

文章编号: 1001-3806(2019)02-0269-06

改进非下采样轮廓波在散斑条纹中的滤波处理

曹国强, 刘禹廷, 王琳霖

(沈阳航空航天大学 工程训练中心, 沈阳 110136)

摘要: 为了改进传统多尺度变换滤波在电子散斑干涉(ESPI)条纹图中去噪效果和边缘细节保护不理想问题, 提出改进非下采样轮廓波(NSCT)滤波算法。采用离散平稳小波变换和 NSCT 变换模型, 联合非线性扩散和改进的快速非局部均值滤波算法, 进行了理论分析和实验验证, 取得了将本文中算法应用于模拟和实验 ESPI 条纹图滤波效果定量分析的数据。结果表明, 本文中的算法在模拟 ESPI 条纹图和实验图相比其它算法散斑指数最小分别为 0.41121, 0.38043, 0.35362, 对应峰值信噪比最大; 该算法在提升去噪能力的同时, 能够更好地恢复条纹细节信息。研究结果为以后应用多尺度变换滤波在 ESPI 条纹图打下了基础。

关键词: 图像处理; 电子散斑干涉技术; 多尺度变换; 非下采样轮廓波; 快速非局部均值滤波

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A **doi:**10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2019.02.022

Improvement of filtering processing of nonsubsampling contourlet transform in speckle stripes

CAO Guoqiang, LIU Yuting, WANG Linlin

(Engineering Training Studio, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

Abstract: In order to improve the denoising effect and the edge detail protection of traditional multi-scale transform filtering in the fringe pattern of electronic speckle pattern interferometry (ESPI), an improved nonsubsampling contourlet transform (NSCT) filtering algorithm was proposed. Discrete stationary wavelet transform and NSCT model were adopted with nonlinear diffusion and improved fast non local mean filtering algorithm. The algorithm was applied to the quantitative analysis of simulated and experimental ESPI fringe pattern filtering results. After theoretical analysis and experimental verification, the results show that, the minimum speckle index of the algorithm in this paper is 0.41121, 0.38043 and 0.35362 respectively in simulated and experimental ESPI fringe pattern. The peak signal-to-noise ratio is the largest. This algorithm improves the ability of denoising and recovers the details of stripes. The results lay the foundation for the application of multi-scale transform filtering in ESPI fringe pattern.

Key words: image processing; electronic speckle pattern interferometry; multi-scale transformation; nonsubsampling contourlet transform; fast nonlocal mean filtering

引言

光学测量技术已经广泛应用在科研和工程领域, 其中电子散斑干涉(electronic speckle pattern interferometry, ESPI)技术以其高精度、高灵敏性、非接触性等特点, 成为光学测量技术的重要方法^[1-2]。通常使用相

移法和单幅散斑干涉条纹图方法来测量物体位移与前后变形的相位信息。相移法相位条纹图和单幅散斑干涉条纹图都存在大量散斑高频噪声, 为以后相位信息的提取带来干扰, 并会影响最终测量。因此, 对散斑条纹图噪声有效抑制是 ESPI 应用的重要基础^[3-5]。

频域变换和时域变换是目前散斑干涉条纹图滤波主要方法。条纹图像模糊和散斑噪声容易影响条纹方向的判断, 是目前制约空域变换滤波的主要问题^[6]。频域滤波中的傅里叶变换易造成条纹模糊, 小波变换滤波能力不足, 不过近年来随着多尺度变换发展, 其在 ESPI 滤波中有了更广泛应用。多尺度变换是小波变换的深化, 它更能表达线和面的奇异性, 是一种“超小

基金项目: 辽宁省教育厅资助项目(L201714); 辽宁省自然科学基金资助项目(20170540711)

作者简介: 曹国强(1969-), 男, 教授, 博士, 硕士生导师, 主要研究方向为无损检测及图像处理。

E-mail: 18004023699@163.com

收稿日期: 2018-05-02; 收到修改稿日期: 2018-05-29

波”变换^[7]。LI 等人提出将乘性噪声变成加性噪声引进曲波(curvelet)变换,并应用在 ESPI 条纹图中进行滤波^[8]。REN 提出应用 curvelet 变换在条纹图滤波中,并考虑尺度系数间的相关性,确定新的阈值函数^[9]。XU 等人提出将 2 阶方向偏微分方程和剪切波(shearlet)变换结合,应用在 ESPI 滤波中^[10-11]。

