

文章编号: 1001-3806(2019)03-0406-05

色散透镜系统中宽带厄米-高斯光束的焦移

谢鹏飞, 彭润伍*, 谢海情

(长沙理工大学 物理与电子科学学院, 长沙 410114)

摘要: 为了了解带宽对厄米-高斯光束的聚焦特性和焦移的影响, 采用衍射积分推导了 TEM_{11} 模和 TEM_{22} 模厄米-高斯光束通过受光阑限制色散透镜的传输公式, 并利用数值计算对聚焦光强分布进行了研究, 分析了带宽对两种模式焦移的影响。结果表明, TEM_{11} 模和 TEM_{22} 模厄米-高斯光束的焦移量都会随带宽增大而增大, 但两者的大小依赖相对带宽; 当相对带宽小于 0.25 时, TEM_{22} 模焦移量大于 TEM_{11} 模焦移量, 然而相对带宽大于 0.25 时, 后者会稍大于前者; 带宽变化使 TEM_{22} 模轴上光强主极大和次极大发生消长, 从而引起轴上光强极大位置发生跃变。该研究结果对宽带厄米-高斯光束的应用具有一定的参考价值。

关键词: 激光物理; 焦移; 色散透镜; 带宽

中图分类号: O436 文献标志码: A doi:10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2019.03.022

Focal shift of polychromatic Hermite-Gaussian beams in dispersion lens system

XIE Pengfei, PENG Runwu, XIE Haiqing

(Department of Physics and Electronic Science, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: In order to know effect of bandwidth on the focused properties and focal shift of Hermite-Gaussian (H-G) beam, propagation formula of H-G beams passing through a dispersion lens system with polychromatic TEM_{11} mode and TEM_{22} mode was obtained by using diffraction integral. The focused intensity distribution was studied by numerical calculation. The effect of bandwidth on focal shift of both modes were analyzed. The results show that the focal shifts of H-G beams with TEM_{11} mode and TEM_{22} mode increase with the increase of the bandwidth and depend on the relative bandwidth. Focal shift of TEM_{22} mode is greater than that of TEM_{11} mode when relative bandwidth is smaller than 0.25 whereas the latter is somewhat greater than the former when relative bandwidth exceeds 0.25. The principle maximum intensity and the secondary maximum intensity of TEM_{22} mode on the axis compete each other with the vary of bandwidth and then the axial primary maximum intensity transits from one place to another. The results are helpful for further application of the polychromatic H-G beams.

Key words: laser physics; focal shift; dispersion lens; bandwidth

引 言

1981 年, LI 和 WOLF 在研究光束聚焦特性时发现了焦移现象^[1-2]。光束聚焦特性和焦移现象在近几年来吸引了很多人的关注^[3-20]。已有的研究表明, 很多光束在聚焦过程中都存在焦移现象, 例如空心高斯光束、部分相干平顶光束、聚焦拉盖尔-高斯光束、部分相干拉盖尔-高斯光束^[5-6, 11, 15]。近年来, 对这一现象的研究深入到微纳光学领域^[8, 13]。例如 YU 等人

在 2012 年研究了等离子体透镜中的焦移现象^[8]。2015 年 HE 等人研究了基于 GaN 高对比度光栅的 2 维透镜中的焦移^[13]。大家熟知菲涅耳数和截断参量是影响焦移的重要参量, 近些年很多研究表明, 光束的带宽也会影响焦移^[9-10, 21-22], 这些结果给光束调控提供了一种新的方法。本文中研究了宽带厄米-高斯光束通过受光阑限制色散透镜系统的聚焦特性和焦移。首先推导了宽带厄米-高斯光束通过受光阑限制色散透镜系统的传输公式, 然后以 TEM_{11} 模和 TEM_{22} 模为例讨论了带宽对宽带厄米-高斯光束的聚焦特性和焦移的影响, 最后对所得结果进行了总结。

1 宽带厄米-高斯光束通过受光阑限制色散透镜系统的传输

考虑宽带厄米-高斯光束通过一个如图 1 所示的

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61404011); 湖南省自然科学基金资助项目(2015JJ3001)

