

文章编号: 1001-3806(2016)03-0456-05

# 大气湍流对部分相干激光瑞利区间影响的研究

杨军, 王慧, 章曦

(中国人民解放军理工大学理学院, 南京 210007)

**摘要:** 为了研究部分相干双曲余弦高斯激光瑞利区间所受到的大气湍流作用的影响, 采用解析分析和数值计算的方法, 研究了自由空间中瑞利区间所受各种因素的影响, 发现激光瑞利区间随光束相干强度、高斯束腰宽度和大气湍流内尺寸的增强而增大, 随大气折射率起伏强度和激光波长的增加而减小。结果表明, 湍流内尺寸对瑞利区间的影响较为显著, 而湍流外尺寸对瑞利区间的影响作用有限, 瑞利区间的大小取决于大气质量和激光本身特性。

**关键词:** 大气光学; 瑞利区间; 高斯光束; 大气湍流; 自由空间

**中图分类号:** O436; TN241 **文献标志码:** A **doi:** 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2016.03.033

## Influence of atmospheric turbulence on Rayleigh range of partially coherent laser

YANG Jun, WANG Hui, ZHANG Xi

(Institute of Sciences, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

**Abstract:** In order to study influence of atmospheric turbulence on the Rayleigh range of partially coherent cosh-Gaussian beams, analytical analysis and numerical simulation were carried out. It is found that the Rayleigh range increases with the increase of laser coherent beam intensity, Gaussian waist and the inner scale of atmospheric turbulence and decreases with the increase of atmospheric refractive index fluctuation intensity and laser wavelength. The results show that effect of the inner scale of atmospheric turbulence on the Rayleigh range is significant, but the influence of outer scale is weak. The Rayleigh range depends on air quality and laser properties.

**Key words:** atmospheric optics; Rayleigh range; Gaussian beam; atmospheric turbulence; free space

### 引言

激光束的大气传输对遥感、跟踪、远距离光通信以及军事应用都有十分重要的意义。激光通信虽然具有很多独特的优点, 但激光在大气中远距离传播时, 由于受到诸如大气湍流等因素的影响, 激光的相干度、亮度会下降, 光束会发散、抖动, 而且还会有其它许多物理上的性质要改变, 使激光信息传输的优点受到限制, 要充分发挥激光的优势, 就必须了解大气湍流等对激光传输的影响。大气湍流是指大气中局部温度、压强等参量的随机变化而引起折射率随空间位置和时间随机变化。大气湍流影响会使激光大气传输产生光强闪烁、波前畸变和图像失真等问题, 对激光大气通信能产生直接影响。对于大气湍流中波传播、散射的影响研

究已经有很多工作, 其中代表性的工作有 TATARSKII 利用 OBUKHOV 和 KOLMOGOROV 发展的湍流统计理论中有关湍流谱的开创性工作<sup>[1]</sup>。但对于弱湍流、强湍流过渡的临界起伏条件下获得普适的理论体系还没有实现, 对此数值模拟研究不失为一种有效的研究手段。在激光理论中, 瑞利区间是个非常重要的物理量, 瑞利区间通常用来描述激光束无明显扩展的传输距离<sup>[2]</sup>, 瑞利区间概念开始是针对完全相干光的准直范围提出的, 后经 GBUR 等人<sup>[3]</sup>的工作把这一概念拓展到了处理部分相干光问题。对此, 国内有不少学者对此也作了相应的后续研究<sup>[4-5]</sup>, 得到了列阵光束的瑞利区间随子光束数目的增加而增大的结论。上述研究关注的是激光束在自由空间中传输, 在实际应用中, 激光的传输都是在实际大气环境中进行的, 受到诸多因素的影响, 如介质散射、层流和大气湍流等。近年来, 大气湍流对激光传输的影响越来越受到关注<sup>[6-9]</sup>。大气湍流可以通过湍流内尺度  $l_0$ 、湍流外尺度  $L_0$  以及折射率起伏结构常数  $C_n^2$  来描述。对于激光而言, 近年来的研究主要集中在完全相干或部分相干的厄米-高斯 (Hermite-Gaussian, HG) 光束、双曲余弦高斯 (hyperbol-

基金项目: 总参谋部信息化部通信指挥装备军内科研基金资助项目 (KYLYZXJK140002)