非下采样轮廓波(nonsampled contourlet transform, NSCT)变换在图像去噪领域已经广泛应用。LIU 等人提出将 NSCT 应用在医学图像中,对低频子带的系数采用线性变换,对高频子带的系数采用自适应阈值方法进行去噪^[12]。LI 等人提出使用 NSCT 变换并利用贝叶斯阈值去噪,应用在自然图像处理中^[13]。TIAN 等人提出利用 NSCT 变换将雷达图像(synthetic aperture radar, SAR)分解均匀区域和细节区域,最后分别进行去噪处理^[14]。CHEN 等人提出使用隐马尔可夫树模型(hidden Markov tree model, HMT)结合 NSCT 应用在遥感图像去噪中^[15]。

综上所述,NSCT 变换在散斑条纹图去噪里应用较少,传统的 NSCT 变换对细节捕捉能力较差^[16],且 curvelet 变换冗余度较大,在直角坐标系下,分离图像执行线性变换变得困难^[17]。参考文献[18]中使用 NSCT 对水下图像进行了处理,在低频分量采用了传统非局部均值滤波算法,利用图像区域信息来完成去噪,保护边缘细节及纹理信息,去噪效果较好,但是权值的计算耗费算法时间^[18]。本文中基于上述不足问题,提出采用离散平稳小波变换进行预处理,建立基于离散平稳小波(stationary wavelet transform, SWT)变换的 NSCT 变换模型,结合非线性扩散滤波和快速非局部均值滤波^[19],完成联合滤波处理,最后进行小波低频最大值融合。

1 基本原理

基于 SWT 变换的 NSCT 分解的低频图像能更好保留图像完整信息,将适应于高信噪比的偏微分方程的非线性扩散滤波应用在低频图像,使低频图像在去噪的同时也保持图像结构完整,最高尺度高频图像更好表达图像细节,利用快速非局部均值滤波的高效和冗余性,在保持高频图像细节的同时也减少滤波时间,最后为了表达完整高低频图像信息,进行小波低频最大值融合。

1.1 SWT 变换

离散平稳小波具有冗余性,更能捕捉图像的特征与细节,它在每两个滤波器系数间插入零值来实现滤

波器的延展,具有平移不变性,可避免 Gibbs 振荡的问题。分解公式为:

$$\begin{cases} c_{j,k} = \sum_q h_{0,j}(q-2k)c_{j-1,q} \\ d_{j,k} = \sum_q h_{1,j}(q-2k)d_{j-1,q} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $c_{j,k}$ 为近似部分系数; $d_{j,k}$ 为细节系数; j 为离散化尺度系数, k 为离散化平移系数。 $h_{0,j} = \langle \varphi_{1,0}, \varphi_{0,k} \rangle$, $h_{1,j} = \langle \Psi_{1,0}, \Psi_{0,k} \rangle$; $h_{0,j}$ 和 $h_{1,j}$ 为分别在 h_0, h_1 中间插入 $2^j - 1$ 个 0; $\Psi_{1,0}$ 和 $\Psi_{0,k}$ 是小波函数; $\varphi_{1,0}$ 和 $\varphi_{0,k}$ 是尺度函数; $q = 0, 1, \dots, Q - 1$, Q 为信号长度。

1.2 NSCT 变换

轮廓波(contourlet)变换由于不具有平移不变性,容易造成频谱混叠,所以将非下采样思想引入 contourlet 变换,其中包括非下采样塔式滤波器组(nonsampled pyramid, NSP)和非下采样方向滤波器组(nonsampled directional filter bank, NSDFB)。NSCT 变换步骤为:(1)将原图像进行 NSP 分解,得到低频和高频两部分;(2)用 NSDFB 分解将高频图像分成若干方向;(3)组合两个滤波器,实现 NSCT 分解。

