

文章编号: 1001-3806(2015)05-0731-04

梯度折射率介质对复变量 sinh-Gaussian 光束传输的影响

黄永超¹, 张廷蓉²

(1. 内江师范学院 工程技术学院, 内江 641112; 2. 四川师范大学 物理与电子工程学院, 成都 610066)

摘要: 为了研究梯度折射率介质对复变量双曲正弦高斯光束的传输影响, 利用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分法推导出了复变量双曲正弦高斯光束在梯度折射率介质中的传输场, 运用空间二阶矩的定义解出了光斑尺寸及其变化率的表达式, 并进行了数值模拟分析。结果表明, 光斑尺寸及其变化率随传输距离的增加呈周期性变化, 周期由折射率系数决定; 随光束参量的改变, 光斑位置不变, 周期性不变, 但是光斑尺寸的振荡幅度要发生改变; 通过调整这些参量, 可以改变光斑尺寸及其位置。此项研究对大功率半导体激光器等方面的开发应用有帮助。

关键词: 几何光学; 光斑尺寸; 广义衍射积分法; 复变量双曲正弦高斯光束; 梯度折射率介质

中图分类号: O435 **文献标志码:** A **doi:** 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2015.05.031

Influence of gradient-index medium on propagation property of complex variable sinh-Gaussian beam

HUANG Yongchao¹, ZHANG Tingrong²

(1. College of Engineering and Technology, Neijiang Normal University, Neijiang 641112, China; 2. Institute of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu 610066, China)

Abstract: In order to study influence of gradient-index medium on propagation property of complex variable sinh-Gaussian beam, propagation field of complex variable sinh-Gaussian beam in a gradient-index medium was deduced by means of generalized Huygens-Fresnel diffraction integral method. The expressions of spot size and its change rate were deduced by using the definitions of spatial second-order matrix. Then, the numerical stimulation and analysis were made. The results show that the spot size and its change rate changes with the increasing of propagation distance periodically and the periodical cycles are determined by gradient-index parameters. With the changing of beam parameters, the spot location and the periodical cycle are constant, but the oscillation amplitude of the spot size will change. The spot size and its location can be changed by adjusting these parameters. The study is helpful for development and application of high-power semiconductor lasers.

Key words: geometrical optics; spot size; generalized diffraction integral method; complex variable sinh-Gaussian beams; gradient-index medium

引 言

非线性光学不仅从理论上丰富了人们对光与物质相互作用的认识, 而且已经得到广泛的应用。因此, 研究非均匀介质在激光束作用下产生的非线性现象及其应用是一个非常热门的课题。梯度折射率介质是比较典型的非均匀介质, 它在光纤耦合器、光通信、光学设计应用开发等方面具有广泛的应用前景。目前人们对梯度折射率介质的特性及其应用做了深入的研究^[1-5]。梯度折射率介质中余弦高斯光束、平顶高斯光束、洛伦

兹高斯光束、双曲正弦高斯光束和空心高斯光束的传输特性也有广泛研究^[6-10]。双曲正弦高斯光束 (sinh-Gaussian beams, ShGB) 是厄米余弦高斯光束的特例^[11]。对双曲正弦高斯光束中双曲正弦函数的变量取复数, 称之为复变量双曲正弦高斯光束 (elegant sinh-Gaussian beams, EShGB)^[12], 双曲正弦高斯光束在直角坐标系下各轴上光强为 0, 但是各象限中双曲正弦高斯光束的光强分布具有明显的对称性, 并且双曲正弦高斯光束可看作是具有相同束宽的两偏心高斯光束合成。基于此, 研究复变量双曲正弦高斯光束具有重要意义。作者将运用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分法推导出 EShGB 在折射率径向分布介质中的传输光场, 运用空间二阶矩的定义解出光斑尺寸的的表达式, 并数值模拟介质中 EShGB 传输特性, 为其在实际应用中提供一定的理论参考。

作者简介: 黄永超 (1979-), 男, 硕士, 讲师, 主要从事激光的传输与变换的研究。

E-mail: huangyongchaocs@163.com

收稿日期: 2014-07-27; 收到修改稿日期: 2014-12-05

1 EShGB 通过梯度折射率介质的传输公式

在 $z=0\text{mm}$ 的平面上, EShGB 的场强分布^[11-12]为:

$$E_0(x_0, 0) = \exp\left(-\frac{x_0^2}{w_0^2}\right) \sinh[(\alpha + i\gamma)x_0] \quad (1)$$

