

文章编号: 1001-3806(2014)05-0595-04

GSM 光束在负折射率介质中的传输特性研究

许森东, 徐弼军

(浙江科技学院 理学院, 杭州 310023)

摘要: 为了研究高斯-谢尔模型光束在负折射率介质中的传输特性, 利用矩阵光学理论、衍射积分理论、相干偏振统一理论推导了高斯-谢尔模型光束通过负折射率介质中传输交叉谱密度方程的解析表达式, 并利用该解析表达式得到了高斯-谢尔模型光束通过负折射率介质的谱密度和谱相干度。结果表明, 高斯-谢尔模型光束的谱密度和谱相干度都可以通过负折射率介质的工作频率调控。此研究结果提供了一种新的调控光传输的方法和技术。

关键词: 激光物理; 高斯-谢尔模型光束; 负折射率介质; 谱密度; 谱相干度

中图分类号: O435 **文献标志码:** A **doi:** 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2014.05.004

Study on propagation properties of Gaussian-Schell model beams in negative index medium

XU Sendong, XU Bijun

(School of Science, Zhejiang University of Science and Technology, Hangzhou 310023, China)

Abstract: In order to study the propagation characteristics of Gaussian-Schell model(GSM) beams in negative index medium, the analytical expression was obtained for the cross-spectral density function of GSM beam passing through negative index medium based on the matrix optics theory, diffraction integral theory and unification theory of coherence and polarization. The spectral density and the spectral coherence degree of the beam passing through the negative index medium were obtained with the formula. Numerical examples show that both the spectral density and the coherence spectral degree of GSM beam can be modulated by the frequency of the negative index medium. The results provide a new modulation method for the beam propagation.

Key words: laser physics; Gaussian-Schell model beams; negative index medium; spectral density; spectral coherence degree

引 言

因为部分相干光在激光通讯、光学成像、微粒捕获和散射等领域有着重要的应用价值, 所以部分相干光的传输特性近年来受到越来越多人的关注与研究^[1-6]。而高斯-谢尔模型(Gaussian-Schell model, GSM)光束作为一种典型和常见的部分相干激光束, 人们对其已进行了大量的研究^[6-9]。近年来, 人们已经对 GSM 光束在湍流大气、自由空间、人体组织等介质中的传输特性进行了广泛研究, 其结果对

控制和应用 GSM 光束具有十分重要的参考价值。

另一方面, 负折射率材料(negative index medium, NIM)由于具有独特的电磁性质因而受到人们广泛的关注和研究^[10]。在几十年前就有科学家提出了负折射率的概念, 但由于自然界中找不到天然的负折射率材料, 并没有引起人们的研究兴趣。2001年, 加州大学圣迭戈分校的 SMITH 等人成功地实现了 PENDINGRY 的构想, 制作出负折射率材料并通过实验观察到负折射现象^[11]。随着大量有关负折射率介质的实验开展, 有关负折射率研究的论文近年来呈指数增长, 也得到很多有关负折射率材料有价值的研究结果。

本文中研究了 GSM 光束通过负折射率材料的传输性质, 得到了 GSM 光束通过负折射率材料的传输交叉谱密度方程的解析表达式。利用这个派生公式计算出 GSM 光束的谱密度和谱相干度, 计算结果

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51005212); 浙江省教育厅科研资助项目(Y201120062)

作者简介: 许森东(1981-), 男, 工程师, 硕士, 现主要从事人工复合电磁介质的研究。

E-mail: xusendong@163.com

收稿日期: 2013-11-01; 收到修改稿日期: 2013-11-11

表明,GSM 光束的谱密度和谱相干度都可以通过负折射介质的参量所调控。

1 负折射率材料的折射率

考虑 Drude 模型构成的负折射率材料,在这个模型中介质的等效磁导率 μ_{eff} 为^[11]:

$$\mu_{\text{eff}} = 1 - \frac{\omega_{m,p}^2 - \omega_{m,o}^2}{\omega^2 - \omega_{m,o}^2 + i\gamma\omega} \quad (1)$$