1.3 基于偏微分方程的非线性扩散滤波

PERONA 和 MALIK 提出 PM 方程理论^[20],后人经过改进,Alvarez 扩散模型代替传统扩散模型,该模型沿着边缘扩散,可以更好地保护边缘^[21]。Alvarez 模型为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) \\ u(x, y, 0) = I(x, y) \end{cases} \quad (2)$$

式中, u 为图像灰度, ∇u 为图像灰度的梯度, t 为时间参量, $I(x, y)$ 是初始图像像素点 (x, y) 处的灰度值, $u(x, y, 0)$ 为初始状态下图像灰度, K 为梯度阈值。

利用 Tukey's biweight 函数代替传统扩散函数,使扩散具有自适应性,数学模型为:

$$g(x) = \begin{cases} x \times \left[1 - \left(\frac{x}{K} \right)^2 \right], & (|x| \leq K) \\ 0, & (\text{other}) \end{cases} \quad (3)$$

将 Alvarez 扩散模型与 g 函数结合,得到新的数学模型为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = g(|\nabla G_\varepsilon * u|) |\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) \quad (4)$$

式中, G_ε 为高斯核, ε 为尺度参量,*为卷积符号。

利用中心差法,将新的数学模型转化图像扩散项为:

$$|\nabla u| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) = g(|\nabla G_\varepsilon * u|) \cdot \frac{I_{xx}I_y^2 - 2I_{xy}I_xI_y + I_{yy}I_x^2}{I_x^2 + I_y^2} \quad (5)$$

离散形式为:

$$I_{i,o}^{p+1} = I_{i,o}^p + \Delta t \times \left[g(|\nabla G_\varepsilon * u|) \cdot \frac{I_{xx}I_y^2 - 2I_{xy}I_xI_y + I_{yy}I_x^2}{I_x^2 + I_y^2} \right] \quad (6)$$

式中, Δt 为迭代时间步长, p 为迭代次数, $I_{i,o}$ 为像素点 (i,o) 的灰度值, I_x 和 I_{xx} 为初始图像 I 对 x 的 1 阶偏导数和 2 阶偏导数, I_y 和 I_{yy} 为初始图像 I 对 y 的 1 阶偏导数和 2 阶偏导数, I_{xy} 为初始图像 I 首先对 x 的 1 阶偏导数, 再对 y 的 1 阶偏导数。

1.4 快速非局部均值滤波

传统非局部均值滤波利用图像冗余信息和自相似性质, 在滤波同时, 保留图像边缘细节及纹理信息, 获得明显效果^[22]。

它的主要思想是当前像素的估计值由与它具有相似邻域结构的像素加权平均得到, 突破局部信息的限制, 在整个图像进行寻找对应像素值。具体实现办法是每个像素的权值用以它为中心的图像区域与以当前像素为中心的图像区域之间的相似程度来确定, 相似程度由高斯加权欧氏距离得到, 最后由权值获得加权平均值, 进而估计当前像素值。令含有噪声图像为: $v(c) = \{u(c), c \in A\}$, 其中 A 是噪声图像, 条纹图去噪图像像素加权平均值为:

$$v(c) = \sum_{f \in c} w(c,f) u(f) \quad (7)$$

式中, $w(c,f)$ 为权值, 它是分别以 c 和 f 为中心的图像区域相似性来得到的。数学模型为:

$$w(c,f) = \frac{1}{z(c)} \exp \left[- \frac{\|v(N_c) - v(N_f)\|_{2,\sigma}^2}{h} \right] \quad (8)$$

式中, σ 为噪声标准偏差; $0 \leq w(c,f) \leq 1$ 且 $\sum w(c,f) = 1$; h 为控制指数函数衰减的去噪参量; N 为图像区域; $z(c)$ 为标准化常数; $v(N_c)$ 是以 c 为中心的区域, $v(N_f)$ 是以 f 为中心的区域。 $\|v(N_c) - v(N_f)\|_{2,\sigma}^2$ 为高斯加权欧氏距离, 用来计算 $v(N_c)$ 和 $v(N_f)$ 的相似程度。

FROMENT 等人提出构造一个关于像素差值的积分图像, 从而降低两邻域相似性计算时间, 进而降低算法复杂度, 缩短算法时间。设图像共有 M 个像素点, 搜索窗口大小为 $D \times D$, 两邻域窗口大小相等为 $d \times d$, 两