式中, w_0 表示 EShGB 的束腰宽, α 和 γ 为与双曲正弦函数项相关的参量, x_0 是入射面上的横向坐标, E_0 是入射面的场分布。EShGB 通过梯度折射率介质中从源平面到观察平面 z 之间的光学系统用传输矩阵表示为^[1]:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta z) & \frac{\sin(\beta z)}{\beta} \\ -\beta \sin(\beta z) & \cos(\beta z) \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中, A, B, C, D 为 1 阶光学系统的变换矩阵元, β 为梯度折射率系数。当 EShGB 通过这一光学系统的传输时, 可由广义惠更斯-菲涅耳衍射积分描述^[13]:

$$E(x, z) = \sqrt{\frac{i}{\lambda B}} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0, 0) \times \exp\left[-\frac{ik}{2B}(Ax_0^2 - 2x_0x + Dx^2)\right] dx_0 \quad (3)$$

式中, $k=2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长。选取梯度径向分布的介质作为研究对象, 其梯度折射率径向分布介质的折射率可表示为^[7]:

$$n = n_0\left(1 - \frac{1}{2}\beta^2 x^2\right) \quad (4)$$

式中, n_0 表示介质轴上的折射率。将(1)式带入(3)式, 得 EShGB 通过梯度折射率介质的传输场为:

$$E(x', z) = \sqrt{\frac{iZ_0}{B + iZ_0A}} \exp\left[\frac{B(a + ib)^2}{4(B + iZ_0A)}\right] \times \exp\left[\frac{-Z_0^2 - iBDZ_0 + Z_0^2AD}{B^2 + iZ_0AB} x'^2\right] \times \sinh\left[\frac{i(a + ib)Z_0}{B + iZ_0A} x'\right] \quad (5)$$

式中, $x' = x/w_0$ 为相对坐标, $a = \alpha w_0$ 和 $b = \gamma w_0$ 为光束参量, $Z_0 = \pi w_0^2/\lambda$ 为瑞利长度。将(2)式带入(5)式, 由 $I(x', z) = E(x', z) \times E^*(x', z)$, 可得 EShGB 在梯度折射率径向分布的介质中任意一点的光强分布。其中 $E^*(x', z)$ 表示 $E(x', z)$ 的共轭。

$$I(x', z) = \frac{1}{2} \sqrt{K} \times \exp\left[\frac{(a^2 - b^2) \sin^2(\beta z) + abZ_0\beta \sin(2\beta z)}{2T}\right] \times \exp(-2Kx'^2) \cosh\left[\frac{2aZ_0^2\beta^2 \cos(\beta z) - 2bZ_0\beta \sin(\beta z)}{T}\right] - \cos\left[\frac{2aZ_0\beta \sin(\beta z) + 2bZ_0^2\beta^2 \cos(\beta z)}{T}\right] \quad (6)$$

式中, $T = \sin^2(\beta z) + Z_0^2\beta^2 \cos^2(\beta z)$, $K = Z_0^2\beta^2/T$ 为变量。

由空间二阶矩定义可以得:

$$\sigma_x^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 I(x, z) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} I(x, z) dx} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x' - \bar{x}')^2 I(x', z) dx'}{\int_{-\infty}^{\infty} I(x', z) dx'} \quad (7)$$

式中, \bar{x} 是空间一阶矩, 因为 EShGB 具有对称性, 因此 $\bar{x}' = 0$, 将(6)式带入(7)式, 根据积分公式^[14]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} t^2 \exp(-pt^2 \pm qt) dt = \frac{1}{2p} \sqrt{\frac{\pi}{p}} \left(1 + \frac{q^2}{2p}\right) \exp\left(\frac{q^2}{4p}\right) \quad (8)$$

式中, t 是自变量, p 和 q 是常系数。由计算得:

$$\sigma_x^2 = \frac{w_0^2}{4} \left\{ (1 + a^2 + F) \cos^2(\beta z) + (1 + b^2 + F) \times \left[\frac{\sin(\beta z)}{\beta Z_0} \right]^2 - \frac{ab \sin(2\beta z)}{\beta Z_0} \right\} \quad (9)$$