作者简介: 杨军 (1974-), 男, 副教授, 主要从事大气激光通信和凝聚态物理的研究和教学。

E-mail: hfeiau@163.com

收稿日期: 2015-02-09; 收到修改稿日期: 2015-03-26

ic cosine-Gaussian, HCG) 光束、余弦高斯光束 (cosine-Gaussian, CG)、双曲正弦高斯 (hyperbolic sine-Gaussian, HSG) 光束和高斯-谢尔模型 (Gaussian-Schell model, GSM) 光束, 厄米正弦类高斯 (Hermite sine-Gaussian, HSG) 光束代表了较为广泛的一大类光束<sup>[10]</sup>, 包括正弦高斯光束和双曲正弦高斯光束。本文中研究了大气湍流的内、外尺寸效应及折射率起伏结构常数对部分相干双曲余弦高斯光束在自由空间和实际空间中传输影响, 得到了一些有意义的结果。

## 1 理论公式

### 1.1 瑞利区间

对于部分相干双曲余弦高斯光束, 根据 CASPERSON 和 ZAHID 等人的工作, 在  $z=0$  平面处的交叉谱密度函数可表示为<sup>[10-11]</sup>:

$$W(x_1', x_2', z=0) = \exp\left(-\frac{x_1'^2}{w_0^2}\right) \cdot \cosh(\Omega_0 x_1') \cdot \exp\left(-\frac{x_2'^2}{w_0^2}\right) \cosh(\Omega_0 x_2') \cdot \exp\left[-\frac{(x_1' - x_2')^2}{2\sigma_0^2}\right] \quad (1)$$

式中,  $\Omega_0$  为光束参量,  $w_0$  为对应基模高斯光束在  $z=0$  处的束腰宽度,  $x_1', x_2'$  为  $z=0$  源平面上的位置坐标,  $\sigma_0$  为在源场处光束的空间相关长度, 根据广义惠更斯-菲涅耳原理, (1) 式所表征的部分相干双曲余弦高斯光束通过自由空间传输的光强为<sup>[12]</sup>:

$$I(x, z) = \frac{k}{2\pi z} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_1' dx_2' W(x_1', x_2', z=0) \cdot \exp\left\{\frac{ik}{2z}(x_1' - x_2') - 2(x_1' - x_2')x\right\} \quad (2)$$

式中,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  为波数,  $\lambda$  为波长。根据 2 阶矩束宽  $\langle x^2 \rangle$  的定义<sup>[13]</sup>有:

$$\langle x^2 \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 I(x, z) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} I(x, z) dx} \quad (3)$$

将(2)式代入(3)式计算可得<sup>[9]</sup>:

$$\langle x^2 \rangle = A + Bz^2 \quad (4)$$

$$\text{式中, } A = \frac{w_0}{4} \left[ 1 + \frac{\beta^2 \exp\left(\frac{\beta^2}{2}\right)}{\exp\left(\frac{\beta^2}{2}\right) + 1} \right], B = \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \cdot w_0^2} \cdot$$

$$\left[ 1 - \frac{\beta^2}{\exp\left(\frac{\beta^2}{2}\right) + 1} + \frac{1}{\alpha^2} \right], \beta = \Omega_0 w_0 \text{ 为光束参量, } \alpha = \sigma_0/w_0 \text{ 为光束相干参量。}$$

在自由空间中, 瑞利区间的大小  $z_{R, \text{free}}$  可以定义为光束横截面积扩展到源场处的两倍大小时光束所传输的距离, 即:

$$2A = A + Bz_{R, \text{free}}^2 \quad (5)$$

所以有:

$$z_{R, \text{free}}^2 = \left(\frac{A}{B}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

考虑到大气湍流, 部分相干光的 2 阶矩束宽  $\langle x^2 \rangle$  可以表示为<sup>[14]</sup>:

$$\langle x^2 \rangle = A + Bz^2 + \frac{2}{3} T z_R^3 \quad (7)$$

式中,  $z_R$  为湍流大气中的瑞利长度;  $T = \pi^2 \int_0^\infty k^3 \cdot \phi_n(k) dk$ , 其中,  $\phi_n(k)$  为大气折射率起伏功率谱密度, 定义为空间自相关函数的 3 维傅里叶变换<sup>[15]</sup>, 下标  $n$  代表谱密度类型。