邻域窗口在搜索窗口中滑动, 算法复杂度为 $O(d^2)$, 对于搜索窗口需计算 D^2 个像素点相似性, 所以整个图像算法复杂度为 $O(MD^2d^2)$ 。构造像素差值积分图像:

$$S_l(x) = \sum_{z_1 \leq x_1, z_2 \leq x_2} s_l(z), (x = (x_1, x_2)) \quad (9)$$

式中, $S_l(x) = \|V(x) - V(x+l)\|^2$, 所以计算两邻域 $V(x)$ 和 $V(y)$ ($y = x+l$) 欧氏距离, 在常量时间内完成时, 算法复杂度降到 $O(MD^2)$:

$$\|V(x) - V(y)\|^2 = \frac{1}{d^2} [S_l(x_1 + d_r, x_2 + d_r) + S_l(x_1 - d_r - 1, x_2 - d_r - 1) - S_l(x_1 + d_r, x_2 - d_r - 1) - S_l(x_1 - d_r - 1, x_2 + d_r)] \quad (10)$$

式中, l 为两邻域平移量, $S_l(x)$ 为区域积分图像, $s_l(z)$ 为区域点的积分图像, d_r 表示邻域窗口半径, x_1 为行像素值, x_2 为列像素值, d^2 为邻域窗口像素点个数。

1.5 基于 SWT 的 NSCT 变换联合时域滤波算法步骤

(1) 采用 SWT 变换分解 ESPI 条纹图, 分解成近似图像; (2) 采用 NSCT 变换将近似图像分解成低频图像和高频细节图像; (3) 选取低频图像和最高尺度高频细节图像; (4) 对低频图像进行非线性扩散滤波, 和高频细节图像进行快速非局部均值滤波, 最后进行小波图像低频最大值融合。

图 1 为选取 ESPI 条纹图基于本文算法步骤处理图像。本例中采用 SWT 分解中 sym 小波基单层分解, NSCT 采用 maxflat 非下采样塔式分解和 dmaxflat7 非下采样方向滤波器组, 尺度为 2, 方向为 1, 向量形式为 $[0,0]$ 。对低频图像采用基于偏微分方程非线性扩散滤波, 采用梯度阈值 $k=40$; 迭代次数 $p=40$ 的 3 次非线性扩散滤波。对高频细节图像采用基于快速非局部均值滤波, 邻域窗口半径 $d_r=2$; 搜索窗口半径 $D_r=5$; 控制指数函数衰减的去噪参量 $h=10$, 最后采用小波低频最大值融合图像。

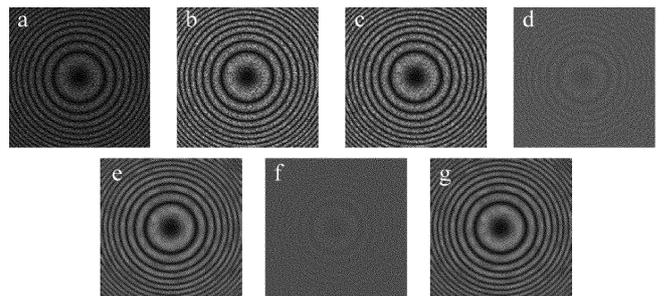


Fig. 1 Filter step image by the algorithm of this article
a—ESPI noise fringe b—SWT approximate image c—NSCT low-frequency image d—NSCT high frequency detail image e—low frequency filter image f—high frequency filter image g—wavelet image fusion

2 滤波方法实验验证

2.1 滤波效果定量评价

滤波图像在视觉评价效果的基础上,还需要参量定量评价,本文中采用散斑指数 I_s 和峰值信噪比 (peak signal-to-noise-ratio, PSNR) P_{SNR} 定量评价指标。

I_s 表示为:

$$I_s = \frac{1}{ab} \sum_i^a \sum_o^b \frac{\sigma(i,o)}{\mu(i,o)} \quad (11)$$

式中, a 和 b 表示图像大小, $\mu(i,o)$ 和 $\sigma(i,o)$ 分别为像素点 (i,o) 灰度值平均值和标准差。 I_s 表示噪声抑制能力,参量越小,抑制能力越强。

