

文章编号: 1001-3806(2019)01-0119-06

基于改进遗传算法的最大2维熵图像分割

李丽宏, 华国光

(河北工程大学 信息与电气工程学院, 邯郸 056038)

摘要: 为了解决传统最大2维熵分割算法计算量大、耗时较多等缺陷, 提出一种基于改进遗传算法的最大2维熵图像分割法。通过对遗传算法变异操作方式进行改进, 提高遗传算法寻找最大2维熵分割阈值的速度, 加速分割算法对图像的分割, 并进行了仿真实验验证。结果表明, 改进模型的运行时间被压缩到了0.95s, 远远低于传统的最大2维熵分割法。改进的分割方法实现了分割效率的提高, 同时也保证了图像的分割精度。

关键词: 图像处理; 最大2维熵; 遗传算法; 变异操作

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A **doi:**10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2019.01.024

Image segmentation of 2-D maximum entropy based on the improved genetic algorithm

LI Lihong, HUA Guoguang

(School of Information and Electrical Engineering, Hebei University of Engineering, Hadan 056038, China)

Abstract: In order to solve the defects of traditional maximum 2-D entropy segmentation algorithm, a large amount of calculation, more time consumption, and so on, a maximum 2-D entropy segmentation method based on the improved genetic algorithm was proposed. By improving the mutation operating mode of the genetic algorithm, the speed of the genetic algorithm to find maximum 2-D entropy segmentation threshold was improved, and then image segmentation by using the segmentation algorithm was accelerated. Through theoretical analysis and simulation experiments, the results show that, the running time of the modified model is compressed to 0.95s, which is far lower than the traditional maximum 2-D entropy segmentation method. The modified segmentation method improves the segmentation efficiency and ensures the accuracy of image segmentation.

Key words: image processing; 2-D maximum entropy; genetic algorithm; mutation operation

引言

图像分割是计算机视觉技术的关键任务之一, 是许多图像处理任务的预处理步骤。图像分割的目的是将图像分割成人们感兴趣的, 具有一致特性的区域。图像分割具有目标物体的灰度值、边缘信息等特点, 为图像语义理解等图像处理提供条件。从20世纪60年代开始, 图像分割一直是图像处理领域的研究热点之一, 它广泛应用于医学图像分析、工件无损分析、雷达图像分析、地质勘探等领域。

传统的图像分割方法包括基于阈值的分割方法^[1-2]、基于边缘检测的分割方法^[3-6]和基于区域的分割方法^[7]等。其中阈值分割方法因其实现简单, 性能较稳定而成为最广泛的分割技术。阈值分割是通过选择合适的阈值将目标与背景分离, 为了得到最优阈值, OTSU^[1]提出了最大类间方差阈值分割算法; KESAVAN等人^[7]提出了最大熵阈值法; DOLYE^[8]提出的基于灰度直方图的阈值分割方法, 这是一种基于灰度直方图的自动阈值选择方法, 该方法具有较好的抗噪声性能, 但需预先知道目标物体与图像的面积百分比, 所以这种方法在面积百分比未知或随图像变化而变化将无法得到准确的分割图像。基于边缘检测的图像分割方法通过大幅度减少数据量, 同时保存目标边界的结构信息来从而简化图像分析。基于区域的图像方法能有效地利用图像区域信息。然而, 这些方法选取阈值时仅仅考虑了像素的灰度值, 并没有进行考虑像素之间的相互关系, 当图像的信噪比下降时, 图像的分割效果将

基金项目: 河北省自然科学基金资助项目 (F2015402150); 河北省教育厅高等学校科学技术研究资助项目 (ZD2015087)

作者简介: 李丽宏 (1974-), 女, 博士, 副教授, 现主要从事图像处理、计算机视觉、深度学习方面的研究。

E-mail: lilihgg@163.com

收稿日期: 2018-03-12; 收到修改稿日期: 2018-04-19

会急剧下降。为了解决这一问题, ABUTALEB^[9] 提出了基于 2 维最大熵的图像分割方法, 结果表明, 在低信噪比条件下, 2 维最大熵方法的分割性能上优于 1 维最大熵分割方法。但是, 这种改进只是把 1 维寻优扩展为 2 维寻优, 简单的扩展将导致计算量大幅增涨, 耗费大量时间, 不利于图像的实时处理。

