

文章编号: 1001-3806(2014)01-0141-04

非傍轴部分相干厄米-余弦-高斯光束传输特性

李 平¹, 邝爱华²

(1. 黄淮学院 信息工程学院, 驻马店 463000; 2. 郑州电子信息工程学校, 郑州 450007)

摘要: 为了研究非傍轴部分相干厄米-余弦-高斯光束传输特性, 运用 Wigner 分布函数法, 从空间域和频率域对非傍轴部分相干厄米-余弦-高斯光束传输特性进行了理论分析, 得出了该光束 1 阶情况下在空间、频率域系统的解析传输公式及光强分布表达式, 分析了这些表达式中 3 个主要参量 f, f_σ 和 g 对厄米-余弦-高斯光束在自由空间传输的影响。结果表明, 在调制参量 g 不变时, 束腰参量 f 和相干参量 f_σ 对非傍轴部分相干厄米-余弦-高斯光束的非傍轴性起了至关重要的作用; 非傍轴部分相干厄米-余弦-高斯光束在传输过程中随着 g 的改变, 不能保持其光强分布形状, 有前移趋势。

关键词: 激光光学; 非傍轴部分相干厄米-余弦-高斯光束; Wigner 分布函数; 传输表达式

中图分类号: TN241 **文献标志码:** A **doi:** 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2014.01.031

Propagation characteristics of non-paraxial partially coherent Hermite-cosine-Gaussian beams

LI Ping¹, KUANG Aihua²

(1. College of Information Engineering, Huanghuai University, Zhumadian 463000, China; 2. School of Electronics and Information Engineering of Zhengzhou, Zhengzhou 450007, China)

Abstract: In order to study transmission characteristics of non-paraxial partially coherent Hermite-cosine-Gaussian beam, the Wigner distribution function was used to analyze the characteristics in spatial and time domain. Their analytical propagation expressions with the three parameters of f, f_σ, g were obtained for describing the space domain and frequency domain at the same time. The calculated results show that f and f_σ play key roles in determining the non-paraxiality partially coherent Hermite-cosine-Gaussian beams, when g is constant. On the other hand, when g is changing, it can not preserve their shape while propagating in free space.

Key words: laser optics; non-paraxial partially coherent Hermite-cosine-Gaussian beam; Wigner distribution function; propagation expression

引 言

近年来,随着科技的发展,激光器的种类也越来越多。学者对于不同光束的传输特性颇有研究,如平顶高斯光束通过扩束系统的传输特性研究^[1]和高斯光束的光谱传输特性分析^[2]等。对于半导体多模振荡引起的激光束,DUAN 和 LÜ^[3]提出了非傍轴部分

相干的概念,并做了相应激光束的研究,作者在此基础上,利用 Wigner 分布函数法对非傍轴部分相干 TEM₁₀ 厄米-余弦-高斯 (Hermite-cosine-Gaussian, HCsG) 光束在自由空间的传输特性进行深入研究,并利用 MATLAB 软件进行数值计算与仿真分析。

1 理论推导

假定非傍轴部分相干 TEM₁₀ 厄米-余弦-高斯光束在空间频率域 $z=0$ 平面时,在 x 方向上线性极化的交叉谱密度为^[4]:

$$W_1(x_{01}, x_{02}, 0) = H_1\left(\frac{\sqrt{2}x_{01}}{w_0}\right)H_2\left(\frac{\sqrt{2}x_{02}}{w_0}\right)\cos(\Omega_0 x_{01}) \times \cos(\Omega_0 x_{02}) \exp\left(-\frac{x_{01}^2 + x_{02}^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{(x_{01} - x_{02})^2}{2\sigma_0^2}\right] \quad (1)$$

基金项目: 河南省科技攻关计划资助项目 (13210 2210479); 河南省科技厅重点科技攻关计划资助项目 (122102210027)

作者简介: 李 平 (1976-), 女, 硕士, 讲师, 主要研究方向为激光传输及通信。

E-mail: 393423675@qq.com

收稿日期: 2013-03-06; 收到修改稿日期: 2013-04-11

式中, w_0, σ_0 分别是光束的束腰参量和相干长度, H_1 和 H_2 代表 1 阶厄米多项式, Ω_0 为与余弦函数相关的参量, 下标 i 表示在输入平面上, 由 Wigner 分布函数传输关系式^[5], 在输入平面(源场 $z=0$) 和输出平面 z 时的 Wigner 分布函数分别为^[6]:

$$F(\rho_i, q_i, 0) = \int W_i\left(\rho + \frac{\rho'}{2}, \rho - \frac{\rho'}{2}, 0\right) \times \exp(-iq \cdot \rho') d\rho' \quad (2)$$

$$F_o(\rho_o, q_o, z) = \frac{z^2}{r_o^2} F_i\left(\rho_o - \frac{r_o}{k} q_o, q_o, 0\right) \quad (3)$$

