

文章编号: 1001-3806(2018)03-0400-04

## 激光谐振腔中模的衍射损耗分析

曹三松, 涂胜, 黄燕琳, 樊红英, 李佳玲, 夏惠军, 任刚  
(西南技术物理研究所, 成都 610041)

**摘要:** 为了使激光器输出高质量的光束, 采用一种简化计算各阶横模的衍射损耗的新方法, 进行了理论分析和数值计算。结果表明, 当各阶横模的非涅耳数  $N > 0.7$  时, 与精确数值计算结果的相对误差在 0.2% 以内; 采用新算法计算出来的各阶横模的衍射损耗能够满足足够的精度, 是合理可行的。该研究可以为设计高光束质量的激光器提供理论指导。

**关键词:** 激光器; 衍射损耗; 解析解; 谐振腔横模

**中图分类号:** TN242      **文献标志码:** A      **doi:** 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2018.03.021

## Analysis of diffraction loss in laser resonator

CAO Sansong, TU Sheng, HUANG Yanlin, FAN Hongying, LI Jialing, XIA Huijun, REN Gang  
(Southwest Institute of Technical Physics, Chengdu 610041, China)

**Abstract:** In order to achieve laser output with high quality beam, one new method to simplify the calculation of diffraction loss of different order transverse modes was used by theoretical analysis and numerical calculation. The results show that, when Fresnel number of different transverse modes  $N > 0.7$ , the relative error between simplified calculation and accurate calculation is less than 0.2%. The diffraction loss of different order transverse modes calculated by the new algorithm can meet the sufficient accuracy. The new algorithm is reasonable and feasible. The sorting of diffraction loss of laser transverse modes carried out by the simplified algorithm rapidly can provide theoretical guidance for the design of high beam quality lasers.

**Key words:** lasers; diffraction loss; analytical solution; resonator transverse mode

### 引言

激光光束质量是激光器设计的重要参量,也是激光应用中关注的一项重要指标。激光器的光束质量取决于激光器输出的激光模式,而激光模式又是由激光谐振腔的腔型和模损耗等因素决定。众所周知,通过激光模式选择是提高激光输出光束质量一条有效的技术途径<sup>[1-2]</sup>,虽然,国内已有大量文献和实际成果,且美国人在上世纪中后期曾进行过激光谐振腔的理论计算研究工作<sup>[3]</sup>,但这方面的研究仍需完善,值得人们进行更深入的研究。在激光器谐振腔设计中,要进行腔型选择和激光模式分析等方面的工作,这其中都要涉及激光衍射损耗的计算,过去只能采用国外的数值计算结果,通过图表数据进行工作。本文中从激光模式理论出发,通过解析推导,在近似条件下得到激光稳定

谐振腔衍射损耗的简化计算方法,用这种方法可以快速地对激光器的横模衍射损耗的大小进行排序,为设计高光束质量激光谐振腔提供理论支撑。

### 1 理论分析

在激光器中,激光光束质量的空间分布主要取决于激光横模,不同的激光模具有不同的损耗。一般来说,在激光谐振腔内存在两种不同性质的损耗,一种是与激光横模阶数无关的损耗,如激光工作物质的内部损耗、腔镜的透射损耗,腔内元件的吸收、散射损耗等;另一种则是与激光横模阶数密切相关的衍射损耗。衍射损耗对激光的各阶横模的振荡有重要影响,这一特性是实现激光横模选择并得到高光束质量激光输出的物理基础。

从激光原理可知,激光是通过谐振腔的反馈与激光增益介质共同作用而形成激光振荡的,只有损耗较低的激光模才能在激光增益介质中形成稳定的激光场分布,并通过谐振腔输出镜耦合,产生激光输出。由于激光谐振腔镜几何尺寸是有限的,所以当激光在两镜间往返传播时,必然会因谐振腔镜边缘的衍射效应而

作者简介:曹三松(1959-),男,硕士,高级工程师,主要从事激光物理技术和器件等方面的研究。

E-mail: shangcha2004@126.com

收稿日期:2017-05-16;收到修改稿日期:2017-08-17

产生损耗。如图 1 所示,设在经过多次往返传播后,腔镜  $M_1$  的光波稳态场为  $E_1(x, y)$ , 在  $M_2$  镜面上光波稳态场为  $E_2(x, y)$ , 则两者之间应有如下的自洽关系式成立<sup>[4]</sup>:

$$E_2(x, y) = \gamma E_1(x, y) \quad (1)$$

式中,  $\gamma$  为一复常数因子。如果不考虑传输、吸收和输出等损耗时,  $\gamma$  表示激光谐振腔的衍射损耗, 它反映了经历一次单程传播后, 光场振幅和位相的变化。在一次单程行进中总的能量损耗  $\delta_1$  可以表示为:

$$\delta_1 = \frac{|E_1(x, y)|^2 - |E_2(x, y)|^2}{|E_1(x, y)|^2} = 1 - |\gamma|^2 \quad (2)$$

