

文章编号: 1001-3806(2017)04-0602-04

偏置信号和噪声对单模激光随机共振的影响

叶庆

(武汉纺织大学 电子与电气工程学院, 武汉 430073)

摘要: 为了研究激光系统的性质, 采用色抽运噪声和实虚部关联的量子噪声驱动的单模激光损失模型, 用线性化近似方法, 对单模激光系统的输出光强信噪比进行了理论分析; 并具体分析了调制信号振幅、低频调制信号频率、高频载波信号频率、量子噪声强度、抽运噪声强度以及量子噪声实部、虚部间的关联系数对系统随机共振的影响。结果表明, 信噪比随激光系统净增益系数存在随机共振现象。此结果对优化激光动力学提供了理论依据。

关键词: 激光物理; 随机共振; 线性化近似法; 调幅波

中图分类号: TN241

文献标志码: A

doi: 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2017.04.029

Influence of biased signal and noise on characteristics of stochastic resonance in single mode laser

YE Qing

(School of Electronic and Electrical Engineering, Wuhan Textile University, Wuhan 430073, China)

Abstract: In order to study characteristics of a laser system, the signal-to-noise ratio (SNR) of the output laser intensity for a single mode laser was analyzed theoretically by means of linear approximation based on the loss model for a single mode laser driven by the colored pump noise and quantum noise with correlation of the real and imaginary parts. Then, effects of amplitude, low frequency of modulation signal, high frequency of carrier signal, intensity of quantum and pump noise, correlation coefficient of quantum noise between the real and imaginary parts on stochastic resonance of a laser system were analyzed in detail. It is found that the SNR has stochastic resonance phenomenon because of the net gain coefficient of the laser system. The result will provide some theoretical basis to optimize laser dynamics.

Key words: laser physics; stochastic resonance; linear approximation method; amplitude modulation wave

引言

随机共振现象是噪声^[1]和非线性动力学相互作用出现的一种有趣的现象。1981年被 BENZI 等人^[2]首次发现, 此后在很多领域成为人们广泛研究的课题^[3-8], 在实验和理论研究上都取得了很大的进展。但是现有的研究成果大多受限于单一频率的周期驱动信号^[9-11]。而在实践应用中, 需要使载波振幅按照调制信号的改变而实行调制^[12], 使其保持着高频载波的频率特性, 需要将此调制信号加载到激光源上, 使其作为传递信息的工具。这对激光通讯和提高激光的效率有重要的作用。通常, 传统的随机共振一般由信噪比与噪声强度的关系来体现。1998年, BARZYKIN 等人^[13]提出可以用信噪比与噪声自相关时间的关系来

体现。CHENG 等人^[14]用信噪比与净增益系数之间的变化关系也阐明了这点。后来的研究说明了随机共振可由信噪比与系统中其它参量之间的关系来体现^[15]。作者用线性化近似方法计算了在偏置调幅信号下, 色抽运噪声和实部、虚部间关联的量子噪声驱动的单模激光损失模型的输出光强信噪比, 发现信噪比与系统的净增益系数之间存在共振现象。此外, 还讨论了输入信号和噪声在量子噪声实部虚部间弱关联和强关联时对随机共振的影响, 为优化激光系统的动力学性质提供依据^[16-18]。

1 输入偏置调幅波的单模激光损失模型的光强关联函数及信噪比

单模激光损失模型输入偏置调幅波后的光强方程为^[19]:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt'} = & 2a_0I - 2AI^2 + Q(1 - |\lambda|) + \\ & 2I p_r(t') + 2\sqrt{I} \varepsilon_r(t') + \\ & B[1 - D\cos(\Omega t')] \cos(\omega t') \end{aligned} \quad (1)$$

基金项目: 国家自然科学基金面上资助项目(11275157)