式中, $\omega_{m,p}$ 为磁场等离子体的圆频率, $\omega_{m,o}$ 为构成负折射率材料的金属环的谐振圆频率, ω 为负折射率介质的工作圆频率, γ 为负折射率介质的损耗特征, 介电常数 ϵ_{eff} 为:

$$\epsilon_{\text{eff}} = 1 - \frac{\omega_{e,p}^2 - \omega_{e,o}^2}{\omega^2 - \omega_{e,o}^2 + i\gamma\omega} \quad (2)$$

式中, $\omega_{e,p}$ 为电子的等离子圆频率, $\omega_{e,o}$ 为电子的谐振圆频率。

负折射率介质中的折射率为:

$$n = \sqrt{\mu_{\text{eff}}\epsilon_{\text{eff}}} \quad (3)$$

2 GSM 光束通过负折射率材料的传输特性

如图 1 所示,当一束标量 GSM 光束沿着 z 方向进入 $z > 0$ 的 NIM 空间。介质中, r_1 和 r_2 两点的交叉谱密度方程为^[12]:

$$W(r_1, r_2, \omega_1) = \langle E^*(r_1, \omega_1) E(r_2, \omega_1) \rangle \quad (4)$$

式中, E 为 GSM 光束的电矢量, E^* 为电矢量的复共轭, ω_1 是 GSM 光束的频率;可以设 $r \equiv (\rho, z)$, 其中 ρ 为垂直于传输方向的 2 维矢量。GSM 光束在初始 $z=0$ 平面的交叉谱密度方程可写为:

$$W(\rho_1', \rho_2', z=0, \omega_1) = \exp\left(-\frac{\rho_1'^2 + \rho_2'^2}{4\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{|\rho_2' - \rho_1'|^2}{2\delta^2}\right) \quad (5)$$

式中, σ 为光束光源尺寸大小, δ 为光束的相互关系变化, ρ_1' 和 ρ_2' 为初始平面的 2 维位置矢量。

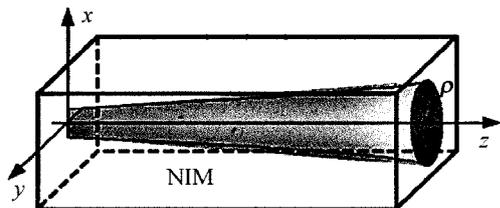


Fig. 1 Schematic diagram of GSM beam propagating through NIM

NIM 介质的折射率可以被工作频率所调控。通过 NIM 介质传播距离为 z 的傍轴光束的 ABCD 定律

表示如下:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & n \end{bmatrix} \quad (6)$$

由(3)式可知,GSM 光束在输出平面的交叉谱密度可表示为^[8,10]:

$$W(\rho_1, \rho_2, z, \omega_1) = \left(\frac{k}{2\pi B}\right)^2 \times \iiint W(\rho_1', \rho_2', 0, \omega_1) \exp\left\{-\frac{ik}{2B}[A(\rho_1'^2 - \rho_2'^2) - 2(\rho_1 \cdot \rho_1' - \rho_2 \cdot \rho_2') + D(\rho_1^2 - \rho_2^2)]\right\} d^2\rho_1' d^2\rho_2' \quad (7)$$

式中,真空中的波数为 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$,真空中的波长为 λ 。

在输出平面的 2 维位置矢量为 ρ_1 和 ρ_2 。

引进变量:

$$\begin{cases} \varphi_+' = (\rho_1' + \rho_2')/2 \\ \varphi_-' = \rho_2' - \rho_1' \\ \varphi_+ = (\rho_1 + \rho_2)/2 \\ \varphi_- = \rho_2 - \rho_1 \end{cases} \quad (8)$$