(2) 式中, $\rho = ix + jy$, 表示空间位置矢量; i, j 分别表示沿着 x, y 轴方向的单位矢量; ρ' 为空间位置矢量的增量, $d\rho' = \dots dx' dy'$; $q = iu + jv$, 表示空间频率矢量, u, v 分别为 x, y 方向上的空间频率。(3)

式中的 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数^[7], λ 为激光束在自由空间波长, $r_o = \sqrt{x_o^2 + y_o^2 + z_o^2}$, 下标 o 表示为输出 Wigner 分布函数。由(2)式及(3)式得到非傍轴部分相干 TEM₁₀ 厄米-余弦-高斯光束在自由空间中的传输表达式为:

$$F_o(x_o, u_o, z) = \frac{\sigma_o^3 w_o \sqrt{\pi}}{4(w_o^2 + \sigma_o^2)^2} \times \sqrt{\frac{w_o^2 + \sigma_o^2}{2}} \frac{z^2}{r_o^2} \exp\left[-\frac{2}{w_o^2} \left(x_o - \frac{r_o}{k} u_o\right)^2\right] \times \left\{ \left[\frac{2w_o^2 \sigma_o^2}{(w_o^2 + \sigma_o^2)} u_o^2 \cos\left[2\Omega_0 \left(x_o - \frac{r_o}{k} u_o\right)\right] + \frac{8(w_o^2 + \sigma_o^2)}{w_o^2 \sigma_o^2} \left(x_o - \frac{r_o}{k} u_o\right)^2 \times \cos\left[2\Omega_0 \left(x_o - \frac{r_o}{k} u_o\right)\right] - 2\cos\left[2\Omega_0 \left(x_o - \frac{r_o}{k} u_o\right)\right] \right] \times \exp\left[-\frac{w_o^2 \sigma_o^2}{2(w_o^2 + \sigma_o^2)} u_o^2\right] + \left[\frac{\sigma_o^2 w_o^2 (u_o - \Omega_0)^2}{(w_o^2 + \sigma_o^2)} - 1 + \frac{4(w_o^2 + \sigma_o^2)}{w_o^2 \sigma_o^2} \left(x_o - \frac{r_o}{k} u_o\right)^2 \right] \times \exp\left[-\frac{\sigma_o^2 w_o^2 (u_o - \Omega_0)^2}{2(w_o^2 + \sigma_o^2)}\right] + \left[\frac{\sigma_o^2 w_o^2 (u_o + \Omega_0)^2}{(w_o^2 + \sigma_o^2)} - 1 + \frac{4(w_o^2 + \sigma_o^2)}{w_o^2 \sigma_o^2} \left(x_o - \frac{r_o}{k} u_o\right)^2 \right] \times \exp\left[-\frac{\sigma_o^2 w_o^2 (u_o + \Omega_0)^2}{2(w_o^2 + \sigma_o^2)}\right] \right\} \quad (4)$$

为了便于计算分析, 引入参量 $f = \frac{1}{kw_o}, f_\sigma = \frac{1}{k\sigma_o}, g = \Omega_0 w_o$ 为调制参量, 根据 Wigner 分布函数的性

质, 由(3)式及(4)式得到在传输一段距离 z 的横平面上的光强分布为^[8]:

$$I(x_o, z) = \frac{1}{2\pi} \int F_o(x_o, u_o, z) du_o \quad (5)$$

由(5)式可以得到非傍轴部分相干 TEM₁₀ 厄米-余弦-高斯光束在自由空间中的光强分布为:

$$I(x_o, z) = \frac{z^2}{s^{5/2} r_o^2} \left\{ [k^2 f^2 x_o^2 - f^2 r_o^2 g^2 + 4k^4 f^6 r_o^2 x_o^2 + k^2 f^2 f_\sigma^2 r_o^2 s - 4k^2 f^2 r_o^4 (f^2 + f_\sigma^2)^2 g^2] \times \cos\left(\frac{2gx_o}{s}\right) \exp\left(-\frac{2k^2 f^2}{s} x_o^2 - \frac{2r_o^2 (f^2 + f_\sigma^2)}{s} g^2\right) - 4k^2 f^2 f_\sigma^2 r_o^2 gx_o \sin\left(\frac{2gx_o}{s}\right) \exp\left(-\frac{2k^2 f^2}{s} x_o^2 - \frac{2r_o^2 (f^2 + f_\sigma^2)}{s} g^2\right) + [2k^4 f^6 r_o^2 \left(\frac{r_o}{k} g - x_o\right)^2 + \frac{1}{2} k^2 f^2 \left(\frac{r_o}{k} g - x_o\right)^2 + \frac{k^2 f^2 f_\sigma^2 r_o^2 s}{2}] \times \exp\left(-\frac{2k^2 f^2}{s} x_o^2 - \frac{2f^2 r_o^2}{s} g^2 + \frac{4kf^2 r_o}{s} gx_o\right) + [2k^4 f^6 r_o^2 \left(\frac{r_o}{k} g + x_o\right)^2 + \frac{1}{2} k^2 f^2 \left(\frac{r_o}{k} g + x_o\right)^2 + \frac{k^2 f^2 f_\sigma^2 r_o^2 s}{2}] \exp\left(-\frac{2k^2 f^2}{s} x_o^2 - \frac{2f^2 r_o^2}{s} g^2 - \frac{4kf^2 r_o}{s} gx_o\right) \right\} \quad (6)$$

式中, s 的表达式如下:

$$s = 1 + 4k^2 f^2 r_o^2 (f^2 + f_\sigma^2) \quad (7)$$

(6) 式中, 当 $g=0$ 时, 得到的是非傍轴部分相干厄米-高斯光束:

$$I(x_o, z) = \frac{z^2}{s^{5/2} r_o^2} [2k^2 f^2 x_o^2 (1 + 4k^2 f^4 r_o^2) + 2k^2 f^2 f_\sigma^2 r_o^2 s] \exp\left(-\frac{4k^2 f^2}{s} x_o^2\right) \quad (8)$$

(8) 式中的 s 同(7)式, 且该式与参考文献[9]中的传输表达式(3)式一致。(6)式中, 当 $r_o \approx z$ 时, 得到傍轴情况下部分相干 TEM₁₀ 厄米-余弦-高斯光束光强分布:

$$I_p(x_o, z) = \frac{1}{s^{5/2}} [k^2 f^2 x_o^2 - f^2 z^2 g^2 + 4k^4 f^6 z^2 x_o^2 + k^2 f^2 f_\sigma^2 z^2 s_1 - 4k^2 f^2 z^4 (f^2 + f_\sigma^2)^2 g^2] \times \cos\left(\frac{2gx_o}{s_1}\right) \exp\left(-\frac{2k^2 f^2}{s_1} x_o^2 - \frac{2z^2 (f^2 + f_\sigma^2)}{s_1} g^2\right) - 4k^2 z^2 f^2 f_\sigma^2 gx_o \sin\left(\frac{2gx_o}{s_1}\right) \times$$

$$\begin{aligned} & \exp\left(-\frac{2k^2f^2}{s_1}x_0^2 - \frac{2z^2(f^2+f_\sigma^2)}{s_1}g^2\right) + \\ & \left[2k^4f^6z^2\left(\frac{z}{k}g-x_0\right)^2 + \frac{1}{2}k^2f^2\left(\frac{z}{k}g-x_0\right)^2 + \right. \\ & \quad \left. \frac{k^2f^2z^2f_\sigma^2}{2}s_1\right] \times \\ & \exp\left(-\frac{2k^2f^2}{s_1}x_0^2 - \frac{2f^2z^2}{s_1}g^2 + \frac{4kf^2z}{s_1}gx_0\right) + \\ & \left[2k^4f^6z^2\left(\frac{z}{k}g+x_0\right)^2 + \frac{1}{2}k^2f^2\left(\frac{z}{k}g+x_0\right)^2 + \right. \\ & \quad \left. \frac{k^2f^2z^2f_\sigma^2}{2}s_1\right] \times \\ & \exp\left(-\frac{2k^2f^2}{s_1}x_0^2 - \frac{2f^2z^2}{s_1}g^2 - \frac{4kf^2z}{s_1}gx_0\right) \quad (9) \end{aligned}$$

式中, s_1 的表达式如下:

$$s_1 = 1 + 4k^2f^2z^2(f^2 + f_\sigma^2) \quad (10)$$

当 $g = 0$ 时, 得到傍轴情况下 TEM₁₀ 厄米-高斯光束光强分布:

$$\begin{aligned} I_p(x_0, z) = & \frac{1}{s_1^{5/2}} [2k^2f^2x_0^2(1 + 4k^2f^4z^2) + \\ & 2k^2f^2f_\sigma^2z^2s_1] \exp\left(-\frac{4k^2f^2}{s_1}x_0^2\right) \quad (11) \end{aligned}$$