作者简介: 叶庆(1982-), 女, 硕士, 实验师, 主要研究方向为激光物理和随机动力学。

E-mail: yeq97@wtu.edu.cn

收稿日期: 2016-07-25; 收到修改稿日期: 2016-09-13

抽运噪声 $p(t')$ 和量子噪声 $\varepsilon(t')$ 的统计性质为:

$$\begin{cases} \langle p_r(t') \rangle = \langle \varepsilon_r(t') \rangle = 0 \\ \langle p_r(t)p_r(t') \rangle = \frac{P}{2\tau} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau}\right) \\ \langle \varepsilon_r(t)\varepsilon_r(t') \rangle = Q(1+|\lambda|)\delta(t-t') \\ \langle p_r(t)\varepsilon_r(t') \rangle = \langle p_r(t')\varepsilon_r(t) \rangle = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中, a_0 为净增益系数, A 为自饱和系数; I 为光强, B 为载波信号振幅, Ω 为低频调制信号频率; $p_r(t')$ 为抽运噪声实部, $\varepsilon_r(t')$ 为位相锁定后的量子噪声; P 和 Q 是抽运噪声强度和量子噪声强度, τ 为抽运噪声自关联时间, ω 为高频载波信号频率, D 为调制信号振幅; λ 为量子噪声实部、虚部之间的关联系数, 其取值范围为 $|\lambda| \leq 1$ 。本文中讨论的物理量, 均无量纲。

设 $I = I_0 + \delta(t')$, $\delta(t')$ 为微小扰动项, I_0 为定态光强。在 $I_0 = a_0/A$ 附近, 对(1)式线性化处理得:

$$d\delta(t')/dt' = -\gamma\delta(t') + Q(1-|\lambda|) + 2I_0p_r(t') +$$

$$P_s = \frac{\pi^2 B^2 D^2}{4I_0^2 [\gamma^2 + (\Omega + \omega)^2]^2} \left[\frac{\gamma^2}{\Omega + \omega} + (\Omega + \omega) \right] + \frac{\pi^2 B^2 D^2}{4I_0^2 [\gamma^2 + (\Omega - \omega)^2]^2} \left[\frac{\gamma^2}{\Omega - \omega} + (\Omega - \omega) \right] + \frac{\pi^2 B^2}{I_0^2 \Omega (\gamma^2 + \omega^2)} \quad (7)$$

$$\begin{cases} S_2(\omega) = \frac{2\pi Q^2(1-|\lambda|)^2}{I_0^2 \gamma^2} + \frac{4P\tau^2}{(\gamma^2 \tau^2 - 1)(\omega^2 \tau^2 + 1)} + \frac{4}{\gamma^2 + \omega^2} \left[\frac{Q(1+|\lambda|)}{I_0} - \frac{P}{\gamma^2 \tau^2 - 1} \right] \\ S_2(\omega + \Omega) = \frac{2\pi Q^2(1-|\lambda|)^2}{I_0^2 \gamma^2} + \frac{4P\tau^2}{(\gamma^2 \tau^2 - 1)[(\omega + \Omega)^2 \tau^2 + 1]} + \frac{4}{\gamma^2 + (\omega + \Omega)^2} \left[\frac{Q(1+|\lambda|)}{I_0} - \frac{P}{\gamma^2 \tau^2 - 1} \right] \\ S_2(\omega - \Omega) = \frac{2\pi Q^2(1-|\lambda|)^2}{I_0^2 \gamma^2} + \frac{4P\tau^2}{(\gamma^2 \tau^2 - 1)[(\omega - \Omega)^2 \tau^2 + 1]} + \frac{4}{\gamma^2 + (\omega - \Omega)^2} \left[\frac{Q(1+|\lambda|)}{I_0} - \frac{P}{\gamma^2 \tau^2 - 1} \right] \end{cases} \quad (8)$$