(7)式即可写为:

$$W(\varphi_+, \varphi_-, z, \omega_1) = \left(\frac{k}{2\pi B}\right)^2 \exp\left(\frac{ikD}{B}\varphi_+ \cdot \varphi_-\right) \times \iiint W(\varphi_+', \varphi_-' , 0, \omega_1) \exp\left\{\frac{ik}{B}[A\varphi_+' \cdot \varphi_-' - (\varphi_+' \cdot \varphi_-' + \varphi_-' \cdot \varphi_+)]\right\} d^2\varphi_+' d^2\varphi_-' \quad (9)$$

(5)式可以改写为:

$$W(\varphi_+', \varphi_-' , 0, \omega_1) = \exp\left(-\frac{\varphi_+'^2}{2\sigma^2} - \frac{\varphi_-'^2}{8\sigma^2}\right) \exp\left(-\frac{\varphi_-'^2}{2\delta^2}\right) \quad (10)$$

把(6)式和(10)式代入(9)式,同时应用如下关系式:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-p^2x^2 \pm qx) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{p} \exp\left(\frac{q^2}{4p^2}\right) \quad (11)$$

式中, p 和 q 为常数,得到 GSM 光束通过负折射率材料的传输交叉谱密度方程的解析表达式如下:

$$W(\varphi_+, \varphi_-, z, \omega_1) = \frac{1}{\Delta} \exp\left(-\frac{4\alpha\varphi_+^2}{\Delta}\right) \times \exp\left[\frac{ikn}{z}\left(1 - \frac{1}{\Delta}\right)\varphi_+ \cdot \varphi_-\right] \exp\left(-\frac{\eta\varphi_-^2}{\Delta}\right) \quad (12)$$

式中,

$$\begin{cases} \alpha = \frac{1}{8\sigma^2} \\ \eta = \alpha + \frac{1}{2\delta^2} \\ \Delta = 1 + \frac{2\eta}{\sigma^2} \left(\frac{z}{kn}\right)^2 \end{cases} \quad (13)$$

(12)式可以写为如下的形式:

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z, \omega_1) = \frac{1}{\Delta} \exp\left[-\frac{\alpha(\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)^2}{\Delta}\right] \times \exp\left[\frac{ikn}{2z} \left(1 - \frac{1}{\Delta}\right) (\boldsymbol{\rho}_2^2 - \boldsymbol{\rho}_1^2)\right] \times \exp\left(-\frac{\eta|\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1|^2}{\Delta}\right) \quad (14)$$

(14)式可以用于计算 GSM 光束通过负折射率材料的传输的谱相干度和谱密度。此外,在点 $(\boldsymbol{\rho}, z)$ 的谱密度可以按下列公式计算:

$$S(\boldsymbol{\rho}, z, \omega_1) = W(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}, z, \omega_1) \quad (15)$$

谱相干度 P 可以按下列公式计算:

$$P(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z, \omega_1) = \frac{W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, z, \omega_1)}{\sqrt{S(\boldsymbol{\rho}_1, z, \omega_1)} \sqrt{S(\boldsymbol{\rho}_2, z, \omega_1)}} \quad (16)$$

3 用控制光的拉比频率调控 GSM 光束的谱密度和谱相干度

经计算可知,只要改变 NIM 的工作频率就可以调控 GSM 光束通过 NIM 传输的谱密度和谱相干度。负折射率介质的相关参量选取: $f_{m,p} = 12.95\text{GHz}$, $f_{m,o} = 12.05\text{GHz}$, $f_{e,p} = 12.8\text{GHz}$, $f_{e,o} = 10.3\text{GHz}$, $\gamma = 10\text{MHz}$; $f_{m,p}$ 为磁场等离子体的频率, $f_{m,o}$ 为构成负折射率材料的金属环的谐振频率, $f_{e,p}$ 电子的等离子频率, $f_{e,o}$ 为电子的谐振频率;频率与圆频率的关系为 $f = \omega / (2\pi)$ 。GSM 光束的参量选取如下: $\lambda = 632.8\text{nm}$, $\sigma = 1.0\text{mm}$ 。