(11) 式中 s_1 与 (10) 式相同, 且该式与参考文献 [10] 中的结论一致。

2 数值计算与计算机仿真

(1) 当 $g = 1$ 时, 在 $z = z_0$ ($z_0 = \frac{\lambda}{2kf^2}$ 为瑞利长度,

其中 $\lambda = 1\mu\text{m}$) 平面上, 两个参量 f 和 f_σ 对非傍轴性的影响如图 1 所示。

图 1 中是在 $z = z_0$ 平面上, 当参量 $g = 1$ 固定时, f 和 f_σ 从小变大时的归一化光强分布图, 其中纵坐标 $\frac{I(x, z_0)}{I_r}$ 为归一化无量纲, $I(x, z_0)$ 是在 $z = z_0$ 时的

光强分布, I_r 是该光强的系数部分; 同理, $I(x, 10z_0)$ 是在传输距离 $z = 10z_0$ 平面上的光强, I_r 是该光强的系数部分, 横坐标一律采用 $\frac{x}{w_0}$ (没有单位)。

从图 1a 可以看出, 当 $f = 0.01, f_\sigma = 0.01$ 时, 傍轴与非傍轴时的归一化光强曲线是完全重合的, 此时非傍轴部分相干 TEM₁₀ 厄米-余弦-高斯光束的特性可以用傍轴近似来分析; 但从图 1b 可以看出, 当 $f = 0.01, f_\sigma = 0.22$ 时, 傍轴与非傍轴光强曲线开始出现偏离, 即当 $f = 0.01, f_\sigma > 0.22$ 时, 非傍轴与傍轴偏差较大, 傍轴近似已不能很好地说明非傍轴光束的特性, 傍

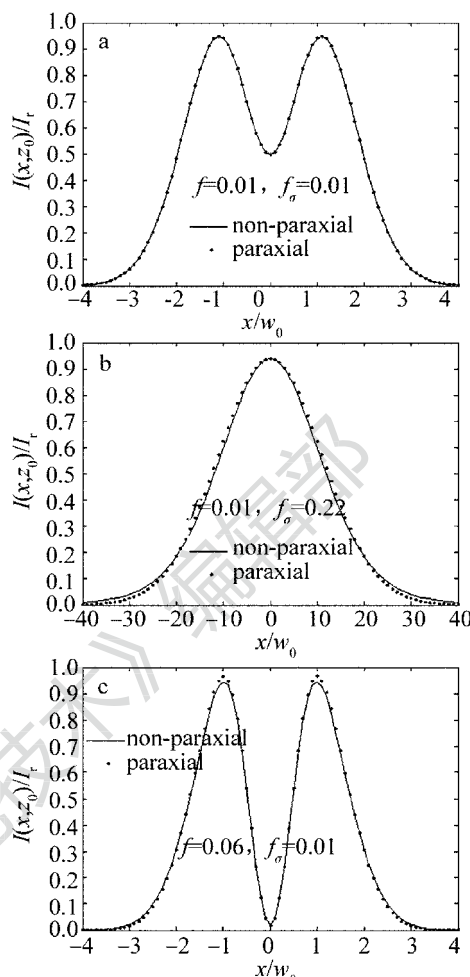


Fig. 1 Normalized intensity distributions of partially coherent nonparaxial TEM₁₀ HCsG beams propagating at the plane $z = z_0$ for different values of f_σ and f in free space

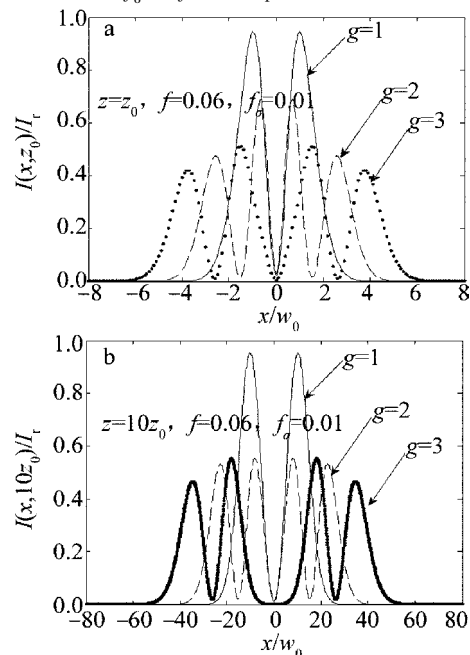


Fig. 2 Normalized intensity distribution with the change of the modulation parameter of TEM₁₀ Hermite-cosine-Gaussian beams propagating in free space