2 单模激光系统的随机共振现象

由(6)式得出的信噪比 R 和净增益系数 a_0 的关系曲线出现了一个极大值, 也就是单峰随机共振现象。

2.1 偏置信号对随机共振的影响

图1为(6)式中以偏置信号振幅 B 为参量画出的 $R-a_0$ 曲线。参量为 $A = 1, P = 0.001, Q = 0.01, \tau = 0.02, \Omega = 0.01, \omega = 100, D = 1.5$ 。由于(1)式的导出利用了统一色噪声近似, 故所取的抽运噪声色关联时间 $\tau \ll 1$ 。在图1a中可以看到, 当 $\lambda = 0.1$ (弱关联) 时, 信噪比 R 随 a_0 的变化出现一个共振峰, 且随着偏置信号振幅 B 的线性增加, R 的峰值也几乎线性增加, 说明输入的偏置信号振幅越强, 随机共振越强。从图1b可以看出, 在 $\lambda = 0.9$ (强关联) 的情况下, 曲线 $R-a_0$ 也出现一个共振峰, 随着输入信号振幅 B 的线性增加, 峰值也几乎线性增加, 并且峰值比弱关联时更大, 同时, 共振峰变得更加尖锐, 位置离阈值更近。表明在

$$2\sqrt{I_0}\varepsilon_r(t') + B[1 - D\cos(\Omega t')] \cos(\omega t') \quad (3)$$

式中, $\gamma = 2a_0$ 。

定义归一化稳态平均光强关联函数:

$$C(t) = \lim_{t' \rightarrow \infty} \frac{\langle I(t')I(t'+t) \rangle - \langle I(t') \rangle^2}{\langle I(t') \rangle^2} \quad (4)$$

进行傅里叶变换, 得出光强的功率谱:

$$S(\omega') = S_1(\omega') + S_2(\omega')$$

式中, $S_1(\omega')$ 为输出信号功率谱, $S_2(\omega')$ 为输出噪声功率谱。输出信号功率谱中有3个信号频率, 输出总

$$信号功率为: P_s = \int_0^\infty S_1(\omega') d\omega' \quad (5)$$

信噪比的定义为输出信号功率与3个信号频率处单位噪声功率之和的比值(只取正 ω 的谱):

$$R = \frac{P_s}{S_2(\omega) + S_2(\omega + \Omega) + S_2(\omega - \Omega)} \quad (6)$$

式中,

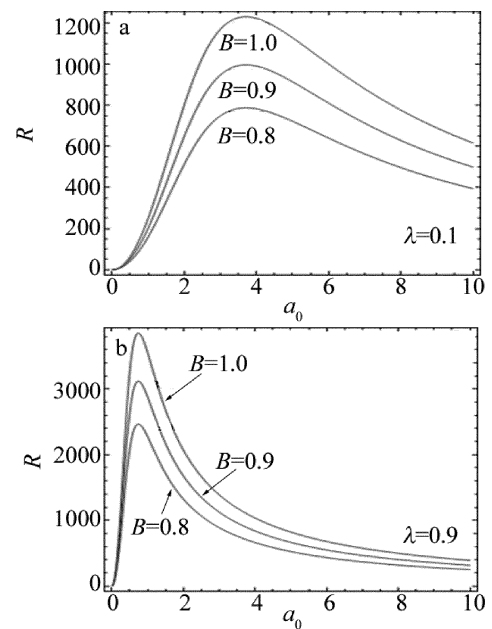


Fig. 1 Relationship between R and a_0 with different B 激光系统中量子噪声实部、虚部间关联强度越强, 输入

信号振幅越大,系统的随机共振越明显。

以低频调制信号频率 Ω 为参量时,由(6)式画出的 R - a_0 曲线,如图 2 所示。参量为 $A = 1, P = 0.001, Q = 0.01, \tau = 0.02, B = 1, \omega = 100, D = 1.5$ 。由图 2a 中可以看到,在 $\lambda = 0.1$ (弱关联) 时,信噪比 R 随 a_0 的变化出现一个共振峰,且随 Ω 的线性减小, R 的峰值出现非线性增加,表明低频调制信号频率越小,对随机共振影响越大。从图 2b 可以看出,在 $\lambda = 0.9$ (强关联) 情况下,信噪比 R 随 a_0 的变化也出现一个共振峰,且峰值较弱关联时增大,表明量子噪声实部、虚部间的关联越强,共振峰越尖锐,对随机共振影响越大。