当 GSM 光束进入 NIM 中,在 $z = 500\text{mm}$ 处,电场中心位置 $\boldsymbol{\rho} = 0$ 的 GSM 光束的谱密度随负折射率介质工作频率的增加而变化,计算结果如图 2 所示。从图 2 中可以看出,GSM 光束在该处的谱密度可以通过负折射率介质的工作频率调控,随着工作频率的增加,谱密度逐渐减小。当选择不同参量 δ ($\delta = 0.8\text{mm}$, $\delta = 1.0\text{mm}$, $\delta = 1.2\text{mm}$) 时,谱密度的值也随之变化。

点 $\boldsymbol{\rho}_1$ 和 $\boldsymbol{\rho}_2$ 之间的谱相干度随工作频率的改变而改变的计算结果如图 3 所示,选取参量 $|\boldsymbol{\rho}_1| = 1$

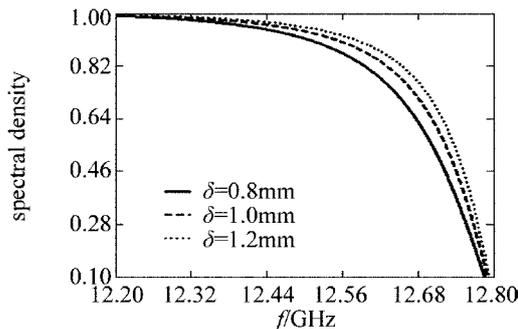


Fig. 2 Relationship between the central spectral density and the frequency of GSM beam

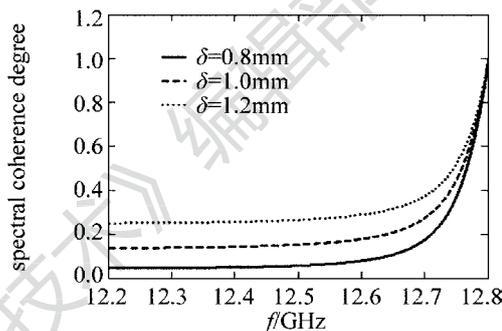


Fig. 3 Relationship between the spectral coherence degree and the frequency of GSM beam

和 $\boldsymbol{\rho}_2 = -\boldsymbol{\rho}_1$, 传输距离 $z = 500\text{mm}$ 。GSM 光束在该处的谱相干度可以通过负折射介质的工作频率调控,随着工作频率的增加,谱相干度逐渐增大。参量 δ 的取值同图 2 一致,结果表明,谱相干度也可以被负折射率介质的工作频率调控。

GSM 光束通过 NIM 的传输谱密度和谱相干度随着传输距离 z 的变化关系计算结果如图 4 和图 5 所示。选取工作频率 12.56GHz 计算,从图 4 和图 5 可以看出,随着 z 的增大,谱密度不断减小,而谱相干度则不断增大。选取不同的 δ ($\delta = 0.8\text{mm}$, $\delta = 1.0\text{mm}$, $\delta = 1.2\text{mm}$),从图 4 和图 5 中可以看出,谱密度和谱相干度在不同参量下具有不同的值。

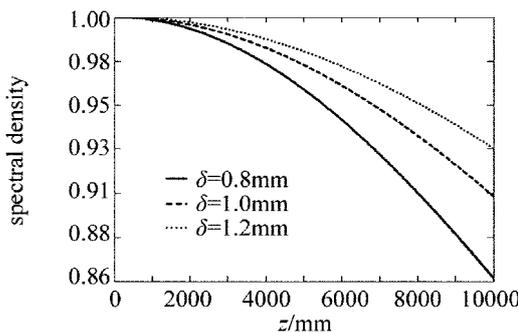


Fig. 4 Relationship between the spectral density and the propagation distance z of GSM beam