式中, $F = \frac{a^2 + b^2}{\exp\left(\frac{a^2 + b^2}{2}\right) - 1}$ 。

根据光斑尺寸 $W(z)$ 与二阶矩关系式:

$$W^2(z) = 4\sigma_x^2 \quad (10)$$

将(9)式代入(10)式整理得:

$$W^2(z) = w_0^2 \left\{ (1 + a^2 + F) \cos^2(\beta z) + (1 + b^2 + F) \left[\frac{\sin(\beta z)}{\beta Z_0} \right]^2 - \frac{ab \sin(2\beta z)}{\beta Z_0} \right\} \quad (11)$$

分析(11)式可知, 当 $a=0, b=0$ 时, 光斑尺寸在 $z=0\text{mm}$ 平面上取最小值(即束腰宽度)。对(11)式进行微分, 可以得到 EShGB 在梯度折射率介质中传输时, 在观察面 z 上的 EShGB 的光斑尺寸的变化率:

$$\frac{dW(z)}{dz} = \frac{M\beta \sin(2\beta z) - 2H\beta \cos(2\beta z)}{2\sqrt{S + M\sin^2(\beta z) - H\sin(\beta z)}} \quad (12)$$

式中, $M = (1 + b^2 + F)/(\beta z)^2 - S$, $S = 1 + a^2 + F$, $H = ab/(Z_0\beta)$ 是为简化引入的变量。

2 数值计算及分析

运用(1)式对 EShGB 在 $z=0\text{mm}$ 平面上的光强分布作了数值模拟(本文中计算都取 $\lambda = 632\text{nm}$, $w_0 = 0.96\text{mm}$), 由图 1 可以得出: 当 $x=0$ 时, 光强为 0, 这是由 EShGB 性质所决定的; 当 $a=0.2, b=15$ (a 较小, b 较大) 时, 光强分布具有正弦高斯光束的形状; 当

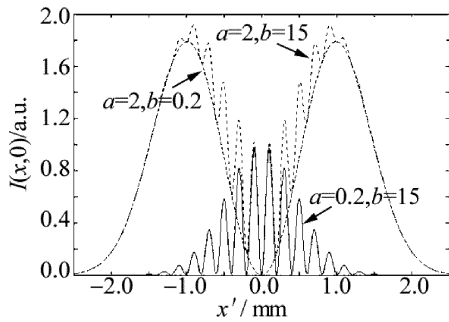


Fig. 1 Intensity distributions at the plane $z=0\text{mm}$

$a=2, b=0.2$ (a 较大, b 较小) 时, 光强分布表现出了双曲正弦高斯光束特征, 这是由于 b 较小时, EShGB 趋于退化为双曲正弦高斯光束; 当 $a=2, b=15$ (a, b 较大) 时, 光强分布既不具有正弦高斯光束性质, 也不具有双曲正弦高斯光束特征。

运用 (6) 式做数值模拟, 取折射率参数 $\beta = 0.1\text{mm}^{-1}$, 图 2 中给出了光束在观察面 ($z = 15\text{mm}$) 上的光强分布, 由图 2 可知, 当 EShGB 在梯度折射率介质中传输时, 光强分布保持了 $z = 0\text{mm}$ 平面上的特征, 即梯度折射率介质不改变光束的形状。对比图 1 和图 2 可以知道, 折射率的空间分布对光强峰值及光斑有影响。

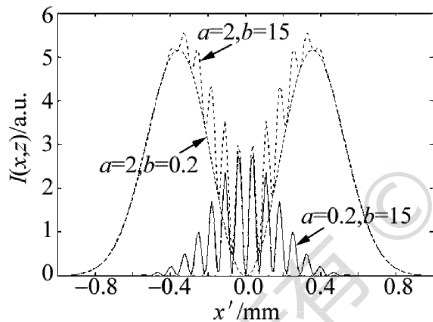


Fig. 2 Intensity distribution at the plane $z=15\text{mm}$

为了进一步说明折射率的空间分布对光束光斑的影响, 利用 (11) 式进行数值模拟, 取折射率参数 $\beta = 0.1\text{mm}^{-1}$, 结果如图 3 所示。当 EShGB 在梯度折射率介质中传输时, 随着传输距离的增加, 光斑尺寸出现周期性变化; 随光束参数 a 增大, 光斑尺寸振荡幅度增大; 随偏心参数 b 增大, 光斑尺寸振荡幅度减小。由此