简单遗传算法存在收敛性差、早熟等问题, 很难找到最优阈值^[11]。如何提高收敛速度、解决早熟问题已成为关键问题。为了解决 2 维阈值法计算量大的问题, 本文中提出了一种基于改进遗传算法的自动阈值图像分割方法。将遗传算法应用于获得最优阈值, 可以大大提高图像阈值分割的效率^[10]。作者通过适当改进遗传算法的变异操作, 将最大熵分割方法与遗传算法相结合, 在改进遗传算法的基础上对 2 维阈值进行优化, 从而得到可以在 2 维空间中快速寻优的图像自动阈值分割方法。

1 2 维最大熵阈值分割

2 维最大熵阈值分割综合了点灰度值和相邻区域像素点平均值的信息得到分割图像的阈值。首先, 假设输入图像大小为 $M \times N$, 那么像素点的灰度值 $f(x, y)$ 的取值范围为 $0 \leq f(x, y) \leq L - 1$, 其中 L 一般取值为 256, (x, y) 为图像中取样点的坐标, 且 $1 \leq x \leq M, 1 \leq y \leq N$ 。通过计算像素点 $g(x, y)$ 的四邻域像素点的灰度平均值得到平滑图像, 其像素点灰度值记为 $0 \leq g(x, y) \leq L - 1$, 那么, 图像中的每一个像素点将对应一个由点灰度和区域灰度均值构成的 2 维向量。设 n_{ij} 为图像点灰度值 $f(x, y) = i$ 、区域灰度均值 $g(x, y) = j$ 的像素点出现的频数, p_{ij} 为对应 (i, j) 发生的概率, 记为 $p_{ij} = \frac{n_{ij}}{M \times N}$, 所得到的 $\{p_{ij} | i, j = 0, 1, \dots, L - 1\}$ 构成输入图像的点灰度和区域灰度值的 2 维直方图。从图 1、图 2 中可以看出, p_{ij} 的高峰主要集中分布在平面

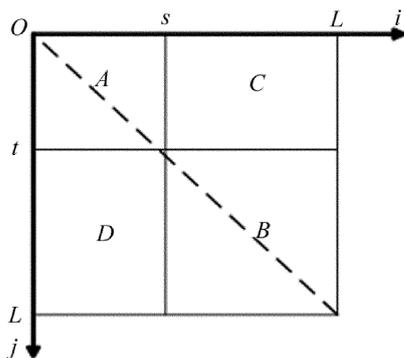


Fig. 1 Planar graph of 2-D histogram

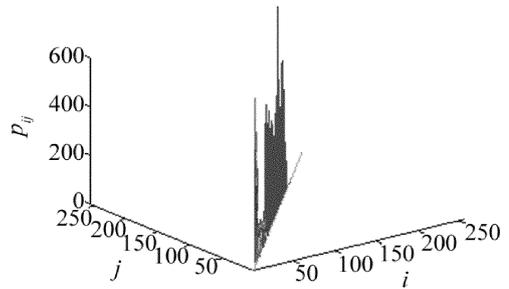


Fig. 2 Schematic diagram of 2-D histogram

图的对角线附近, 因为图像中的目标像素点和背景像素点占图像像素比例最大, 并且其内部像素灰度值较均匀, 点灰度值与区域灰度值相差不大, 所以集中在对角线附近。图 2 中的 2 维直方图呈现出近似双峰的状态, 分别对应图像中的目标与背景。图 1 是一般的 2 维直方图的平面图, 其中 A 代表目标、 B 代表背景、 C 代表边界、 D 代表噪声。因为图像中的边界和噪声像素比例小, 所以此处不考虑 C 区域和 D 区域^[12-16]。

2 维熵算法中的符号如表 1 所示。

Table 1 Symbol definition of the algorithm

symbol	meaning
s	point gray threshold
t	gray mean value threshold of region
p_{ij}	probability of occurrence of vector (i, j)
p_A	the posterior probability of object region A
p_B	the posterior probability of background region B
$H(A)$	the 2-D entropy of object region A
$H(B)$	the 2-D entropy of background region B