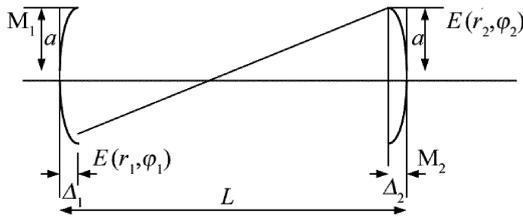


Fig. 1 Schematic diagram of laser stable resonator

如图 1 所示, 激光谐振腔为对称球面谐振腔, 两端反射镜  $M_1$  和  $M_2$  的曲率半径同为  $R$ , 腔长为  $L$ , 两镜均为圆形镜, 镜面半径为  $a$ 。在圆柱坐标系  $(r, \varphi)$  下, 由菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式, 可以得到从镜面  $M_1$  到镜面  $M_2$  的光场分布为:

$$\gamma E(r_2, \varphi_2) = \frac{i}{\lambda R} \int_0^a \int_0^{2\pi} e^{-ik\rho} E(r_1, \varphi_1) r_1 dr_1 d\varphi_1 \quad (3)$$

式中,  $r$  为径向半径,  $\varphi$  为相位差,  $\lambda$  为波长,  $k$  为波数,  $\rho$  为谐振腔两镜面任意两点连线距离。如果激光谐振腔为共焦腔, 即谐振腔两端反射镜  $M_1$  和  $M_2$  的曲率半径  $R$  等于腔长  $L$ , 激光场  $E(r, \varphi)$  就可以写成:

$$\gamma E(r_2, \varphi_2) = i \frac{e^{-ikR}}{\lambda R} \int_0^a \int_0^{2\pi} \exp\left[ik \frac{r_1 r_2}{R} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\right] \times E(r_1, \varphi_1) r_1 dr_1 d\varphi_1 \quad (4)$$

采用数值计算方法才能由此积分方程得到衍射损耗  $\gamma$  的计算结果<sup>[5]</sup>。

为了方便地计算激光谐振腔的衍射损耗, 可以用近似方法求解积分方程(4)式<sup>[6]</sup>, 得到(4)式的解析表达式, 即激光谐振腔镜面处光场分布为:

$$E_{mn}(r, \varphi) = C_{mn} \left(\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda R}} r\right)^m L_n^m\left(\frac{2\pi r^2}{\lambda R}\right) \exp\left(-\frac{\pi r^2}{\lambda R}\right) \exp(-im\varphi) \quad (5)$$

式中,  $m, n$  为激光横模的阶数, 为正整数,  $C_{mn}$  是归一化系数,  $L_n^m(\xi)$  是  $n$  阶缔合拉盖尔多项式。由于选模激光器的光阑并不只是由激光输出镜完成, 为了计算通

过腔内光阑进行激光选模所形成衍射损耗, 有必要将(5)式所表达的激光谐振腔镜面光场拓展到激光谐振腔内。由电磁场的麦克斯韦方程组, 可以得到一般稳定谐振腔内任意一点  $z$  处的激光场分布<sup>[7]</sup>:

$$E(r, \varphi, z) = E_0 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^{m+2n+1} \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^m L_n^m\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \times \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \exp\left\{-i\left[kz + \frac{kr^2}{2R(z)} - (m+2n+1) \arctan\left(\frac{2z}{kw_0^2}\right)\right]\right\} \exp(-im\varphi) \quad (6)$$

式中,  $E_0$  是中心光强,  $w_0$  是激光束的光腰半径,  $w(z)$  是腔内某处激光模的光斑半径,  $R(z)$  是光束波面曲率半径。因此, 在谐振腔中纵向任意一点  $z$  处的光强为:

$$I(z) = EE^* = E_0^2 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^{2(m+n+1)} \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^{2m} \times \left[L_n^m\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right)\right]^2 \exp\left[-2\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \quad (7)$$

用(7)式计算在激光谐振腔内某处  $z$  放置孔径为  $2a$  的光阑或直接由尺寸为  $2a$  的谐振腔镜所形成的衍射损耗<sup>[8]</sup>, 即通过腔内光阑腔镜后逸出的激光功率为:

$$P = \int_0^{2\pi} \int_0^a I(r, \varphi) r dr d\varphi \quad (8)$$

它与总光功率之比为:

$$\beta = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^a I(r, \varphi) r dr d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\infty I(r, \varphi) r dr d\varphi} \quad (9)$$