### 1.2 功率谱密度

折射率起伏功率谱密度常用的有 K 谱 (Kolmogorov spectrum)、T 谱 (Tatarshii spectrum)、V 谱 (von Karman spectrum)、M 谱 (Modified atmospheric spectrum) 和 N-K 谱 (non-Kolmogorov spectrum)<sup>[16]</sup> 等, 考虑到 K 谱和 T 谱在  $k \rightarrow 0$  的情况下存在不可积的极点, 而实际上地球的大气层中含有的空气是有限的, 因此当  $k \rightarrow 0$  时, 功率谱并不能无限大, V 谱能克服上述缺点, 所以本文中考虑用 V 谱:

$$\phi_n(k) = 0.033 \cdot C_n^2 \cdot \frac{\exp\left(-\frac{k^2}{k_m^2}\right)}{\left(k^2 + \frac{1}{L_0^2}\right)^{\frac{11}{6}}} \quad (8)$$

式中,  $k_m = \frac{5.92}{l_0}$ ,  $l_0$  为湍流内尺度,  $m$  表示特定波数;  $0 \leq k \leq \infty$ ;  $L_0$  为湍流外尺度。结合(3)式、(7)式和(8)式就可以求出湍流大气中的瑞利长度  $z_R$ 。

## 2 数值计算结果及分析

大气湍流对激光传输特性的影响是显著的<sup>[17-24]</sup>, 图 1 中给出了不同湍流内尺度  $l_0$  时瑞利长度  $z_R$  随光束相干参量  $\alpha$  变化关系曲线, 作为对比同时给出了自由空间的瑞利长度。从图 1 中可以看出, 相比于自由空间, 大气湍流的存在大幅度降低了激光传输的瑞利长度, 湍流内尺度  $l_0$  的影响是明显的, 湍流内尺寸的增大有利于增加瑞利长度。从图 1 中还可以看出, 当光束相干参量  $\alpha$  达到一定值时, 继续增大光束相干参量对瑞利长度的影响甚微, 瑞利长度趋于一个恒定大小。图 2 中给出的是不同湍流外尺度  $L_0$  时瑞利长度

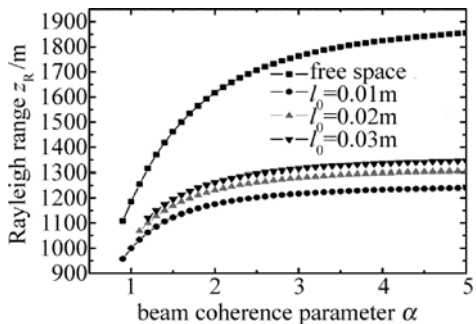


Fig. 1 Rayleigh range  $z_R$  versus beam coherence parameter  $\alpha$  at different turbulence inner scale  $l_0$  (Gaussian waist width  $w_0 = 2\text{cm}$ , beam parameters  $\beta = 1$ , wavelength  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ , outer scale of turbulence  $L_0 = 10\text{m}$ , refractive index parameter  $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14}\text{m}^{-2/3}$ )

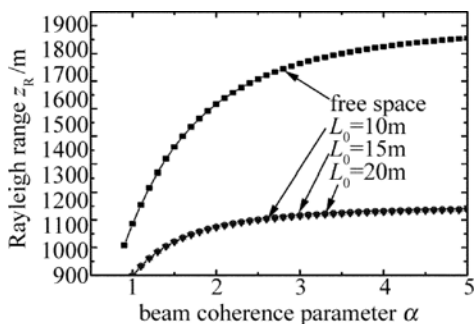


Fig. 2 Rayleigh range  $z_R$  versus beam coherence parameter  $\alpha$  at different turbulence outer scale  $L_0$  (Gaussian waist width  $w_0 = 2\text{cm}$ , beam parameters  $\beta = 1$ , wavelength  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ , inner scale of turbulence  $l_0 = 0.01\text{m}$ , refractive index parameter  $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14}\text{m}^{-2/3}$ )

$z_R$  随光束相干参量  $\alpha$  变化关系,从图 2 中可以看出,瑞利长度随光束相干参量  $\alpha$  的变化趋势与图 1 类似,但湍流外尺度的变化对湍流的瑞利长度影响要弱于外尺度。研究发现,湍流外尺度在大于典型  $L_0 = 10\text{m}$  以后对瑞利长度基本没有影响。

图 3 是不同湍流内尺度  $l_0$  时瑞利长度  $z_R$  随光束参量  $\beta$  变化曲线,从图中可以看出,瑞利长度随光束参量的增加近似成线性增加,说明激光传输过程中的光束参量和束腰宽度都对瑞利长度的变化影响显著,在实际应用中,应该尽可能提高光束参量的大小以利