2 维熵算法的步骤如下: 设 A 区和 B 区具有不同的概率分布, 用 A 区和 B 区的后验概率分别对 A 区和 B 区的概率 p_{ij} 进行归一化处理, 当阈值为向量 (s, t) 时, 则:

$$p_A = \sum_i \sum_j p_{ij} \quad (1)$$

式中, $i = 0, 1, \dots, s; j = 0, 1, \dots, t_0$ 。

$$p_B = \sum_i \sum_j p_{ij} \quad (2)$$

式中, $i = s + 1, s + 2, \dots, L - 1; j = t + 1, t + 2, \dots, L - 1$ 。

那么 A 区和 B 区的 2 维熵分别是:

$$H(A) = - \sum_i \sum_j \frac{p_{ij}}{p_A} \lg \left(\frac{p_{ij}}{p_A} \right) = \lg p_A + \frac{H_A}{p_A} \quad (3)$$

式中, $H_A = - \sum_i \sum_j p_{ij} \lg p_{ij}$, 且式中条件满足 $i = 0, 1, \dots, s; j = 0, 1, \dots, t_0$ 。

$$H(B) = - \sum_i \sum_j \frac{p_{ij}}{p_B} \lg \left(\frac{p_{ij}}{p_B} \right) = \lg p_B + \frac{H_B}{p_B} \quad (4)$$

式中, $H_B = - \sum_i \sum_j p_{ij} \lg p_{ij}$, 且 $i = s + 1, s + 2, \dots, L -$

$l; j = t + 1, \dots, L - 1$ 。

则熵的判别式为:

$$\varphi(s, t) = H(A) + H(B) \quad (5)$$

由于此处不考虑 C 区和 D 区, 则可以简化判别式:

$$p_B = 1 - p_A \quad (6)$$

$$H_B = H_L - H_A \quad (7)$$

式中, $H_L = - \sum_i \sum_j p_{ij} \lg p_{ij}$, 且 $i = 0, 1, \dots, L - 1; j = 0, 1, \dots, L - 1$ 。则有:

$$H(B) = \lg(1 - p_A) + \frac{H_L - H_A}{1 - p_A} \quad (8)$$

则熵的判别式可以写为:

$$\begin{aligned} \varphi(s, t) = H(A) + H(B) = \\ \lg[p_A(1 - p_A)] + \frac{H_A}{p_A} + \frac{H_L - H_A}{1 - p_A} \end{aligned} \quad (9)$$

通过下式可以得到最佳阈值向量 (s, t) :

$$\varphi(s, t) = \max \{ \varphi(s, t) \} \quad (10)$$

2 基于改进遗传算法的最大熵阈值算法

进化算法是人工智能领域的研究热点之一, 其灵感源于达尔文的生物进化论。进化算法包含了许多经典算法, 如遗传算法 (genetic algorithm, GA)、遗传编程 (genetic programming, GP)、进化规划 (evolutionary programming, EP) 等, 这些算法利用了启发式方法寻找问题的最优解。

遗传算法是模拟了自然界生物进化过程, 最初由密歇根大学的 HOLLAND^[17] 提出, 其基本思想是借鉴了生物在自然环境中是通过自然选择和有性繁殖两个基本过程不断的进化, 使群体适应环境的变化。研究者把组合优化问题的解空间中的每个解视为一个生物个体, 将解的搜索过程模拟为一个生物进化过程, 通过目标函数模拟自然环境, 那么较优解的获得就如同生物的优胜劣汰所得的优势个体。遗传算法是一种独立于问题的高效优化算法, 与粒子群和人工鱼群等现代优化算法相比, 具有明显的优势。然而, 传统的遗传算法存在明显的局限性, 如算法的收敛速度和算法容易陷入局部最优解等问题。为此, 许多研究者通常在传统遗传算法的基础上对遗传算法进行改进或是引入一些优化算法对遗传算法进行优化。

遗传算法由 3 个重要的操作组成, 即选择、交叉和变异, 如图 3 所示。

选择: 选择最大适应值染色体和另一个随机选择的染色体用于后续的交叉和变异。

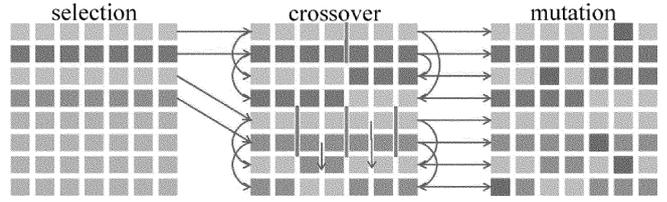


Fig. 3 Three important operations of genetic algorithm

交叉: 对两个染色体进行交叉重组, 并产生新的染色体。

变异: 将变异过程引入种群中, 使得种群能发生随机变化, 目的在于引导算法从局部最大值中跳出, 从而找到问题的全局解。

本文中目的是利用改进的遗传算法优化 2 维熵的计算速度, 那么就要求改进后的遗传算法收敛速度尽可能的快。所以, 作者提出了一种方案, 具体如图 4 所示, 这种方案极大地提高了遗传算法的收敛速度和寻优能力。