作者简介: 谢鹏飞(1996-), 男, 硕士研究生, 主要从事光电信息技术方面的研究。

* 通讯联系人。E-mail: pengrunwu@163.com

收稿日期: 2018-06-11; 收到修改稿日期: 2018-07-08

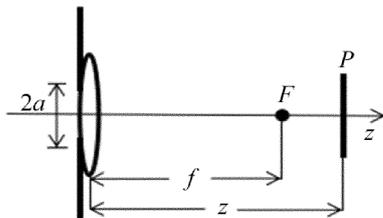


Fig. 1 Schematic illustration of an apertured dispersion lens system

受光阑限制色散透镜系统。图中, $2a$ 是矩形硬边光阑的宽, F 是焦点, f 是焦距, P 是考察面。基于惠更斯-菲涅耳衍射积分, 可以得到宽带厄米-高斯光束中每一频率分量通过受光阑限制色散透镜系统的场分布为:

$$E_{mn}(x, y, z, \omega) = \frac{ik}{2\pi B} \exp(-ikz) \times \int_{-a}^a \int_{-a}^a E_{mn}(x_0, y_0, 0, \omega) \left\{ \exp - \frac{ik}{2B} [A(x_0^2 + y_0^2) - 2(x_0x + y_0y) + D(x^2 + y^2)] \right\} dx_0 dy_0 \quad (1)$$

式中, $E_{mn}(x_0, y_0, 0, \omega)$ 为初始入射光束, ω 是频率, k 是波数, m 和 n 是模指数, (x_0, y_0) 是初始横截面坐标, (x, y, z) 是考察点坐标。 $ABCD$ 为光束传输矩阵中的矩阵元, 且传输矩阵为:

$$M = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - z/f(\lambda) & z \\ -1/f(\lambda) & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, 色散透镜的焦距为 $f(\lambda) = (n_0 - 1)f_0/[n(\lambda) - 1]$, 其中 n_0 和 f_0 是与中心波长 λ_0 相关的折射率和焦距, $n(\lambda)$ 是与波长 λ 相关的折射率, λ 是波长。考虑图 1 中色散透镜的材料为熔石英, 折射率 $n(\lambda)$ 定义见参考文献[23]。

假设初始入射光束可以表示为 $E_{mn}(x_0, y_0, 0, \omega) = E_{mn}(x_0, y_0, 0)f(\omega)$, 其中 $E_0(x_0, y_0, 0)$ 是入射光束的空间模式:

$$E_{mn}(x_0, y_0, 0) = H_m\left(\sqrt{2} \frac{x_0}{w_0}\right) H_n\left(\sqrt{2} \frac{y_0}{w_0}\right) \times \exp\left[-\frac{ik}{2q_0}(x_0^2 + y_0^2)\right] \quad (3)$$

式中, $H_m()$ 和 $H_n()$ 为厄米多项式, w_0 是与基模高斯光束相关的束腰宽度, 另有:

$$\frac{1}{q_0} = -i \frac{\lambda}{\pi w_0^2} = \frac{2}{ikw_0^2} \quad (4)$$

$f(\omega)$ 是光束的频谱分布。考虑 $f(\omega)$ 在 $z=0$ 处为高斯分布, 即:

$$f(\omega) = \frac{a_c}{\sqrt{2}\omega_0\gamma} \exp\left[-\frac{a_c^2(\omega - \omega_0)^2}{\omega_0^2\gamma^2}\right] \quad (5)$$

式中, $\gamma = \Delta\omega/\omega_0$ 是相对带宽, ω_0 是中心频率, 高斯型

频谱对应参量 $a_c = (2\ln 2)^{1/2}$ 。

宽带光束通过受光阑限制的色散透镜后, 光场分布由(1)式得到:

$$E_{mn}(x, y, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E_{mn}(x, y, z, \omega) \times \exp(i\omega t) d\omega \quad (6)$$

式中, $t = z/c$, c 是光速。

为简单起见, 只考虑 1 维情况, 2 维情况可以类似得到。因此通过对空间部分积分后, 得到 TEM_{11} 模和 TEM_{22} 模厄米-高斯光束的空间场分布为:

$$E_{11}(x, z) = \frac{2S}{T^2} \left\{ \exp\left[-\left(\sqrt{\alpha T} + \frac{Qx}{w_0}\right)^2\right] - \exp\left[-\left(\sqrt{\alpha T} - \frac{Qx}{w_0}\right)^2\right] + \frac{\sqrt{\pi} Q W_x x}{w_0} \right\} \quad (7)$$

$$E_{22}(x, z) = \frac{S}{T^3} \left\{ -4\left(\sqrt{\alpha T} - \frac{Qx}{w_0}\right) \times \exp\left[-\left(\sqrt{\alpha T} + \frac{Qx}{w_0}\right)^2\right] - 4\left(\sqrt{\alpha T} + \frac{Qx}{w_0}\right) \times \exp\left[-\left(\sqrt{\alpha T} - \frac{Qx}{w_0}\right)^2\right] + \sqrt{\pi} W_x \left[2 - T + 4Q^2\left(\frac{x}{w_0}\right)^2\right] \right\} \quad (8)$$

