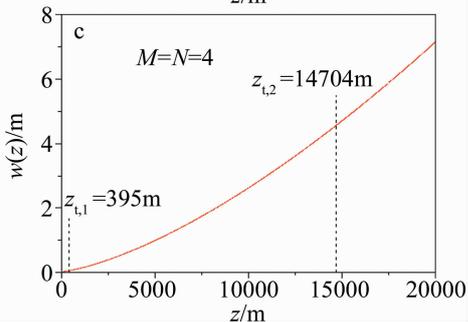
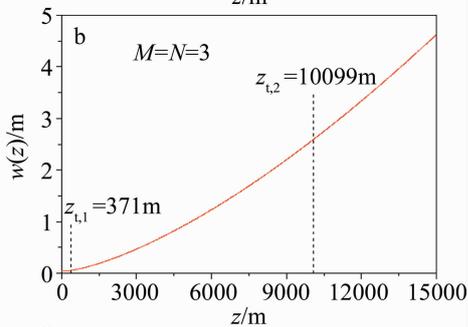
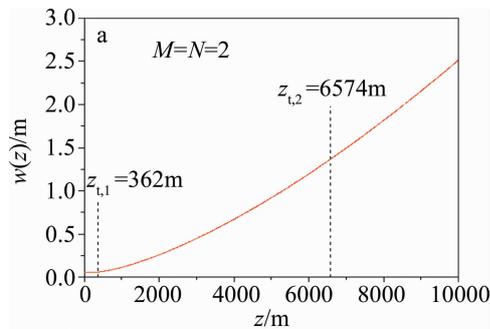


Fig. 9  $w(z)$  versus  $z$  with different value of  $M$  (and  $N$ )

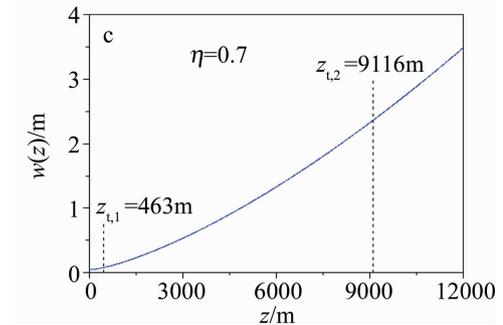
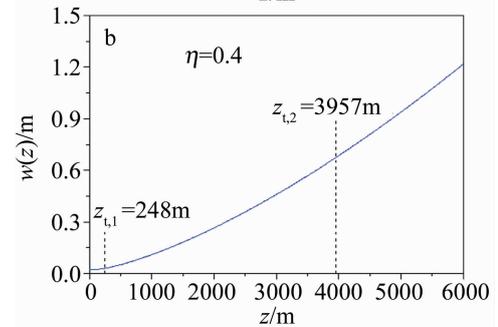
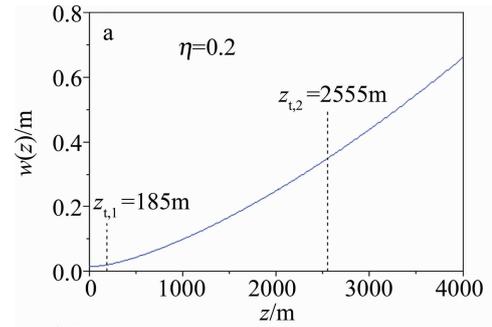


Fig. 10  $w(z)$  versus  $z$  with different value of  $\eta$

矩宽度  $w(z)$  在不同  $M$  (及  $N$ ) 和  $\eta$  下随传输路径  $z$  的变化情况,同时给出了相应的  $z_{t,1}$  和  $z_{t,2}$  的具体数值。由图可知,光束在传输路径上依次进入区域 I、区域 II 及区域 III,其二阶矩宽度  $w(z)$  的增大变得更加剧烈,且  $z_{t,1}$  和  $z_{t,2}$  随  $M$  (及  $N$ ) 和  $\eta$  的增大而增大,这与上述研究结果一致;同时,发现随着参量  $M$  (及  $N$ ) 和  $\eta$  的增加, $z_{t,1}$  缓慢增加,而  $z_{t,2}$  的增大却十分显著。这说明光束参量  $M$  (及  $N$ ) 和  $\eta$  对区域 II 长度和区域 III 的起始点影响更大。

### 4 结论

建立空心光束理论模型,并推导其传输于湍流中的二阶矩宽度、瑞利区间及湍流距离解析式。同时,利用湍流距离把传输路径分割为 3 个区域,并对扩展区域的分割范围及不同区域内光束的扩展进行了数值理论分析。

(1) 区域 I、区域 II 的长度及区域 III 的起始点都随  $\alpha$  的增大而先减小再增大(当  $\alpha = 3.11$  时出现一个

极小值),且随  $M$ (及  $N$ )和  $\eta$  的增大而增大。

(2)  $M$ (及  $N$ )取值较小时( $M$ (及  $N$ ) $<3$ ),不论  $\eta$  取何值,湍流在瑞利区间内对光束扩展的影响都不能忽略; $M$ (及  $N$ )和  $\eta$  越大,越容易忽略湍流在瑞利区间内对光束扩展造成的影响。