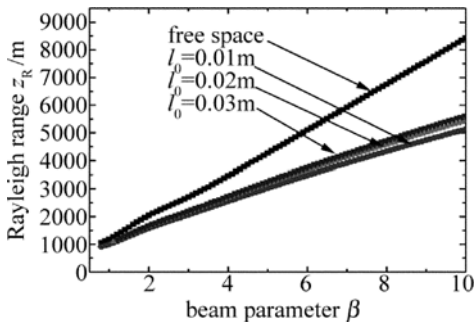


Fig. 3 Rayleigh range  $z_R$  versus beam parameter  $\beta$  at different turbulence inner scale  $l_0$  (Gaussian waist width  $w_0 = 2\text{cm}$ , beam parameters  $\alpha = 1$ , wavelength  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ , outer scale of turbulence  $L_0 = 10\text{m}$ , refractive index parameter  $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14}\text{m}^{-2/3}$ )

于瑞利长度的增加,提高通信质量。图 4 中给出的是不同湍流外尺度  $L_0$  时瑞利长度  $z_R$  随光束参量  $\beta$  变化曲线,从图中也可以看出湍流外尺度大小对瑞利长度影响甚微。

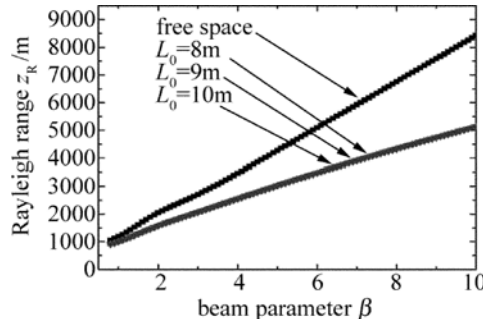


Fig. 4 Rayleigh range  $z_R$  versus beam parameter  $\beta$  at different turbulence outer scale  $L_0$  (Gaussian waist width  $w_0 = 2\text{cm}$ , beam parameters  $\alpha = 1$ , wavelength  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ , inner scale of turbulence  $l_0 = 0.01\text{m}$ , refractive index parameter  $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14}\text{m}^{-2/3}$ )

折射率起伏结构参量(即湍流强度)  $C_n^2$  是描述激光通信质量的重要物理量。图 5 为不同湍流内尺度  $l_0$  时瑞利长度  $z_R$  随折射率起伏结构参量  $C_n^2$  变化曲线。从图可以看出,随着折射率起伏结构参量的增加,也就是说介质的折射率起伏增强,激光的瑞利长度快速衰减,但到达一定的数值后基本保持不变,说明此时折射率起伏的影响达到饱和。所以在实际应用中要充分考虑到折射率起伏对激光传输有效性的影响。从图 5 中还可以看出,湍流内尺寸越大,相应的瑞利长度越大,所以增大湍流内尺寸对增加瑞利区间是有利的。这个结论从图 6 也能得到验证,图 6 的计算结果表明,随着湍流内尺寸的增大,瑞利长度随之增加,但湍流外尺寸的影响非常有限。目前还没有一个成熟的模型来描述湍流内尺度随高度的变化,对于湍流外尺度随高度的变化,有学者根据测量得到的数据,将湍流外尺度随高度的变化近似拟合为:  $L_0 = 0.5 + 5\exp\left[-\left(\frac{h-2500}{7500}\right)^2\right]$ , 其中,  $h$  为离地面的高度。大气湍流内尺度在地面附近的典型测量结果是几个毫米,并且随着高度的增加

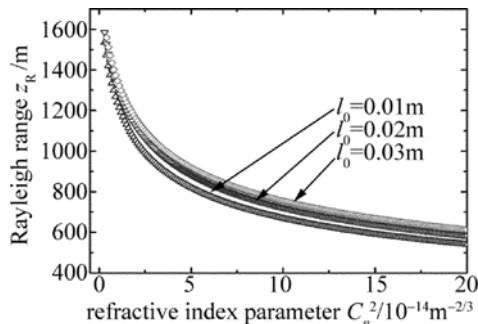


Fig. 5 Rayleigh range  $z_R$  versus refractive index parameter  $C_n^2$  at different turbulence inner scale  $l_0$  (Gaussian waist width  $w_0 = 2\text{cm}$ , turbulence outer scale  $L = 10\text{m}$ , wavelength  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ ,  $\alpha = 5$ )