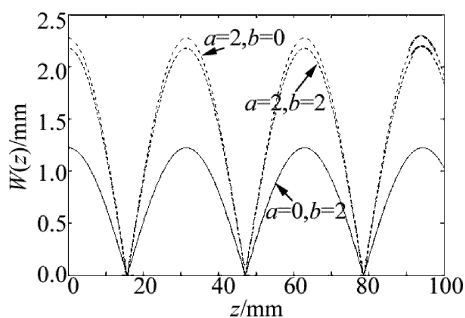


Fig. 3 Spot size versus propagation distance z

可知, 光斑尺寸振荡的幅度由光束参数 a 和 b 决定。

为了进一步说明折射率系数 β 对光斑的影响, 图 4 中给出了当折射率系数 β 取不同值时, 光斑尺寸随传输距离 z 变化, 由图 4 可以知道, 光束参数一定 ($a = 2, b = 2$), EShGB 在梯度折射率介质中传输时, 随折射率系数 β 的增大, 光斑尺寸的振荡周期性发生了变化; 并发现, 折射率系数 β 越大, 振荡周期越小, 即随折射率 β 的增大, 在传输方向上周期被压缩, 但是光斑尺寸没有变化。这表明梯度折射率系数决定了光斑尺寸变化的周期, 但是对光斑尺寸振荡的幅度没有影响。

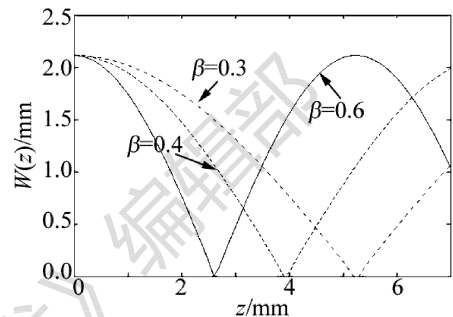


Fig. 4 Spot size versus propagation distance z for different gradient-index parameters β

运行 (12) 式做数值模拟, 取折射率参数 $\beta = 0.1\text{mm}^{-1}$, 结果如图 5 所示。当 EShGB 在梯度折射率介质中传输时, 随传输距离的增加, 光斑尺寸变化率在前半个周期内为负值, 由 0 逐渐减小到最小, 后半周期突然跃迁到正的最大值再逐步减小到 0。这说明前半周期光斑尺寸逐渐减小, 即光束在聚焦; 后半周期光斑尺寸在逐渐增大, 即光束在发散。由图 5 还可以看出, 在同一观察面上, 当光束参数 a 的增大, 光斑尺寸变化率的范围在扩展; 当光束参数 b 的增大, 光斑尺寸变化率的范围被压缩。

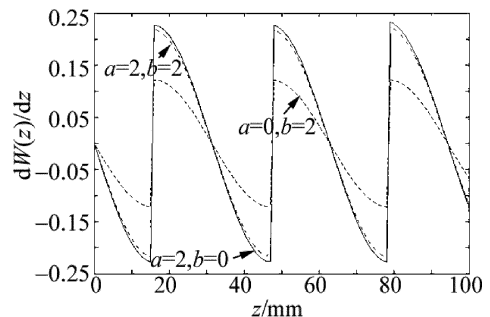


Fig. 5 Change rate of spot size versus propagation distance z

为了进一步说明折射率系数 β 对光斑尺寸变化率的影响, 图 6 中给出了当折射率系数 β 取不同值时, 光斑尺寸变化率随传输距离 z 的变化。由图 6 可知, 光束参数一定 ($a = 0.2, b = 0.2$), EShGB 在梯度折射率介质中传输时, 随折射率系数 β 增加, 光斑尺寸变化率的范围在扩展; 同时发现光斑尺寸变化率的周期被压