P_{SNR} 表示为:

$$P_{SNR} = 10 \lg \frac{255^2}{\frac{1}{ab} \sum_{i=1}^a \sum_{o=1}^b [I(i,o) - I_0(i,o)]} \quad (12)$$

式中, $I_0(i,o)$ 和 $I(i,o)$ 分别为像素点 (i,o) 前后图像灰度值。 P_{SNR} 表征图像信息保持能力, P_{SNR} 越大,表示图像信息保持越完整。

2.2 滤波实验结果与分析

为验证本文中算法有效性,分别对计算机模拟和实验 ESPI 条纹图,进行小波软阈值、curvelet 硬阈值和快速傅里叶变换滤波 3 种滤波算法对比。在计算机模拟图添加随机散斑噪声。对计算机模拟图和实验图采用小波基为 sym,进行单层分解,NSCT 采用 maxflat 非下采样塔式分解和 dmaxflat7 非下采样方向滤波器组。模拟图像大小 a 和 b 分别为 500,如图 2 所示,ESPI 条纹图相位公式为:

$$\begin{aligned} \phi(i,o) = & 30 \exp \left[- \frac{(i - 0.1a)^2 + (o - 0.2b)^2}{40000} \right] + \\ & 20 \left(\frac{o - 0.5a}{200} \right)^2 + \\ & 50 \exp \left[- \frac{(i - 0.2a)^2 + (o - 0.2b)^2}{30000} \right] \quad (13) \end{aligned}$$

对低频图像采用 3 次非线性扩散滤波,对高频图像采用 2 次快速非局部均值滤波,最后完成小波低频最大值图像融合。

如图 3 所示,ESPI 条纹图相位公式为:

$$\begin{aligned} \phi(i,o) = & 90 \exp \left[- \frac{(i - 0.2a)^2 + (o - 0.5b)^2}{30000} \right] - \\ & 70 \exp \left[- \frac{(i - 0.45a)^2 + (o - 0.75b)^2}{18000} \right] - \\ & 60 \exp \left[- \frac{(i - 0.8a)^2 + (o - 0.25b)^2}{10000} \right] \quad (14) \end{aligned}$$

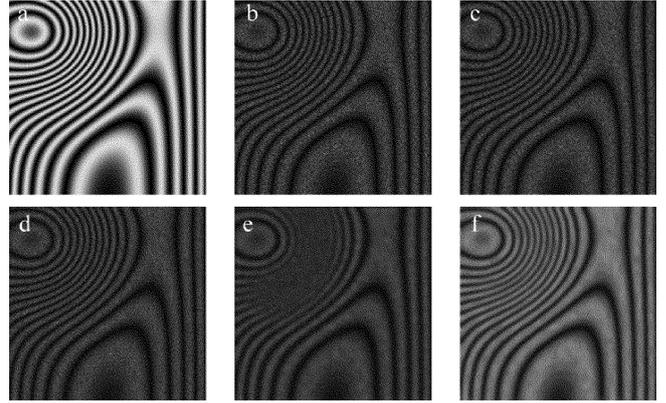


Fig. 2 Comparison of filtering results of ESPI sparse stripe patterns a—original image b—noise image c—wavelet filtering image d—curvelet filtering image e—fast fourier transform filtering image f—filtering image of this article algorithm

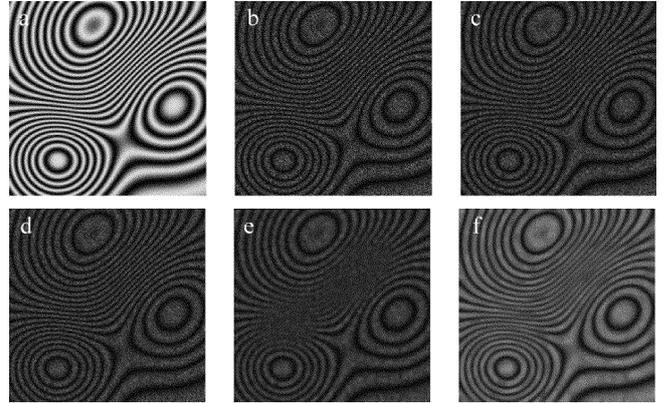


Fig. 3 Comparison of filtering results of ESPI dense stripe patterns a—original image b—noise image c—wavelet filtering image d—curvelet filtering image e—fast fourier transform filtering image f—filtering image of this article algorithm