因此, 激光在谐振腔内的衍射损耗就是:

$$\delta_{mn} = 1 - \beta = 1 - \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^a r^{2m} \left[L_n^m\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)\right]^2 \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) r dr d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\infty r^{2m} \left[L_n^m\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)\right]^2 \exp\left(-2\frac{r^2}{w^2}\right) r dr d\varphi} \quad (10)$$

即激光的单程衍射损耗  $\delta$  与激光模式的阶数  $m, n$  有关。在共焦腔下, 半径  $w = \sqrt{\lambda L/\pi}$ , 且菲涅耳数  $N = a^2/(\lambda L)$ , 如果分别代入所对应的  $L_n^m(x)$ , 通过(10)式进行计算, 就可以得出以  $N$  参量表达的各阶激光模式衍射损耗解析计算式, 例如:

$$\begin{aligned} \delta_{00} &= e^{-2\pi N}, \\ \delta_{10} &= (2\pi N + 1) e^{-2\pi N}, \\ \delta_{20} &= (2\pi^2 N^2 + 2\pi N + 1) e^{-2\pi N}, \\ \delta_{30} &= \left(1 + 2\pi N + 2\pi^2 N^2 + \frac{4}{3}\pi^3 N^3\right) \exp\left(-2\frac{a^2}{w^2}\right), \\ \delta_{12} &= \left(1 + 2\pi N - 4\pi^2 N^2 + \frac{40}{3}\pi^3 N^3 - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{28}{3}\pi^4 N^4 + \frac{8}{3}\pi^5 N^5) \exp\left(-2\frac{a^2}{w^2}\right), \\ \delta_{03} = & \left(1 + \frac{1020}{511}\pi N + \frac{1032}{511}\pi^2 N^2 + \frac{656}{511}\pi^3 N^3 + \right. \\ & \left. \frac{372}{511}\pi^4 N^4 + \frac{96}{511}\pi^5 N^5 + \frac{64}{511}\pi^6 N^6\right) \exp\left(-2\frac{a^2}{w^2}\right), \\ & \dots \end{aligned} \quad (11)$$

采用(11)式所示的解析计算公式与国外文献中给出的数值计算结果比较,可知当  $N > 0.7$  以后,相对误差在 0.2% 以内。这就是说前面的近似求解积分方程,并不要求  $N$  很大。在较小的菲涅耳数  $N$  下,采用简单的解析方法已有足够的计算精度。另外,对于一般的稳定激光谐振腔,可以用共焦腔的等价性原理进行变换<sup>[4]</sup>,从而得出其衍射损耗的计算公式。令图 1 中两腔镜的曲率半径分别为  $R_1$  和  $R_2$ ,在谐振腔长为  $L$  下,引入  $g$  参量,即  $g_1 = 1 - L/R_1, g_2 = 1 - L/R_2$ ,那么当激光谐振腔满足稳定性条件  $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$  时,可以解析表达一般稳定激光谐振腔衍射损耗计算公式,例如:

$$\begin{cases} \delta_{00} = \exp\left[-2\pi N \sqrt{\frac{g_1(1-g_1g_2)}{g_2}}\right] \\ \delta_{10} = \left[2\pi N \sqrt{\frac{g_1(1-g_1g_2)}{g_2}} + 1\right] \times \\ \quad \exp\left[-2\pi N \sqrt{\frac{g_1(1-g_1g_2)}{g_2}}\right] \\ \delta_{20} = \left[2\pi^2 N^2 g_1 \frac{(1-g_1g_2)}{g_2} + \right. \\ \quad \left. 2\pi N \sqrt{\frac{g_1(1-g_1g_2)}{g_2}} + 1\right] \times \\ \quad \exp\left[-2\pi N \sqrt{\frac{g_1(1-g_1g_2)}{g_2}}\right] \\ \dots \end{cases} \quad (12)$$

## 2 数值计算

激光模式的衍射损耗是设计激光谐振腔选模必须面对的问题<sup>[9]</sup>,通过上述理论分析得到的简化计算方法为分析激光模式的衍射损耗提供了一种简捷的方法。应用这一方法可以快速地按各阶激光横模衍射损耗的大小进行排序,从而为激光选模设计腔型和光阑提供理论依据。以 Nd:YAG 激光器为例,在腔长为 1m 的共焦腔下,根据(11)式分别得出激光  $TEM_{00}, TEM_{10}, TEM_{20}, TEM_{01}, TEM_{30}, TEM_{11}, TEM_{21}, TEM_{02}, TEM_{03}$  模的衍射损耗随菲涅耳数  $N$  变化计算结果,并进行相互比较,如图 2~图 4 所示。