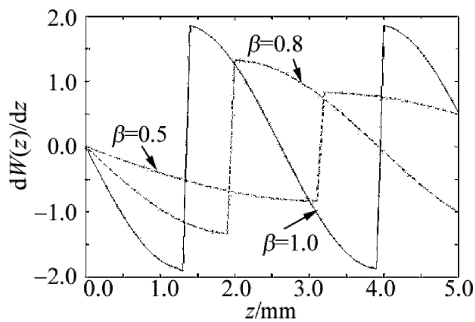


Fig. 6 Change rate of spot size versus propagation distance for different gradient-index parameters β

缩,表明折射率系数增大,光束扩展或聚焦都将变快。

3 结 论

研究了梯度折射率介质对 EShGB 传输的影响,结果表明:当复变量双曲正弦高斯光束在梯度折射率介质中传输时,光束出现了周期性变化,周期由折射率系数决定,并且光斑尺寸随传输距离的增加,光斑尺寸出现了余弦平方的变化规律,光斑尺寸振荡幅度由光束参量确定,当随光束参量 a 的增大,光斑尺寸振荡幅度增大;随偏心参量 b 的增大,光斑尺寸振荡幅度减小。因此,通过传输控制参量可以得到余弦平方变化的光信号,从而得到数字脉冲光信号;同时发现,光斑尺寸的变化率随传输距离变化也具有周期性,通过对比可知,光斑尺寸变化率跃迁的位置就是光斑尺寸最小的位置,在同一观察面上,当光束参量 a 的增大,光斑尺寸变化率的范围在扩展;当光束参量 b 的增大,光斑尺寸变化率的范围在被压缩。在实验中,EShGB 可由厄米-高斯模相干合成而产生,主要用于表征激光器的远场分布,因此,对于描述大功率半导体激光器的光场有着重要的意义。这些结论有助于大功率半导体激光器等方面的开发应用。

参 考 文 献

[1] SICGMAN A E. Lasers [M]. Los Angeles, California, USA: Univer-

sity Science Books, 1986;586-589.

[2] BALLAV M, CHOWDHURY-CHAOS A R. A generalized nonlinear Schrödinger equation and optical soliton in a gradient index cylindrical media [J]. Solitons & Fractals, 2007, 31(4):794-803.

[3] JOHN H, LORENZ S D. Web inspection using gradient-indexed optics [J]. Proceedings of the IEEE, 2005, 41(6):1476-1482.

[4] BALLAV M, CHOWDHURY A R. A generalized nonlinear schodinger equation and optical soliton in a gradient index cylindrical media[J]. Chaos Solitons and Fractals, 2007, 31(4):794-803.

[5] YABLON A D, BISE R T. Low-loss high-strength microstructured fiber fusion splices using GRIN fiber lenses [J]. Proceedings of the IEEE, 2005, 17(1):118-120.

[6] SONG H Y, ZHANG T R, CHENG S H, et al. Propagation properties of flattened Gaussian beams in gradient-index medium[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(10):2630-2633 (in Chinese).

[7] SONG H Y, ZHANG T R, CHENG S H, et al. Propagation properties of cosine-Gaussian beams in gradient-index medium [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(4):890-894 (in Chinese).

[8] ZHOU G Q. Propagation of Lorentz-Gaussian beams in gradient-index media [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2013, 25(1):42-46 (in Chinese).

[9] LIU L, HAO Z Q. Propagation of sinh-Gaussian beams in gradient-index medium [J]. Laser Technology, 2013, 37(1):126-129 (in Chinese).

[10] HUANG Y C, LI C J, ZHANG X L. Propagation properties of hollow Gaussian beams in Gradient-index media[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(3):032601 (in Chinese).

[11] CASPERSON L W, TOVAR A A. Hermite sinusoidal Gaussian beams in complex optical systems [J]. Journal of the Optical Society of America, 1998, A15(4):954-963.

[12] WANG L, KONG R X. Propagation properties of the elegant sinh-Gaussian beams[J]. Opto-Electronic Engineering, 2006, 33(2):45-49 (in Chinese).

[13] COLLINS S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. Journal of the Optical Society of America, 1970, 60(9):1168-1177.

[14] ERDELYI A, MAGNUS W, OBERHETTINGER F, et al. Tables of integral transforms[M]. New York, USA: McGraw Hill, 1954:856-859.