对低频图像采用 3 次非线性扩散滤波,对高频图像采用 2 次快速非局部均值滤波,最后完成小波低频最大值图像融合。

图 4 为实验得到 ESPI 减条纹图像,它是周边固支

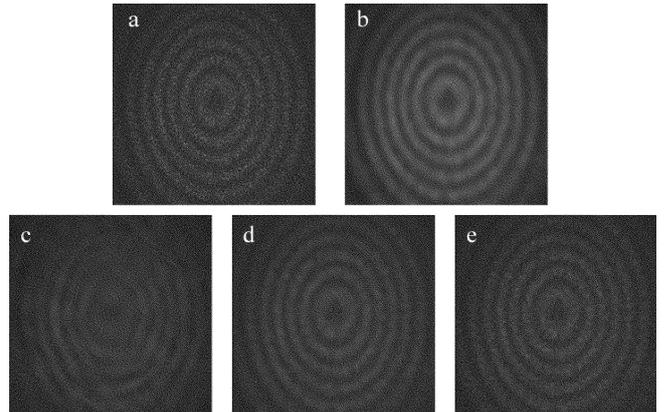


Fig. 4 Comparison of filter results of experimental ESPI stripe patterns a—experimental image b—filtering image of this article algorithm c—curvelet filtering image d—fast Fourier transform filtering image e—wavelet filtering image

Table 1 Comparison of parameters P_{SNR} of simulated ESPI stripe patterns

ESPI stripe pattern	P_{SNR}/dB			
	wavelet filtering	curvelet filtering	fast fourier filtering	this article filtering
Fig. 2	7.4213	7.3721	7.1991	11.5070
Fig. 3	6.5590	6.5354	6.5826	8.2018

Table 2 Comparison of I_s parameter of simulation and experiment ESPI stripe patterns

ESPI stripe pattern	I_s			
	wavelet filtering	curvelet filtering	fast fourier filtering	this article filtering
Fig. 2	0.50293	0.55251	0.41288	0.41121
Fig. 3	0.55296	0.58528	0.42824	0.38043
Fig. 4	0.40394	0.36153	0.39584	0.35362

的圆盘受集中力作用。对低频图像采用 1 次非线性扩散滤波,对高频图像采用 1 次快速非局部均值滤波,最后完成小波低频最大值图像融合。

从表 1 可以看出,图 2 和图 3 中,本文中算法 P_{SNR} 值分别为 11.5070dB 和 8.2018dB,相较其它 3 种算法, P_{SNR} 值最大,对细节保护能力最强。从表 2 可以看出,对于模拟和实验图,本文中算法的散斑指数为 0.41121,0.38043,0.35362,散斑指数最小,噪声点存留较少。从视觉上来看,curvelet 方法有明显“交错划痕”现象,小波方法有明显噪声,快速傅里叶变换滤波会造成较密条纹处的模糊,本文中算法处理图像效果较清晰。综上所述,在计算机模拟和实验条纹图里,本文中算法从综合评价上来看,滤波效果最佳,有明显优势。

3 结论

考虑传统 NSCT 变换对细节捕捉能力较差问题,提出应用 SWT 与 NSCT 相结合来处理 ESPI 条纹图,选取最高尺度高频图像。根据低频图像高信噪比特点,利用非线性扩散滤波保持边缘特点,进行滤波处理。根据高频图像细节的特点,利用快速非局部均值滤波冗余性特点,进行滤波处理。最后进行小波低频最大值融合。