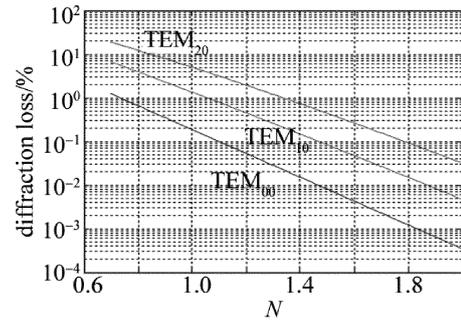


Fig. 2 Relationship between diffraction loss and Fresnel number  $N$  under different laser modes of  $TEM_{00}, TEM_{10}, TEM_{20}$  in the confocal resonator

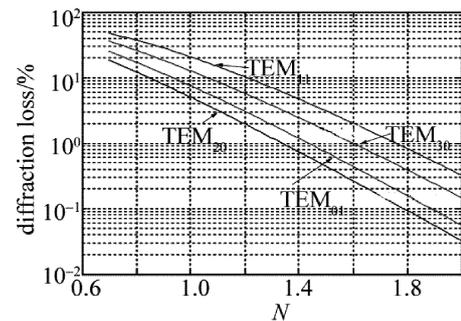


Fig. 3 Relationship between diffraction loss and Fresnel number  $N$  under different laser modes of  $TEM_{01}, TEM_{30}, TEM_{11}$  and  $TEM_{20}$  in the confocal resonator

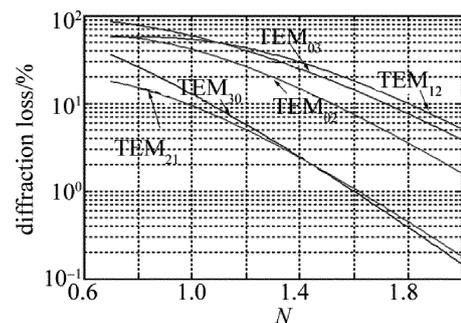


Fig. 4 Relationship between diffraction loss and Fresnel number  $N$  under different laser modes of  $TEM_{21}, TEM_{02}, TEM_{03}, TEM_{12}$  and  $TEM_{30}$  in the confocal resonator

根据这些计算结果,就可以按衍射损耗的大小为各阶激光模式进行排序,图 5 中给出了在共焦腔下,衍射损耗最低的前 9 位激光模光强分布。从理论计算结果可知,基模  $TEM_{00}$  因衍射损耗最小,最容易形成激光,这种激光模的光强分布呈高斯分布,激光发散角最小。但是,考虑到基模光斑太小,激光能量或功率较低,往往无法满足高功率应用的需求<sup>[10]</sup>。从上述计算结果可知,由于除  $TEM_{00}$  模外, $TEM_{10}$  和  $TEM_{20}$  激光模的衍射损耗较低,通过改变谐振腔参量或者增大激光器中选模的光阑孔径,让  $TEM_{10}$  和  $TEM_{20}$  等  $m=0$  的中心极大的环状分布激光模达到激光阈值,从而增加中