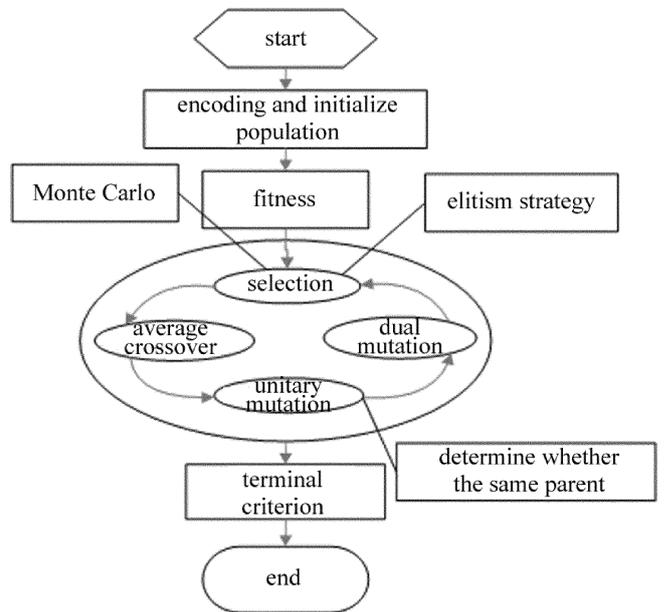


Fig. 4 Flow diagram of the improved GA algorithm

2.1 编码机制

遗传算法采用二进制编码时, 进行交叉操作时的搜索能力比十进制编码的搜索能力强, 且随着群体规模的扩大这种差别会越来越明显^[18]。因此, 本文中采用二进制编码对解进行编码。图像灰度值的范围为 0 ~ 255, 则以 00000000 ~ 11111111 之间的某个二进制代码作为分割阈值。2 维熵的分割阈值可以用 16 位的二进制进行表示, 前 8 位表示为 s , 后 8 位表示为 t 。

2.2 初始化群体

如果种群的规模设置过大, 个体适应度评价次数

增多,遗传算法的收敛速度降低;种群规模设置过小,会导致早熟现象的发生,所得解为局部最优解,并且小群体容易产生遗传漂变现象^[19]。本文中采用种群规模 $M=20$,在 $(0,0) \sim (255,255)$ 间随机产生 20 个个体,所有个体用二进制进行表示,构成原始种群。

2.3 适应度评价

二进制个体由十进制解码得到 (s,t) ,上述 2 维熵计算公式为适应度评价函数,将 (s,t) 代入适应度评价函数得到对应的适应度函数值。个体适应度评价函数的值越大,越有可能被选中。

2.4 选择

本文中首先采用精英保留策略,选择上代种群中最优秀的个体,直接成为下一代的第 21 位特殊个体。这保证了每次遗传繁殖时,最优个体不受交叉和变异操作破坏。换言之,每次的遗传繁殖得到的个体不可能比上一代时的个体差。然后,利用蒙特卡洛方法选择出 20 个繁殖备选父体。

2.5 交叉

交叉是遗传算法的至关重要的一步操作。传统遗传算法多采用简单的单点交叉操作,随着人们对遗传算法的深入研究,提出了许多不同的交叉操作,如两点交叉、多点交叉、均匀交叉。根据 SRINIVAS 等人^[20-22]的研究证明了均匀交叉要优于多点交叉,更加广义化,所以本文中采用均匀交叉。均匀交叉将每个点都作为潜在的交叉点^[23-26],所以,这里不设置交叉率。从繁殖备选父体中随机抽取两个个体,通过均匀交叉操作算子得到下一代的两个个体。