其中,

$$T = 1 - \frac{i\pi F_w(z-f)/f}{z/f} \quad (9)$$

$$Q = \frac{i\pi F_w}{T^{1/2}z/f} \quad (10)$$

$$S = \frac{iF_w}{z/f} \exp\left[\left(Q^2 - \frac{i\pi F_w}{z/f}\right)\left(\frac{x}{w_0}\right)^2\right] \quad (11)$$

$$W_x = \operatorname{erf}\left(\sqrt{\alpha T} - \frac{Qx}{w_0}\right) + \operatorname{erf}\left(\sqrt{\alpha T} + \frac{Qx}{w_0}\right) \quad (12)$$

式中, $\alpha = (a/w_0)^2$ 和 $F_w = w_0^2/(\lambda f)$ 分别是截断参量和光束相关的菲涅耳数, $\operatorname{erf}()$ 是误差函数。最后由 $I_{mn}(x, z, t) = |E_{mn}(x, z, t)|^2$ 得到宽带厄米-高斯光束通过色散透镜的光强分布。

2 计算分析和结果讨论

2.1 TEM_{11} 模厄米高斯光束的聚焦特性和焦移

基于前面推导得到的结果, 下面通过数值计算例研究了带宽对 TEM_{11} 模厄米-高斯光束通过受光阑限制色散透镜系统的聚焦特性和焦移的影响。以下的计算示例中, 因为仅考虑极大光强的变化, 只讨论了 $t = z/c$ 的光强分布。图 2 是 γ 分别为 0.05, 0.1, 0.15 时宽带 TEM_{11} 模厄米-高斯光束聚焦场的光强分布灰度

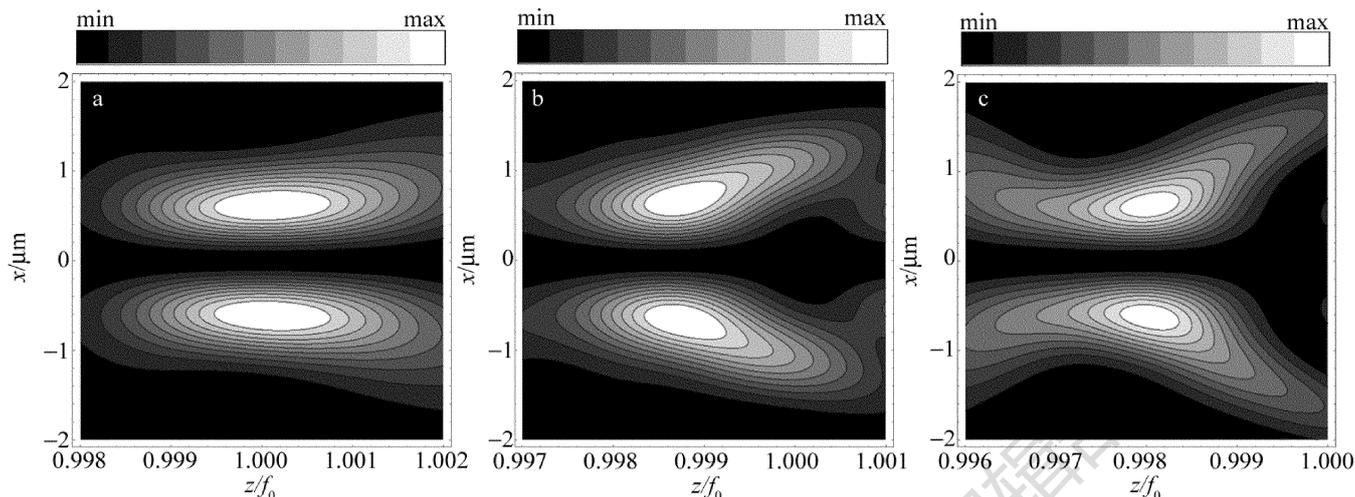


Fig. 2 Focused fields grayscale images of polychromatic TEM₁₁ mode H-G beams
a— $\gamma=0.05$ b— $\gamma=0.1$ c— $\gamma=0.15$