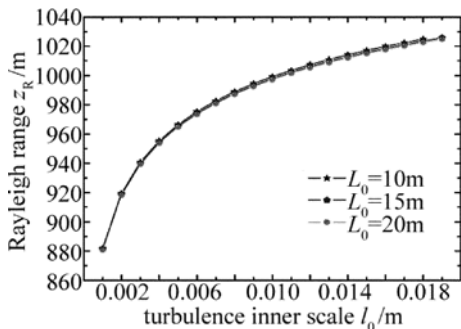


Fig. 6 Rayleigh range  $z_R$  versus turbulence inner scale  $l_0$  at different turbulence outer scale  $L_0$  (Gaussian waist width  $w_0 = 2\text{cm}$ , wavelength  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ , beam parameter  $\alpha = 1$ , refractive index parameter  $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$ )

而增加,最大能够达到几十厘米。当湍流的速度增大时,大尺度的涡旋不稳定而分裂成小尺度的涡旋,同时伴随能量传递,当湍流涡旋的尺度减小到一定值时,由于流体的粘性阻力,涡旋的动能将全部转化为热能而耗散掉,从而不能形成更小的涡旋。

图7中给出了激光的波长对瑞利长度的影响,从图中可以看出,在自由空间,瑞利长度随激光波长的增加呈现出明显的降低趋势,但是在实际空间中,瑞利长度虽然总体仍然呈现出降低趋势,波长的变化导致的瑞利长度的下降幅度显著降低,且湍流内尺度越小,总的瑞利长度越小。激光的波长对瑞利长度的影响可以从两个方面来理解:一是波长越长,光子能量越低,传输能量减弱,瑞利长度越小;其次是波长越长,受到散射作用越强,相位损失越显著,退相干作用增强,瑞利波长也就越短,不利激光的高质量传输。

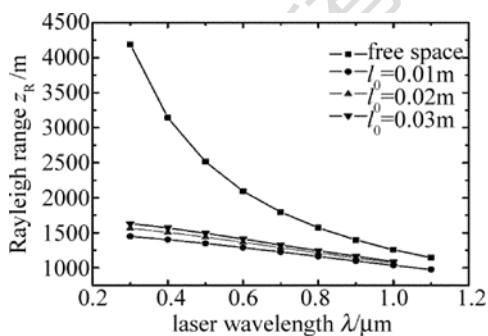


Fig. 7 Rayleigh range  $z_R$  versus laser wavelength  $\lambda$  at different turbulence inner scale  $l_0$  (Gaussian waist width  $w_0 = 2\text{cm}$ , beam coherence parameter  $\alpha = 1$ , turbulence outer scale  $L_0 = 10\text{m}$ , beam parameter  $\beta = 1$ , refractive index parameter  $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$ )

图8中给出的是不同湍流内尺度  $l_0$  的瑞利长度  $z_R$  随束腰宽度  $w_0$  变化曲线,从图中可以看出,在自由空间中,瑞利区间随高斯束腰宽度的增加而显著增大,但在实际空间中,瑞利区间仍然呈现出增加的趋势,但增加趋势明显降低,所以增加束腰宽度对激光的相位保持是有利的。

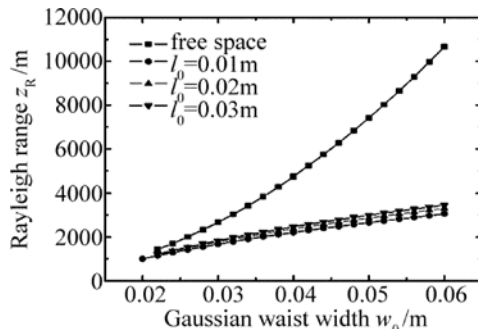


Fig. 8 Rayleigh range  $z_R$  versus Gaussian waist width  $w_0$  at different turbulence inner scale  $l_0$  (beam coherence parameter  $\alpha = 1$ , turbulence outer scale  $L_0 = 10\text{m}$ , beam parameter  $\beta = 1$ , refractive index parameter  $C_n^2 = 1.0 \times 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$ )

### 3 结论

大气湍流效应对激光作为信息载体在大气中的传输有显著影响,本文中研究了大气湍流对部分相干双曲余弦高斯激光光束在大气中传输过程中瑞利区间的影响。研究表明,瑞利长度的大小受到激光光束相干强度、束腰宽度、湍流内尺寸、折射率起伏强度及激光波长等因素影响综合影响。解析分析和计算表明,瑞利区间随激光光束相干强度和束腰宽度及大气湍流内尺寸的增加而增大,随大气折射率起伏强度和激光波长的增加而减小。对于大气湍流的尺寸效应,研究中发现,大气湍流内尺寸的变化对瑞利区间的影响明显大于湍流外尺寸,大气湍流内尺寸的增加对瑞利长度的增加时有利的。研究结果在激光通信等实际应用方面有相应的参考价值。