2.6 变异

变异算子的目的是更新现有种群,并在不同区域中获得新个体,从而避免局部最优解的快速出现,因此,能够使得遗传算法克服早熟现象^[27]。优化问题中的最优解中的每个个体上的基因称为有效基因,POTTS 等人^[28]认为有效等位基因的缺损是早熟现象产生的主要原因,经过上述的选择策略得到的群体中,优秀基因位会迅速占据群体等位基因。然而,交叉不会在等位基因上产生新的基因,从而导致有效基因的丢失。为了防止早熟现象的产生,遗传算法必须保持等位基因多样性。大多数的遗传算法采用了单基因单点取反的变异方法。事实上,这种方法很难避免早熟现象的产生。针对这一问题,YANG 等人^[29]提出了二元变异操作。然而,对于 2 维阈值分割问题,从不同阈值所得的熵可能是相同的,那么经过蒙特卡罗选择法

所得的种群将会具有大量相似基因个体,即最优个体占据群体。如果继续使用二元变异操作会造成全 0 以及全 1 个体的大量出现,导致遗传算法无法收敛。

基于上述问题,本文中提出了一种结合一元和二元变异操作的多重变异操作方法。具体实施步骤如下:(1)设置变异概率。这里的变异概率具有两种功能,首先,生物变异在自然环境中是不确定的,每个个体对应随机产生一个 $0 \sim 1$ 之间的数,将变异概率与随机数相比较,如果随机数小于变异概率时,则相应个体将执行变异操作;其次,在确定变异个体后,变异概率的作用转化为对变异点数的确定,确定后变异点数后,随机产生变异位,并进行取反操作;(2)对非完全相似个体,通过比较随机产生数来确定出需要执行二元变异操作的个体。然后两两进行同或与异或运算,所得两个个体取代原有个体作为下一代个体。

此处的变异概率前期设置为 $p_f=0.2$,进化代数超过 10 后变异概率改为 $p_b=0.4$,前期设置低突变概率是为了能尽可能在同一地区搜索更久。后期,同一地区几乎已经收敛到了区域最优,因此,需要更高的变异率使搜索区域更新更快。

2.7 终止准则

当算法执行达到设置的最大迭代次数或是群体中的最高适应度值变化不大时,算法终止,然后对所得最优个体进行解码,从而得到最佳 2 维熵分割阈值,否则继续循环进化。

3 实验结果及分析

本文中将输入的灰度图像大小调整为 280×272 。遗传算法的参量包括:群体规模 $M=20$,最大遗传代数 $G=1000$,变异概率 $p_f=0.2, p_b=0.4$ 。

当图像被熵分割时,每个候选的阈值都需要经过一次熵的计算。假设一次熵的计算时间是一个固定值 T 。对于灰度级为 256 的灰度图像,进行 1 维熵分割时需要进行 256 次熵的计算,因此,总的计算时间为 $256T$ 。在 2 维熵分割时需要进行 256×256 次熵的计算,总的计算时间为 $256 \times 256T = 65536T$ 。当采用普通遗传法与 2 维熵结合时,通过进行 250 次实验,得出其进化代数均值为 104 代,由于设置的种群数为 20,所以实际总的计算时间为 $104 \times 20T = 2080T$ 。采用改进遗传算法与 2 维熵结合时,同样进行 250 次实验,得出其进化代数均值为 60 代,由于种群数仍然为 20,所以实际计算时间为 $60 \times 20T = 1200T$ 。从表 2 中的平均时间对比可知,无论是普通的遗传算法,还是经过改

进的遗传算法都优于通过穷尽法计算的 2 维熵算法。然而,这些方法仍然比 1 维熵所用时间长,并且对于未加噪声的原始图像,使用 1 维熵分割图像的效果和用 2 维熵算法分割图像的效果是很接近的,这从图 5 中就可以发现。但是,当图像添加噪声后,采用 2 维熵算法分割图像明显优于使用 1 维熵算法分割图像,分析图 6 即可得出这一结论。

Table 2 Performance comparison of segmentation algorithms

	<i>s</i>	<i>t</i>	average values of evolutionary algebra	average time/s
1-D entropy(exhaustion)	66			0.479241
2-D entropy(exhaustion)	66	62		491.4612
2-D entropy(common GA)	65	141	104	9.35342
2-D entropy(modified GA)	71	105	60	0.958795