图。计算参量为 $f_0 = 1.6\text{mm}$, $\lambda_0 = 800\text{nm}$, $\alpha = 4$, $F_w = 196$ 。下面计算示例的计算参量相同。图 2a 表明, 带宽较小时, 光强极大几乎就在几何焦点上; 然而当带宽增大时, 光强极大就会偏离几何焦点, 如图 2b 所示; 当带宽进一步增大, 这一效应更明显, 如图 2c 所示。图 2 的结果表明, 带宽影响宽带 TEM₁₁ 模厄米-高斯光束聚焦场分布和实际焦点位置, 光强极大与几何焦点的距离随着带宽的增大而增大。

为清楚看出光强极大的位置变化, 图 3 中给出了相对焦移 $\Delta z = (z - f_0)/f_0$ 随相对带宽的变化。从图中可以看出, 在所讨论范围内, 两者呈现线性关系, 相对带宽越大光强极大位置变化越明显。例如 $\gamma=0.2$ 时, $|\Delta z| = 0.0029$, $\gamma=0.4$ 时, Δz 增大为 0.0063。焦移由光束的衍射现象引起^[1-2], 宽带光束中不同频率分量衍射程度不一样导致焦移随带宽发生变化。

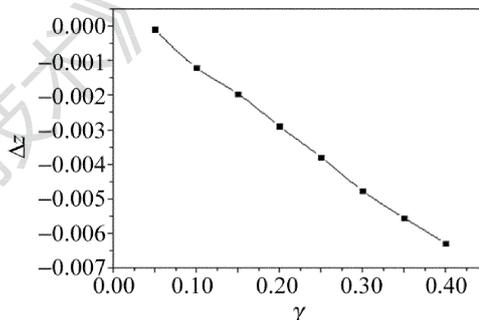


Fig. 3 The relative focal shift of polychromatic TEM₁₁ mode H-G beams vs. the relative bandwidth

2.2 TEM₂₂ 模厄米高斯光束的聚焦特性和焦移

图 4 是 γ 分别为 0.05, 0.1, 0.15 时宽带 TEM₂₂ 模厄米-高斯光束通过受光阑限制色散透镜的光强分布灰度图。光强极大位置变化类似 TEM₂₂ 模厄米-高斯光束, 即带宽增大时光强极大就会偏离几何焦点, 并且

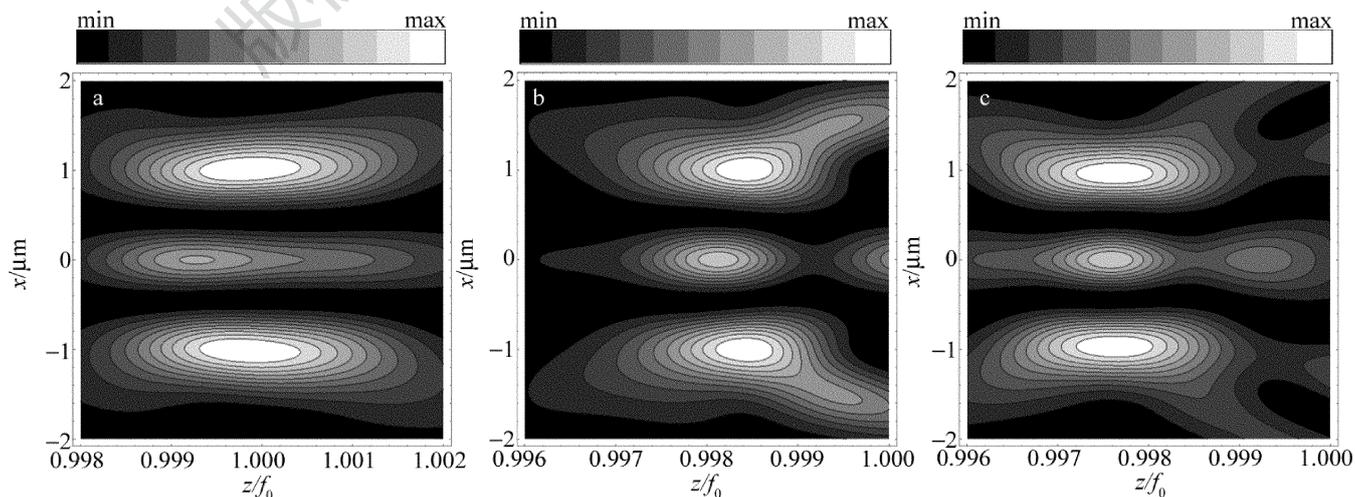


Fig. 4 Focused field grayscale images of polychromatic TEM₂₂ mode H-G beams
a— $\gamma=0.05$ b— $\gamma=0.1$ c— $\gamma=0.15$