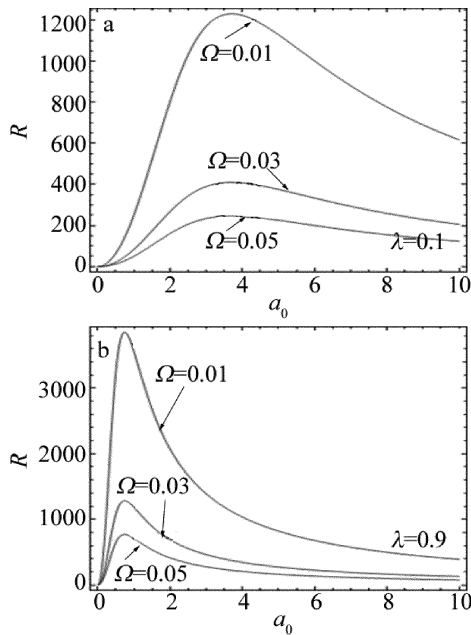


Fig. 2 Relationship between R and a_0 with different Ω

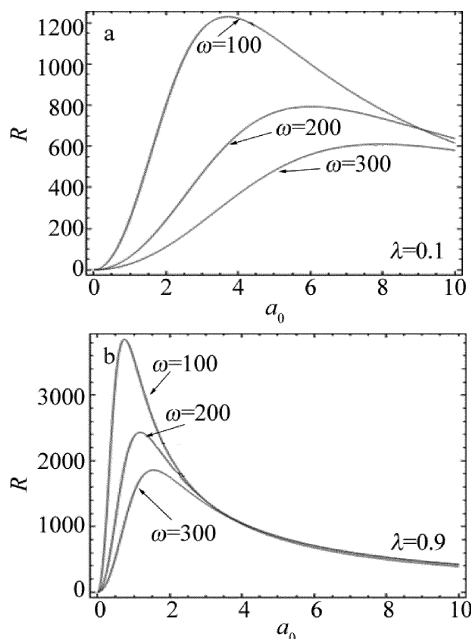


Fig. 3 Relationship between R and a_0 with different ω

以高频载波信号频率 ω 为参量时,由(6)式画出

的 R - a_0 曲线如图 3 所示。参量为 $A = 1, P = 0.001, Q = 0.01, \tau = 0.02, B = 1, \Omega = 0.01, D = 1.5$ 。由图 3a 中可以看到,在 $\lambda = 0.1$ (弱关联) 时,信噪比 R 随 a_0 的变化出现一个共振峰,且当 ω 线性减小时, R 的峰值出现非线性增加,峰值位置左移,表明高频载波信号频率稍小时,随机共振越强。从图 3b 可以看出,在 $\lambda = 0.9$ (强关联) 情况下,信噪比 R 随 a_0 的变化也出现一个共振峰,且峰值较弱关联时增大,表明量子噪声实部、虚部间的关联越强,共振峰越高,越尖锐,越接近阈值,对随机共振影响越大。

2.2 噪声对随机共振的影响

以抽运噪声强度 P 为参量时,由(6)式画出的 R - a_0 曲线如图 4 所示。参量为 $A = 1, Q = 0.01, \tau = 0.02, \Omega = 0.01, \omega = 100, B = 1, D = 1.5$ 。由图 4a 中可知, R 随 a_0 的变化出现峰值,当 $\lambda = 0.1$ (弱关联)、且接近阈值时,曲线 R - a_0 基本不随 P 的变化而变化;稍远离阈值时,峰值随着 P 的线性减小而几乎线性增加。当 $\lambda = 0.9$ (强关联) 时,如图 4b 所示,曲线 R - a_0 几乎不随 P 的变化而变化,但当抽运噪声强度相同时 ($P = 0.001$),图 4b 中比图 4a 中出现的共振峰值要大,峰更尖锐。由图说明,量子噪声实部、虚部间强关联情况下,抽运噪声强度的变化对随机共振的影响很小;同时,量子噪声实部、虚部间的关联越强,随机共振现象越明显。