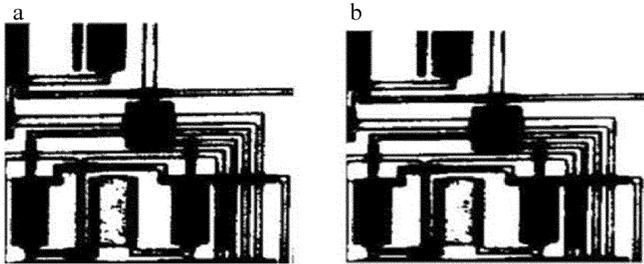


Fig. 5 a—segmented by 1-D entropy without noise b—segmented by 2-D entropy without noise

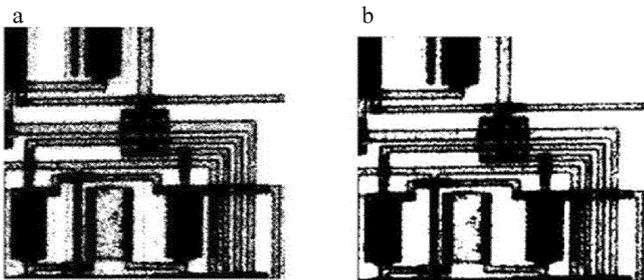


Fig. 6 a—segmented by 1-D entropy with noise b—segmented by 2-D entropy with noise

基于改进遗传算法的图像分割实验可视化如图 7 和图 8。从这些结果图可知,1 维和 2 维熵的结果接近于穷举法(对于有噪声或无噪声的图像)。通过实验证明了基于改进遗传算法最大 2 维熵分割是可行的。

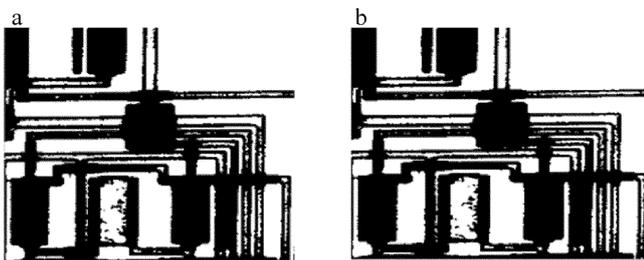


Fig. 7 a—segmented by combining 1-D entropy and GA without noise b—segmented by combining 2-D entropy and GA without noise

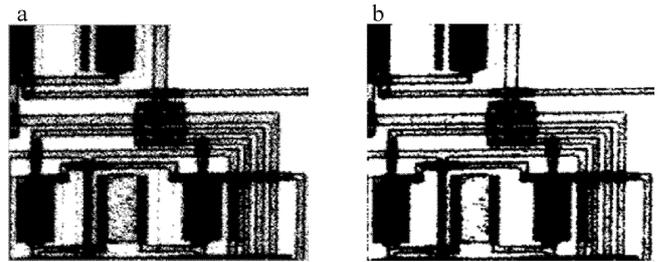


Fig. 8 a—segmented by combining 1-D entropy and GA with noise b—segmented by combining 2-D entropy and GA with noise

需要说明的是:本文中采用 MATLAB 语言对遗传算法进行改进并实现。实验环境为:Window7 系统,4G 内存,MATLAB R2010b 平台。

4 结 论

遗传算法对于问题的依赖性小,适用于大多数优化问题,使用遗传算法可以很好的解决 2 维最大熵计算量大的问题。本文中提出了一种将一元和二元变异相结合的遗传算法,在提高普通遗传算法的收敛速度的同时,保证了种群的多样性,避免了局部最优解的大量出现。将改进遗传算法和最大 2 维熵的结合可以得到理想的分割图像。遗传算法为解决复杂优化问题提供了一个通用的框架,这不取决于问题的特定领域。遗传算法因其具有很强的鲁棒性,在许多学科中得到了广泛的应用,在未来具有很大的研究价值。

参 考 文 献

- [1] OTSU N. A threshold selection method from gray-level histograms [J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 1979, 9 (1):62-66.
- [2] SONG B, YANG H X, CENG J F, et al. 2-D minimum error threshold segmentation method based on mean absolute deviation from the median[J]. Laser Technology, 2015, 39 (5): 717-722 (in Chinese).
- [3] ZHENG W, ZHANG J, LI K X, et al. Improved active contour segmentation model based on phase consistency[J]. Laser Technology, 2016,40(2): 296-302(in Chinese).
- [4] LAKSHMI S, SANKARANARAYANAN D V. A study of edge detection techniques for segmentation computing approaches[J]. International Journal of Computer Applications, 2011, Special Issue on CASCT(1):35-41.
- [5] CANNY J. A computational approach to edge detection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine intelligence, 1986, 8 (6): 184-203.
- [6] DAVIS L S. A survey of edge detection techniques[J]. Computer Graphics and Image Processing, 1975, 4(3):248-270.
- [7] KESAVAN H, KAPUR J N. The generalized maximum entropy principle[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics, 1989, 19(5):1042-1052.
- [8] DOYLE W. Operations useful for similarity-invariant pattern recognition[J]. Journal of the ACM, 1962, 9(2):259-267.