光强极大与几何焦点的距离随着增大。

在图 5 中给出了宽带 TEM₂₂ 模厄米-高斯光束的相对焦移 Δz 随相对带宽的变化,为便于比较,图中保留了宽带 TEM₁₁ 模厄米-高斯光束的曲线。图中结果表明,两者相对焦移随相对带宽的变化是一样的。但有趣的是,宽带 TEM₂₂ 模厄米-高斯光束的相对焦移绝对值 $|\Delta z|$ 并不是一直大于 TEM₁₁ 模的 $|\Delta z|$ 。从计算结果看: $\gamma < 0.25$ 时,前者大于后者;而 $\gamma > 0.25$ 后,后者会稍大于前者。例如, $\gamma = 0.15$ 时,TEM₂₂ 模的 $|\Delta z| = 0.00237$,而 TEM₁₁ 模的 $|\Delta z| = 0.00196$,前者比后者大 17.3%;当 $\gamma = 0.35$ 时,两者分别为 0.00549 和 0.00556,后者反而比前者大 1.3%。只不过后者比前者大时两者的差距很小,并随着带宽增大,差距趋于零。

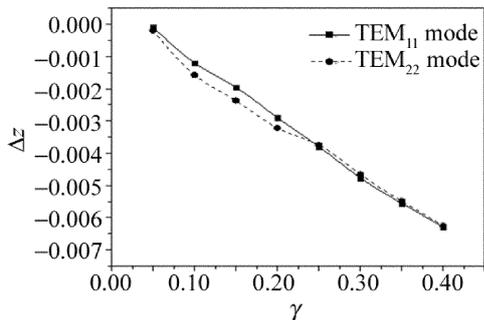


Fig. 5 The relative focal shift of polychromatic TEM₁₁ mode H-G beams and TEM₂₂ mode H-G beams vs. the relative bandwidth

作者认为:图 5 中的这种变化主要是由宽带 TEM₂₂ 模厄米-高斯光束轴上光强变化引起。从图 4c 可以看出,轴上有两个光强极大,即光强主极大和光强次极大,且光强主极大位于图中左边而光强次极大位于右边。然而当 γ 由图 4c 中的 0.15 增大到图 6 中的 0.22,光强主极大位于图中右边而光强次极大位于左

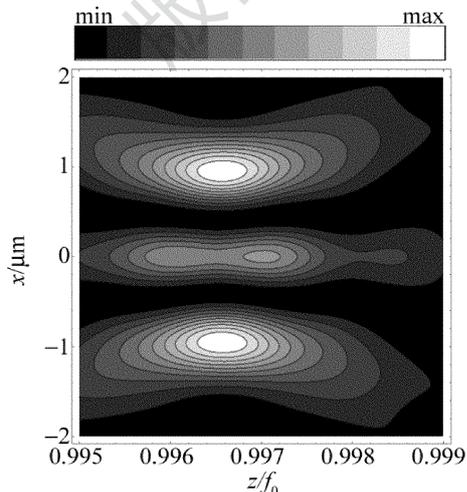


Fig. 6 Focused fields grayscale images of polychromatic TEM₂₂ mode H-G beams when $\gamma = 0.22$

边,与图 4c 相反,即轴上的光强主极大从一个位置跃变到另一个位置。这一变化影响了宽带 TEM₂₂ 模厄米-高斯光束的聚焦光强分布,从而导致了在 γ 较大时,TEM₁₁ 模和 TEM₂₂ 模的焦移不一样。

3 结论

作者研究了宽带 TEM₁₁ 模和 TEM₂₂ 模厄米-高斯光束通过受光阑限制色散透镜的聚焦特性和焦移。通过数值计算例分析讨论了带宽对光强分布和光强极大位置的影响,结果表明,带宽也是影响焦移的重要因素。TEM₁₁ 模和 TEM₂₂ 模的焦移量都会随带宽的增大而增大。然而两者焦移量之间的相对大小并不确定,前者既可能大于后者,也可能小于后者。这一现象主要缘于带宽变化会导致 TEM₂₂ 模厄米-高斯光束轴上光强主极大从一个位置跃变到另一个位置。文中的研究结果有助于宽带厄米-高斯光束的应用。