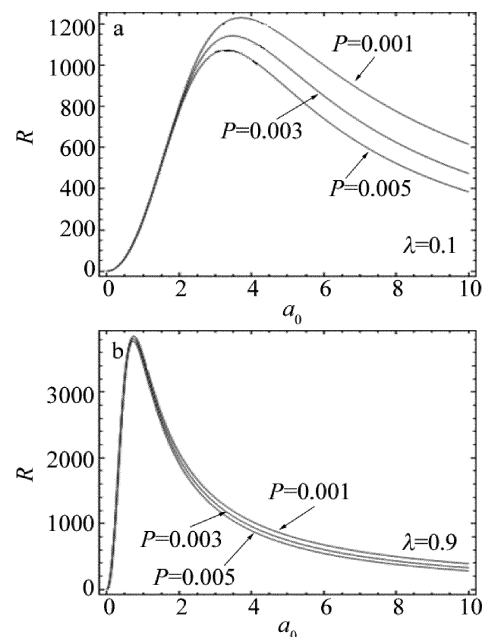


Fig. 4 Relationship between R and a_0 with different P

以量子噪声强度 Q 为参量,由(6)式画出 R - a_0 的曲线如图 5 所示。参量为 $A = 1, P = 0.001, \tau = 0.02, \Omega = 0.01, \omega = 100, B = 1, D = 1.5$ 。由图 5a 中可知,当 $\lambda = 0.1$ (弱关联) 时,曲线 R - a_0 出现一个共振峰,当 Q 线性减小时, R 的峰值出现非线性增加,且共振峰位置

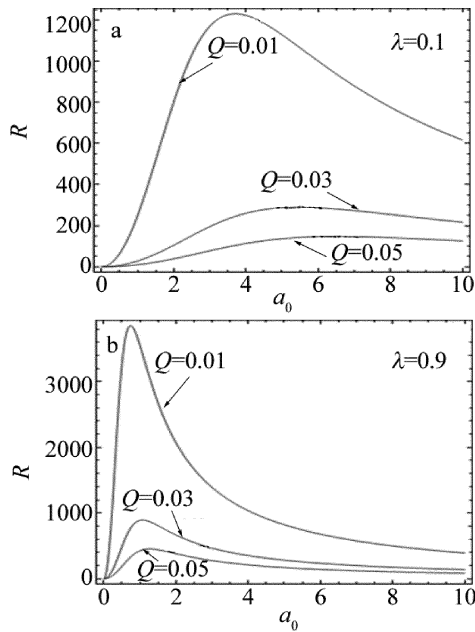


Fig. 5 Relationship between R and a_0 with different Q

稍稍左移,表明量子噪声强度越小,随机共振越强。从图5b可以看出,在 $\lambda = 0.9$ (强关联)情况下,信噪比 R 随 a_0 的变化也出现一个共振峰,当两图取相同的量子噪声强度时,量子噪声实部、虚部间的关联越强,随机共振峰越高,越尖锐,越接近阈值。图5表明,量子噪声实部、虚部间关联越强,量子噪声强度越小,随机共振现象越明显。

3 结论

(1) 当调制信号振幅增大、低频调制信号频率减小、高频载波信号频率较小以及量子噪声强度、抽运噪声强度均减小时,系统的随机共振加强。

(2) 量子噪声实部、虚部间关联越强,随机共振现象越明显,峰值越大。

(3) 强关联下($\lambda = 0.9$),当激光系统的参量确定时,抽运噪声强度对随机共振现象几乎不影响。

(4) 利用类似的研究发现,输入偏置信号后,计算得出的信噪比与信号中高频载波信号频率也会出现共振峰,即随机共振现象。

参考文献[15]中研究了输入单一频率周期信号时信号和噪声对随机共振现象的影响,发现当量子噪声实部、虚部之间弱关联时($\lambda = 0$)出现较明显的共振峰,这与本文中研究的偏置信号输入弱关联时($\lambda = 0$),随机共振峰小且不明显研究情况刚好相反。因为参考文献[15]中得到的信噪比 R 只与 $(1 + |\lambda|)$ 这一项有关,但本文中,而除此项外,还与 $(1 - |\lambda|)^3$ 有关。对于量子噪声强度和抽运噪声强度对随机共振的影响而言,两者结论一致。