- [9] ABUTALEB A S. Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimensional entropy [J]. *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 1989, 47(1):22-32.
- [10] WANG Ch H, LI L, LI Y Sh *et al.* Seeking of tissue image digging point method based on genetic-arithmetic[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2005, 13(2):231-236 (in Chinese).
- [11] ANTONIOL G, CECCARELLI M. Microarray image gridding with stochastic search based approaches[J]. *Image and Vision Computing*, 2007, 25(2):155-163.
- [12] CHONG J S, ZHOU X K, WANG H Q, *et al.* Image thresholding segmentation based on genetic algorithm[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2000, 22(5):785-790 (in Chinese).
- [13] MO L. Study on image segmentation based on RGB color image[J]. *Computer Science*, 2016, 43(s1):168-170 (in Chinese).
- [14] CHANG Q, WANG L, XING Ch, *et al.* The selection of image threshold on the basis of genetic algorithms[J]. *Computer Engineering & Applications*, 2002, 38(22):35-37 (in Chinese).
- [15] HAN S Q, WANG L. A survey of thresholding methods for image segmentation[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2002, 24(6):91-94 (in Chinese).
- [16] LIN Q, DONG P, LIN J Y. A survey on graph cut techniques[J]. *Microprocessors*, 2015, 2015(1):35-39 (in Chinese).
- [17] HOLLAND J H. Adaptation in natural and artificial systems; an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence[J]. *Quarterly Review of Biology*, 1992, 6(2):126-137.
- [18] JIN J L, YANG X H, DING J. An improved simple genetic algorithm—accelerating genetic algorithm[J]. *Systems Engineering-theory & Practice*, 2001, 21(4):8-13 (in Chinese).
- [19] PENCE C H. Is genetic drift a force? [J]. *Synthese*, 2017, 194(6):1967-1988.
- [20] SRINIVAS M, PATNAIK L M. Genetic algorithms; A survey[J]. *IEEE Computer*, 2002, 27(6):17-26.
- [21] LEE S W, LEE D J, PARK H S. A new methodology for gray-scale character segmentation and recognition [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1996, 18(10):1045-1050.
- [22] ROWE J E. Genetic algorithm theory [C]//Genetic and Evolutionary Computation Conference. Philadelphia, PA, USA: Association for Computing Machinery, 2011:1029-1052.
- [23] WANG X P, CAO L M. Genetic algorithm: theory, application and software implementation [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2002:18-51 (in Chinese).
- [24] ZHANG H J, ZHAO J, LUO H. A method combining genetic algorithm with simultaneous perturbation stochastic approximation for linearly constrained stochastic optimization problems [J]. *Journal of Combinatorial Optimization*, 2016, 31(3):979-995.
- [25] AYO B S. An improved genetic algorithm for flight path re-routes with reduced passenger impact[J]. *Journal of Computer & Communications*, 2017, 5(7):65-75.
- [26] CHEN L P, CHEN X Y, WANG S, *et al.* Foreign fiber image segmentation based on maximum entropy and genetic algorithm [J]. *Journal of Computer and Communications*, 2017, 3(11):1-7.
- [27] WANG H W, LIANG Y Y, WANG Zh H. Otsu image threshold segmentation method based on new genetic algorithm [J]. *Laser Technology*, 2014, 38(3):364-367 (in Chinese).
- [28] POTTS J C, GIDDENS T D, YADAV S B. The development and evaluation of an improved genetic algorithm based on migration and artificial selection[J]. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics*, 1994, 24(1):73-86.
- [29] YANG Q W, JIANG J P, ZHANG G H. Improvement of the speed of genetic algorithm optimization [J]. *Software Journal*, 2001, 12(2):270-275 (in Chinese).