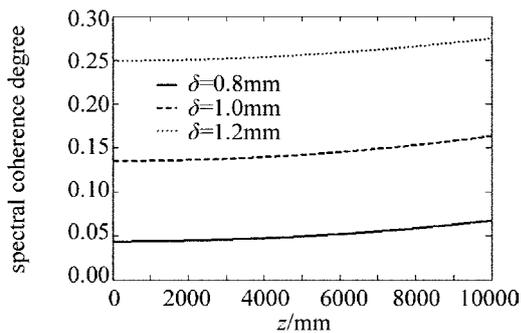


Fig. 5 Relationship between the spectral coherence degree and the propagation distance z of GSM beam

4 结 论

通过计算得到了 GSM 光束通过 NIM 的传输交叉谱密度方程的解析表达式。该表达式可以用于计算和研究光束通过负折射率介质时谱相干度和谱密度的变化。计算结果表明, GSM 光束的谱相干度和谱密度都可以通过负折射率介质的工作频率调控。此研究结果现提供了一种调控部分相干光束的谱相干度和谱相干度的新技术和新方法。

参 考 文 献

- [1] WANG B, FEI J C, CUI Zh F, *et al.* Research of degree of polarization of PCELG beam propagating through a circular aperture [J]. *Laser Technology*, 2013, 37(5):672-678 (in Chinese).
- [2] WANG L, SHEN X J, ZHANG W A, *et al.* Analysis of spectral propagating properties of Gaussian beam [J]. *Laser Technology*, 2012, 36(5):700-703 (in Chinese).
- [3] ZHONG Y L, CUI Zh F, SHI J P, *et al.* Propagation properties of partially coherent flat-topped beam array in a turbulent atmosphere [J]. *Laser Technology*, 2010, 34(4):542-547 (in Chinese).
- [4] HAN Y D, SHEN X J, WANG L, *et al.* Transmission characteristics of flattened Gaussian beams passing through a misaligned optical system [J]. *Laser Technology*, 2010, 34(5):704-707 (in Chinese).
- [5] QU J, YUAN Y S, MENG K, *et al.* Axial intensity distribution of limited Laguerre-Gaussian beams in turbulent atmosphere [J]. *Laser Technology*, 2010, 34(1):141-144 (in Chinese).
- [6] LIU L, HAO Zh Q. Propagation of sinh-Gaussian beams in gradient-index medium [J]. *Laser Technology*, 2013, 37(1):126-129 (in Chinese).
- [7] XIANG N J, WANG M J, WANG T R, *et al.* Average intensity and spreading of a partially coherent Gaussian Schell-model beam propagation through atmospheric turbulence [J]. *Laser Journal*, 2012, 33(5):4-6 (in Chinese).
- [8] XING N J, WU Z S, WANG M J, *et al.* Spreading and wander of Gaussian-Schell model beam propagation through atmospheric turbulence [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(3):658-662 (in Chinese).
- [9] HUANG Y P, ZHAO G P, GAO Z H, *et al.* The propagation characteristic parameters for the Gaussian Schell-model beam in a turbulent atmosphere [J]. *Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition)*, 2011, 36(4):31-36 (in Chinese).
- [10] HAN C J, LIU B, YANG Y H, *et al.* Research on the propagation characteristics of linearly polarized light on the surface of a chiral negative refraction medium [J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2010, 16(2):140-144 (in Chinese).
- [11] SHELBY R A, SMITH D R, SCHULTZ S. Experimental verification of a negative index of refraction [J]. *Science*, 2001, 292(77):77-79.
- [12] ROYCHOWDHURY H, AGRAWAL G P, WOLF E. Changes in the spectrum, in the spectral degree of polarization, and in the spectral degree of coherence of a partially coherent beam propagating through a gradient-index fiber [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 2006, A23(4):940-948.