(3)  $\alpha$  取较大值时,不同  $M$ (及  $N$ )和  $\eta$  下区域 II 长度的差异更为显著。

(4) 传输路径上,光束依次进入区域 I、区域 II 及区域 III,其光束扩展依次变得更加剧烈;随着参量  $M$ (及  $N$ )和  $\eta$  的增加,区域 I 的长度缓慢增加,而区域 II 长度和区域 III 的起始点增加更为显著。应当特别指出:各类激光束在湍流中传输,都可以采用湍流距离将光束传输路径分割为 3 个区域,3 个扩展区域的范围均与光束参量和湍流参量相关。本研究中所指出的区域 I、区域 II 的长度及区域 III 的起始点都随  $\alpha$  的增大而先减小再增大,这一结论也能适用于其它各类光束。究其原因:本研究小组<sup>[4]</sup>曾在讨论相干光束在湍流中的扩展及方向性时指出,任意相干光束在湍流中二阶矩宽度的解析式均可表达为本文中的(8)式,即二阶矩宽度均由 3 项组成,前两项与光束参量相关,第 3 项湍流项是独立存在,因而各类光束的扩展受湍流影响的变化趋势是一致的,结合(7)式和(16)式可知,湍流广义指数对空心光束湍流距离(区域 I、区域 II 的长度及区域 III 的起始点)的影响也能适用于其它光束。本研究结果对于空心光束传输于湍流中的相关应用有指导意义。

#### 参 考 文 献

- [1] WANG S C H, PLO Nus M A. Optical beam propagation for a partially coherent source in the turbulent atmosphere [J]. Journal of the Optical Society of America, 1979, A69(9): 1297-1304.
- [2] GBUR G, WOLF E. Spreading of partially coherent beams in random media [J]. Journal of the Optical Society of America, 2002, A19(8): 1592-1598.
- [3] CHEN X W, JI X L. Influence of turbulence on spatial correlation properties of partially coherent annular beams[J]. Chinese Journal of Lasers, 2009, 36(9): 2319-2325 (in Chinese).
- [4] TANG M Y, CHEN X W, JI X L. Influence of turbulence on propagation and far-field beam quality of  $M \times N$  cosh-Gaussian beams[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(3): 713-718 (in Chinese).
- [5] CHEN X W, JI X L. Consistency of the directionality of partially coherent beams in turbulence expressed in terms of the angular spread and the far-field average intensity[J]. Chinese Physics, 2010, B19(2): 024203.
- [6] TOSELLI I, ANDREWS L C, PHILLIPS R L, *et al.* Free space optical system performance for laser beam propagation through non-Kolmogorov turbulence [J]. Optical Engineering, 2008, 47(2): 023003.
- [7] DENG J P, JI X L, LU L. Propagation of polychromatic partially coherent decentred laser beams propagating in non-Kolmogorov turbulence [J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(14): 144211 (in Chinese).
- [8] XU H F, CUI Z F, QU J. Propagation of elegant Laguerre-Gaussian beam in non-Kolmogorov turbulence [J]. Optics Express, 2011, 19(22): 21163-21173.
- [9] ZHOU Zh L, YUAN Y Sh, SHU J, *et al.* Beam wander of a partially coherent-like beam in non-Kolmogorov turbulence[J]. Laser Technology, 2019, 43(4): 143-148 (in Chinese).
- [10] LIU D J, ZHONG H Y, WANG G Q, *et al.* Propagation of a radial phase-locked partially coherent elegant Laguerre-Gaussian beam array in non-Kolmogorov medium[J]. Applied Physics, 2019, B 125(3): 52.1-52.14.
- [11] LUO Ch K, LU F, YIN Ch X, *et al.* Numerical study on transmission performance of Laguerre-Gaussian beam in non-Kolmogorov turbulence[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(12): 120101 (in Chinese).
- [12] CHENG M J, GUO L X, LI J T. Influence of moderate-to-strong anisotropic non-Kolmogorov turbulence on intensity fluctuations of a Gaussian-Schell model beam in marine atmosphere [J]. Chinese Physics, 2018, B27(5): 054203.
- [13] WU G H, GUO H, YU S, *et al.* Spreading and direction of Gaussian-Schell model beam through a non-Kolmogorov turbulence [J]. Optics Letters, 2010, 35(5): 715-717.
- [14] JI X L, ZHONG E T, LÜ B D. Spreading of partially coherent flattened Gaussian beams propagating through turbulent media [J]. Journal of Modern Optics, 2006, 53(12): 1753-1763.
- [15] TANG M Y, LI B Zh. Turbulence distance of cosh-Gaussian beams in non-Kolmogorov turbulence [J]. Laser Technology, 2015, 39(4): 581-584 (in Chinese).
- [16] CHEN X W, TANG M Y, HE C, *et al.* Spreading of apertured partially coherent beams in turbulent media [J]. Optik, 2014, 125(20): 6032-6036.
- [17] YANG J, WANG H, ZHANG X. Influence of atmospheric turbulence on the Rayleigh range of partially coherent laser [J]. Laser Technology, 2016, 40(3): 456-460 (in Chinese).
- [18] YANG T, JI X L. Regions of spreading of laser beams propagating through non-Kolmogorov atmospheric turbulence [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(5): 0501001 (in Chinese).
- [19] LIU D J, LUO X X, YIN H M. Effect of optical system and turbulent atmosphere on the average intensity of partially coherent flat-topped vortex hollow beam [J]. Optik, 2017, 130(C): 227-236.
- [20] HONG X R, ZHENG Y L, TANG R A, *et al.* Propagation characteristics of a hollow Gaussian laser beam in a tapered plasma channel [J]. Physics of Plasmas, 2020, 27(4): 043109.
- [21] ALAVINEJAD M, TAHERABADI G, HADILOU N, *et al.* Changes in the coherence properties of partially coherent dark hollow beam propagating through atmospheric turbulence [J]. Optics Communications, 2013, 288(1): 1-6.
- [22] XU Y G, YANG T, DAN Y Q, *et al.* Average intensity and spreading of partially coherent dark hollow beam through the atmospheric turbulence along a slant path [J]. Optik, 2016, 127(19): 7794-7802.