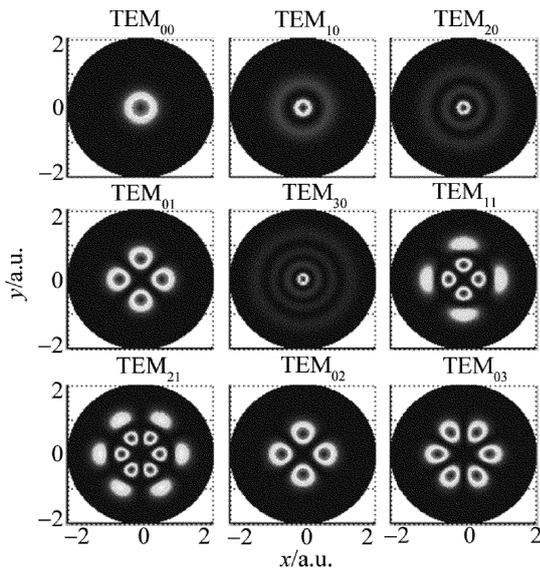


Fig. 5 Near-field beam intensity distribution of different laser modes

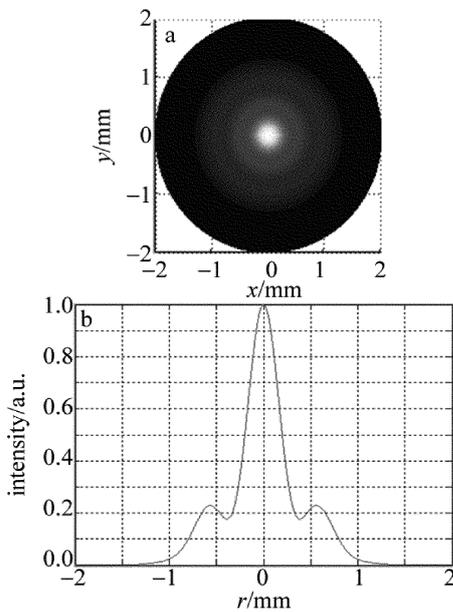


Fig. 6 Intensity distribution of  $TEM_{00} + TEM_{10} + TEM_{20}$  laser modes  
a—x-y plane b—radial axis

心光强,形成近高斯环状光强分布激光,从而弥补只有基模激光输出而能量较低的不足。从理论计算可知,基模  $TEM_{00}$  光强降落到中心值的  $1/e^2$  的点所包含的激光能量为 86.5%,而  $TEM_{10}$  激光模的中心光强的激光能量占 26.4%,其余激光能量包含在第二环带中; $TEM_{20}$  激光模的中心光强的激光能量占 15.7%,包含在第二环带中的激光能量为 23.5%,其余激光能量包含在第三环带,如果让这 3 个激光模的能量相叠加,则能量分布如图 6 所示。其中,图 6a 是激光平面光强分

布,图 6b 是峰值激光能量分布。这种方式不仅加强了激光中心能量,而且沿中心成环状的激光能量可以用光学透镜会聚,从而形成近高斯光强的能量分布。

### 3 结 论

提高激光束的光束质量有多种技术途径,其中之一就是对激光谐振腔的模式进行选择,即从振荡模式中选出高光束质量的横模或纵模,并抑制其它高阶模振荡<sup>[11-14]</sup>。作者从激光模式的衍射损耗理论分析入手,提出一种对激光模式排序的方法,设计出激光能量集中在腔轴的基模或环状分布低阶激光模输出的激光器。这种高光束质量的激光器具有光束发散角最小、方向性最好、功率密度最大、亮度最高等特点,可满足相关应用的要求。

### 参 考 文 献

- [1] ZHOU Sh H. The choice of the laser modes[J]. Laser and Infrared, 1978, 8(3):1-16 (in Chinese).
- [2] LAN X J. Laser technology[M]. 3rd ed. Beijing: Science Press, 2009:189-204 (in Chinese).
- [3] WANG W, XIAO Y, TANG X H, et al. Analysis of fast calculation about eigenvector method of laser resonator modes[J]. Laser Technology, 2015, 40(5):619-624 (in Chinese).
- [4] ZHOU B K, GAO Y Zh, CHEN J H, et al. Laser principle[M]. Beijing: National Defense Press, 2004:20-76 (in Chinese).
- [5] HE G Sh, WANG R W, WANG M Ch. Laser physics[M]. Shanghai: Shanghai People's Press, 1975:95-140 (in Chinese).
- [6] ZHOU Y H, SUN T H. Laser physics[M]. Beijing: Peking University Press, 1991:68-75 (in Chinese).
- [7] CAO S S, WANG L, HUANG Y L, et al. Study on the transverse modes in stable optical resonators[J]. Laser Technology, 2010, 34(1):135-140 (in Chinese).
- [8] WEI G H, ZHU B L. Laser beam optics[M]. Beijing: Beijing Industry Collage Press, 1988:108-120 (in Chinese).
- [9] KOECHNER W. Solid-state laser engineering[M]. Beijing: Science Press, 2002:171-207 (in Chinese).
- [10] SVELTO O, HANNA D C. Principles of lasers[M]. New York, USA: Plenum Press, 1989:137-188.
- [11] WEBER H. The resonator of lasers[M]. Wuhan: Huazhong Institute of Technology Press, 1983:83-105 (in Chinese).
- [12] YANG Ch H, MEI S Sh, LIN J T. The handbook of laser and infrared technology[M]. Beijing: National Defense Press, 1990:246-276 (in Chinese).
- [13] LÜ B D. The laser optics[M]. Chengdu: Sichuan University Press, 1992:191-216 (in Chinese).
- [14] YARIV A, YEH P. Photonics-optical electronic in modern communications[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry Press, 2009:58-80 (in Chinese).