(1)本文中算法在模拟和实验图像里,相比于快速傅里叶滤波、curvelet 变换滤波和小波软阈值滤波,不但噪声得到明显抑制,也能更好保持图像信息。

(2)本文中算法为频域和时域联合滤波,相比于频域滤波具有明显优势。

该研究为以后应用多尺度变换滤波在 ESPI 条纹图打下基础。

参 考 文 献

- [1] XU W J, TANG Ch. Two parabolic-hyperbolic oriented partial differential equations for denoising in electronic speckle pattern interferometry fringes[J]. Applied Optics, 2015, 54(15): 4720-4726.
- [2] LI B Y, TANG Ch. General filtering method for electronic speckle pattern interferometry fringe images with various densities based on variational image decomposition [J]. Applied Optics, 2017, 56(16): 4843-4853.
- [3] ZHOU Q L, TANG Ch, WANG L L. A daptive oriented PDEs filtering methods based on new controlling speedfunction for discontinuous optical fringe patterns[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 100: 111-117.
- [4] RONG W X, QIAN X F, LIU B, *et al.* Algorithm of in-plane displacement measured by speckle photography based on phase of Fourier transform[J]. Laser Technology, 2017, 41(4): 473-478 (in Chinese).
- [5] WANG M, WEN Y W, CHEN Zh B. Semi-smooth Newton method for total variation noise removal [J]. Laser Technology, 2017, 41(2): 289-295 (in Chinese).
- [6] GU G Q, WANG K F, YAN X J. Electron speckle interference image processing based on homomorphic filtering [J]. Laser Technology, 2010, 34(6): 750-752 (in Chinese).
- [7] LANG Ch P, YANG R H. High quality infrared video image restoration algorithm based on the improved ridgelet transform [J]. Laser Technology, 2015, 39(2): 247-251 (in Chinese).
- [8] LI X, ZHANG W M. Study on speckle noise filter in the ESPI image based on curvelet transform [J]. Laser & Infrared, 2011, 41(9): 1045-1048 (in Chinese).
- [9] REN H W. Key techniques of phase retrieval for ESPI and experimental research on dynamic thermal deformation of circuit system [D]. Tianjin: Tianjin University, 2013: 47-51 (in Chinese).
- [10] XU W J, TANG Ch. Combination of oriented partial differential equation and shearlet transform for denoising in electronic speckle pattern interferometry fringe patterns[J]. Applied Optics, 2017, 56(10): 2843-2850.
- [11] WU Y Q, YIN J, CAO Zh Q. Fusion of infrared thermal wave image based on nonsubsampled shearlet transform and weighted nonnegative matrix factorization [J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(10): 1010001 (in Chinese).
- [12] LIU L, JIA Z, YANG J. A medical image enhancement method using adaptive thresholding in NSCT domain combined unsharp masking [J]. Medical Device & Sensors, 2015, 25(3): 199-205.
- [13] LI C J, YANG H X, CAI Y Y, *et al.* Image denoising algorithm based on nonsubsampled contourlet transform and bilateral filtering [C]//2015 International Conference on Computer Information Systems and Industrial Applications. Bangkok: Atlantis Press, 2015: 666-669.
- [14] TIAN X, JIAO L, GUO K. An affinity-based algorithm in nonsubsampled contourlet transform domain: application to synthetic aperture radar image denoising [J]. Journal of Signal Processing Systems, 2016, 83(3): 373-388.
- [15] CHEN P, ZHAN Y, JIA Z, *et al.* Remote sensing image change detection based on NSCT-HMT model and its application [J]. Sensors, 2017, 17(6): 1-15.
- [16] GUO H, LI X J. Non-subsampled contourlet transform algorithm to promote detail information capturing ability [J]. Journal of Image

- and Graphics, 2012, 17(8): 920-922(in Chinese).
- [17] STARCK J L, CANDÉS E J, DONOHO D L, *et al.* The curvelet transform for image denoising[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2002, 11(6): 670-684.
- [18] LIU Y, LI Y B, LI A. NSCT underwater image threshold denoising algorithm based on double filtering[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2013, 34(2): 252-255(in Chinese).
- [19] FROMENT J. Parameter-free fast pixelwise non-local means denoising[J]. Image Processing on Line, 2014(4): 300-326.
- [20] PERONA P, MALIK J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(7): 629-639.
- [21] ALVAREZ L, LIONS P L, MOREL J M. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion[J]. Siam Journal on Numerical Analysis, 1992, 29(3): 845-866.
- [22] BUADES A, COLL B, MOREL J M. A non-local algorithm for image denoising [C]//2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, USA: IEEE Xplore, 2005, 2(7): 60-65.