### 参 考 文 献

- [1] Tatarskii V I. Wave propagation in a turbulent medium[M]. New York, USA: McGraw-Hill, 1961: 100-104.
- [2] Siegman A E. Laser [M]. Mill Valley, CA, USA: University Science Books, 1986: 698-744.
- [3] Gbur G, Wolf E. The Rayleigh range of partially coherent beams [J]. Optics Communications, 2001, 199(5/6): 295-304.
- [4] Ji X L. Rayleigh range of Hermite-Gaussian array beams [J]. Chinese Physics Letters, 2009, 26(12): 1242010.
- [5] Ji X L, Dou L Y. Two types of definition for Rayleigh range [J]. Optics & Laser Technology, 2012, 44(1): 21-25.
- [6] Shirai T, Dogariu A, Wolf E. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence [J]. Journal of the Optical Society of America, 2003, B20(6): 1094-1102.
- [7] Cai Y J. Propagation of various flat-topped beams in a turbulent atmosphere [J]. Journal of Optics, 2006, A8(6): 537-545.
- [8] Korotkova O, Wolf E. Beam criterion for atmospheric propagation [J]. Optical Letters, 2007, 32(15): 2137-2139.
- [9] Ji X L. The influence of turbulence on the Rayleigh range of partially coherent cosh-Gaussian beams [J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(6): 064207 (in Chinese).
- [10] Casperson L W, Hall D G, Tovar A A. Hermite-sinusoidal-

- Gaussian beams in complex optical systems [J]. Journal of the Optical Society of America, 1998, A15(4): 954-961.
- [11] ZAHID M, ZUBAIRY M S. Directionality of partially coherent Bessel-Gaussian beams [J]. Optics Communications, 1989, 70(5): 361-364.
- [12] MANDEL L, WOLF E. Optical coherence and quantum optics [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1995: 61-69.
- [13] SIEGMAN A E. New developments in laser resonators [J]. Proceedings of the SPIE, 1990, 1224: 2-14.
- [14] DAN Y, ZHANG B. Second moments of partially coherent beams in atmospheric turbulence [J]. Optics Letters, 2009, 34(5): 563-565.
- [15] LI X F. Principle and technology of satellite to ground laser communication first edition [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2007: 116-119 (in Chinese).
- [16] TOSELLI I, ANDREWS L C, PHILLIPS R L, *et al.* Free-space optical system performance for laser beam propagation through non-Kolmogorov turbulence [J]. Optical Engineering, 2008, 47(2): 026003.
- [17] CAI Y J, HE S. Propagation of a partially coherent twisted anisotropic Gaussian Schell-model beam in a turbulent atmosphere [J]. Applied Physics Letters, 2006, 89(4): 041117.
- [18] LU W, LIU L, SUN J, *et al.* Change in degree of coherence of partially coherent electromagnetic beams propagating through atmospheric turbulence [J]. Optics Communications, 2007, 271(1): 1-8.
- [19] SALEM M, KOROTKOVA O, DOGARIU A, *et al.* Polarization changes in partially coherent electromagnetic beams propagating through turbulent atmosphere [J]. Waves in Random Media, 2004, 14(4): 513-523.
- [20] TOVAR A A, ASPERSON L W. Production and propagation of Hermite-sinusoidal-Gaussian laser beams [J]. Journal of the Optical Society of America, 1998, A15(9): 2425-2432.
- [21] FARINA J D, NARDUCCI L M. Generation of highly directional beams from a globally incoherent source [J]. Optics Communications, 1980, 32(2): 203-208.
- [22] LIU L H, LÜ W Y, YANG C, *et al.* Propagation properties of partially coherent Hermite-cosh-Gaussian beams in non-Kolmogorov turbulence [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(3): 034208 (in Chinese).
- [23] AI Y L, DAN Y Q, MING D.  $M_2$  factor of partially coherent cosh-gaussian beams in turbulent atmosphere [J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(11): 2849-2854 (in Chinese).
- [24] ZHU Z W, XU J C, CANG J. Propagation properties of  $J_0$ -correlated partially coherent flat-topped beams in a turbulent atmosphere [J]. Laser Technology, 2010, 34(4): 565-568 (in Chinese).