参考文献

- [1] LIANG Y L, YANG S H, ZHAO Ch M, *et al.* Research of intensity noise suppression in laser diode-pump Nd:YAG lasers [J]. *Laser Technology*, 2016, 40(1): 113-117 (in Chinese).
- [2] BENZI R, SUTERA A, VULPIANI A. The mechanism of stochastic resonance [J]. *Journal of Physics*, 1981, A14(11): L453-L457.
- [3] ROZENFELD R, FREUND J A, NEIMAN A, *et al.* Noise-induced phase synchronization enhanced by dichotomic noise [J]. *Physical Review*, 2001, E64(5): 051107-051114.
- [4] LUO X Q, ZHU Sh Q. Stochastic resonance driven by two different kinds of colored noise in a bistable system [J]. *Physical Review*, 2003, E67(2): 021104-021117.
- [5] TESSONE C J, WIO H S, HANGGI P. Stochastic resonance driven by time modulated correlated white noise sources [J]. *Physical Review*, 2000, E62(4): 4623-4632.
- [6] LUO X Q, ZHU Sh Q, CHEN X F. Effects of colored noise on the intensity and phase in a laser system [J]. *Physics Letters*, 2001, A287(1/2): 111-119.
- [7] CHENG Q H, CAO L, WU D J, *et al.* Analyses of valid range for the linear approximation in a single-mode laser [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(5): 517-520 (in Chinese).
- [8] YE Q, LI J X, YANG M, *et al.* Phenomenon of resonance in a two-mode laser with an input additive signal [J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2010, 54(5): 875-878.
- [9] ZHANG L Y, JIN G X, WANG Zh Y, *et al.* Energetic stochastic resonance in gain-noise model for single-mode laser [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(3): 034210 (in Chinese).
- [10] LUO X Q. Correlated colored noises in a nonlinear system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, 51(5): 977-981 (in Chinese).
- [11] JIN Y F, XU W, LI W, *et al.* Stochastic resonance for periodically modulated noise in a linear system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(6): 2562-2567 (in Chinese).
- [12] ZHAO Y, GAO Ch Q, CAO Y L, *et al.* Study on laser-diode-pumped 1319nm single frequency laser tuning and noise suppression [J]. *Laser Technology*, 2004, 28(5): 466-468 (in Chinese).
- [13] BARZYKIN A V, SEKI K, SHIBATA F. Periodically driven linear system with multiplicative colored noise [J]. *Physics Review*, 1998, E57(6): 6555-6563.
- [14] CHENG Q H, CAO L, WU D J, *et al.* Stochastic resonance of the signal-to-noise ratio versus the net gain in a single-model laser system [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(8): 901-904 (in Chinese).
- [15] XU D H, WU Z X, CAO L, *et al.* Influence of the input signal and noise on characteristic of stochastic resonance in a single mode laser system [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, 34(9): 1311-1315 (in Chinese).
- [16] YE Q. Evolution of the intensity correlation function in a single-mode laser with a biased amplitude modulation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2014, 43(11): 11140011 (in Chinese).
- [17] YE Q, ZHANG J L. Intensity fluctuation and power spectrum in a single-mode laser [J]. *Laser & Infrared*, 2016, 46(5): 565-569 (in Chinese).
- [18] WANG F, GUI D, HE L P. Steady-state mean normalized intensity fluctuation of a single mode laser driven by color-pump noises modulated by a periodic signal [J]. *Journal of Hubei Polytechnic University*, 2015, 31(1): 47-50 (in Chinese).
- [19] KE Sh Zh, CAO L, WU D J, *et al.* General laser intensity Langevin equation in a single-mode laser model [J]. *Chinese Physics Letters*, 2001, 18(3): 370-372.