参考文献

- [1] LI Y, WOLF E. Focal shifts in diffracted converging spherical waves [J]. Optics Communications, 1981, 39(4): 211-215.
- [2] LI Y, WOLF E. Focal shift in focused truncated Gaussian beams [J]. Optics Communications, 1981, 42(3): 151-156.
- [3] MARTÍNE-CORRAL M, CABALLERO M T, MUÑOZ-ESCRIVÁ L, et al. Focal-shift formula in apodized non-telecentric focusing systems [J]. Optics Letters, 2001, 26(19): 1501-1504.
- [4] KEIR C N, ELIO A A, STEVEN M B. Measurement of the effective focal shift in an optical trap [J]. Optics Letters, 2005, 30(22): 1318-1320.
- [5] GHAFARY B, SIAMPOOR H, ALAVINEJAD M. Focal shift for off-axial partially coherent flat topped beams passing a thin lens [J]. Optics & Laser Technology, 2010, 42(5): 755-759.
- [6] YUN M J, LIANG W, KONG W J, et al. Transverse superresolution and focal shift with rotational tunable phase mask [J]. Optics Communications, 2010, 283(10): 2079-2083.
- [7] ALAVINEJAD M, ROWSHANI A R, GHAFARY B. Focal shift and focal switch of phase-lock partially coherent flat-topped array beams passing through an aligned and misaligned lens system with aperture [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(9): 1341-1349.
- [8] YU Y T, ZAPPE H. Theory and implementation of focal shift of plasmonic lenses [J]. Optics Letters, 2012, 37(9): 1592-1594.
- [9] PENG R W, LI L, LI Y J, et al. Positive and negative focal shifts of an apertured supercontinuum laser with rectangular spectrum [J]. Optics Communications, 2012, 298/299(1): 34-36.
- [10] PENG R W, LI L, LI Y J, et al. Effect of spectrum property on a focused supercontinuum laser [J]. Optics Communications, 2013, 309(15): 26-29.
- [11] REN Zh Ch, QIAN Sh X, TU Ch H, et al. Focal shift in tightly focused Laguerre-Gaussian beams [J]. Optics Communications, 2015, 334(1): 156-159.
- [12] PENG Ch B. Observation of focal point shift in solid immersion mirror [J]. Optics Express, 2015, 23(2): 1498-1504.

- [13] HE Sh M, WANG Zh H, LIU Q F, *et al.* Study of focal shift effect in planar GaN high contrast grating lenses [J]. *Optics Express*, 2015, 23(23): 29360-29368.
- [14] MA R, LI Y T, LIU Y M, *et al.* Focal shift of nano-optical lens affected by periodic resonance with substrate [J]. *IEEE Photonics Journal*, 2016, 8(6): 4502309.
- [15] ZHANG M H, CHEN Y H, LIU L, *et al.* Focal shift of a focused partially coherent Laguerre-Gaussian beam of all orders [J]. *Journal of Modern Optics*, 2016, 63(21): 2226-2264.
- [16] ZHANG M H, CHEN Y H, CAI Y J, *et al.* Effect of the correlation function on the focal shift of a partially coherent beam [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 2016, A33(12): 2509-2515.
- [17] PENG J, CUI Zh F, QU J. Solution and focus property of the non-paraxial vector beams in the parabolic coordinates [J]. *Laser Technology*, 2014, 38(5): 703-708 (in Chinese).
- [18] ZHAO Q, HAO H Y, FAN H Y, *et al.* Focusing characteristics of partially coherent cosh-Gaussian beams propagating through turbulent atmosphere [J]. *Laser Technology*, 2016, 40(5): 750-755 (in Chinese).
- [19] ZHANG B Y, PENG R W, ZHANG W. Bandwidth-induced focal switch in broadband laser with rectangular spectrum [J]. *Laser Technology*, 2017, 41(1): 138-140 (in Chinese).
- [20] ZHAO J H, WANG Q, ZHU B W, *et al.* Compact focusing properties of radial vector beam with vortex phase encoding [J]. *Laser Technology*, 2017, 41(2): 187-190 (in Chinese).
- [21] JI X L, ZHANG E T, LÜ B D. Spreading of spatially partially coherent polychromatic beams in atmospheric turbulence [J]. *Optik*, 2008, 119(14): 689-694.
- [22] MAO H D, ZHAO D M. Second-order intensity-moment characteristics for broadband partially coherent flat-topped beams in atmospheric turbulence [J]. *Optics Express*, 2010, 18(2): 1741-1755.
- [23] MALITSON I H. Interspecimen comparison of the refractive index of fused silica [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1965, 55(10): 1205-1209.