轴近似无效,非傍轴近似是必须的;图 1c 是 $f = 0.06, f_\sigma = 0.01$ 时,傍轴与非傍轴归一化光强分布曲线开始出现偏差,当 $f > 0.06$ 时两光强曲线已相差甚远,此时傍轴近似无效,非傍轴近似是必须的。所以,从图 1 的 3 幅图得出的结论是,当 $g = 1$ 时, $f > 0.06, f_\sigma > 0.22$ 时,非傍轴部分相干 TEM₁₀ 厄米-余弦-高斯光束必须被采用。

(2) 当 $f = 0.06, f_\sigma = 0.01$ 固定不变,随着传输距离的增大,通过改变调制参量 g 来分析归一化光强分布曲线,如图 2 所示。

图 2 中的纵横坐标的含义同图 1,说明了当参量 f, f_σ 不变, g 分别为 1, 2, 3 条件下,非傍轴部分相干 TEM₁₀ 厄米-余弦-高斯光束在自由空间传输时,从 $z = z_0$ 到 $z = 10z_0$ 平面上的归一化光强曲线不能保持其形状不变,而是随着调制参量和传输距离的增大,光强分布外移。

3 小 结

运用 Wigner 分布函数法,对 1 阶厄米-余弦-高斯光束在自由空间的传输特性进行了研究,并给出了该光束在自由空间传输时的 Wigner 分布函数的解析公式,在调制参量 g 不变的情况下,通过参量 f 和 f_σ 的改变,对傍轴和非傍轴的归一化光强分布进行了对比分析,得出 $f = 0.01$ (较小时), $f_\sigma < 0.22$ 时傍轴近似可以代替非傍轴近似来分析非傍轴部分相干 TEM₁₀ 厄米-余弦-高斯光束的特性;当 $f = 0.01$ (较小时)不变, $f_\sigma < 0.06$ 时,傍轴近似是有效的;其它情况,傍轴近似无效,非傍轴近似是必须的。

另外,当参量 f 和 f_σ 固定不变时,非傍轴部分相干 TEM₁₀ 厄米-余弦-高斯光束在自由空间传输过程中,随着调制参量 g 和传输距离的增大,其归一化光强分布形状不再固定,且光强分布外移,这与非傍轴厄米-余弦-高斯光束的特性^[11]是一样的,而非傍

轴部分相干厄米-高斯光束的特性^[12]是不一样的,说明该光束在传输过程中受束腰参量 f 和相干参量 f_σ 及调制参量 g 的影响很大。

参 考 文 献

- [1] WU Zh, YE Y X, ZHANG Y K, *et al.* Study on propagation properties of flattened Gaussian beam through a beam expander[J]. Laser Technology, 2011, 35(6): 861-864 (in Chinese).
- [2] WANG L, SHEN X J, ZHANG W A, *et al.* Analysis of spectral propagating properties of Gaussian beam [J]. Laser Technology, 2012, 36(5): 700-703 (in Chinese).
- [3] DUAN K L, LÜ B D. Partially coherent non-paraxial beams[J]. Optical Letters, 2004, 29(8): 800-802.
- [4] YUAN Y S, CAI Y J, HALIL T, *et al.* Propagation factor of partially coherent flat-topped beam array in free space and turbulent atmosphere systems[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(5): 752-759.
- [5] BASTIAANS M J. Wigner distribution function applied to partially coherent light [J]. Journal of the Optical Society of America, 1993, A10(1): 65-87.
- [6] ZHANG Y C. Propagating theory of nonparaxial beams and its application [D]. Chengdu: Sichuan University, 2005: 27-28 (in Chinese).
- [7] KUANG A H, YANG H J. Partially coherent non-paraxial vectorial Hermite-Gaussian beams and their far-field properties [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2010, 121(19): 1799-1801.
- [8] ZHANG Y C, LÜ B D. Propagation of the Wigner distribution function for partially coherent non-paraxial beams [J]. Optical Letters, 2004, 29(23): 2710-2712.
- [9] KUANG A H, YANG H J. Simulation of nonparaxial partially coherent beam transmission [J]. Experiment Science & Technology, 2007, 12(6): 16-19 (in Chinese).
- [10] QIU Y L, GUO H, CHEN Z X. Paraxial propagation of partially coherent Hermite-Gaussian beams [J]. Optical Communication, 2005, 245(1): 21-26.
- [11] WANG Q X, LÜ B D. Propagation character of Hermite-cosine-Gaussian beams [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2003, 15(6): 551-554 (in Chinese).
- [12] GAO Z H, LÜ B D. Partially coherent non-paraxial Hermite-Gaussian beams and their propagation properties [J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2007, 118(7): 307-314.