

文章编号: 1001-3806(2013)06-0829-04

## 平顶高斯模式宽带激光通过光阑的光强分布

彭润伍, 李乐, 李亚捷, 谢海情, 唐立军

(长沙理工大学 物理与电子科学学院, 长沙 410114)

**摘要:** 为了研究横向分布为平顶高斯模式的宽带激光通过硬边光阑系统的光强分布特性, 采用衍射积分公式推导了平顶高斯模式宽带激光的每一频率分量在光阑系统中的传输公式, 再通过傅里叶变换得到时间域的传输公式, 详细分析了光阑和频带宽度对强度分布的影响。结果表明, 近场光强在截断参量较大时, 仍保持一定的平顶分布特性, 但是随带宽的增加强度分布变窄; 截断参量较小时强度呈高斯分布, 并且带宽的变化对强度分布没有太大影响; 然而在远场时截断参量较小情况下的光强分布也明显表现出随带宽增加而变窄的现象, 但随着截断参量增大, 这一变化趋势变缓。这些结果对平顶高斯模式宽带激光的应用具有重要参考价值。

**关键词:** 激光光学; 宽带激光; 衍射积分; 硬边光阑; 窄化现象

中图分类号: O435

文献标识码: A

doi:10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2013.06.028

### Intensity distribution of broadband laser with flattened-Gaussian mode passing through an aperture

PENG Run-wu, LI Le, LI Ya-jie, XIE Hai-qing, TANG Li-jun

(Department of Physics and Electronic Science, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076, China)

**Abstract:** In order to study intensity distribution of a broadband laser with flattened-Gaussian transverse modes passing through a hard-edged aperture, the propagation expression of each frequency component of the broadband laser was deduced on the basis of the diffraction integral, and then the propagation expression in spatial domain was obtained by means of Fourier transform. Effect of the aperture and the bandwidth on the intensity distribution was analyzed. The results show that the intensity distribution keeps somewhat flattened profile and the profile become narrower with increasing bandwidth when the truncation parameter is large in the near field. When the truncation parameter is small, the intensity distribution is Gaussian profile and the bandwidth has little effect on the profile. In the far field, however, the profile of the intensity also presents narrowing effect with increasing bandwidth when the truncation parameter is small and the narrowing effect tends to decrease with increasing truncation parameter. The results have significant value for applications of broadband laser with flattened-Gaussian transverse mode.

**Key words:** laser optics; broadband laser; diffraction integral; hard-edged aperture; narrowing effect

## 引言

GORI 在 1994 年引入了平顶高斯光束模型, 这是描述平顶均匀空间分布激光光束的一种光束模

型<sup>[1]</sup>。由于平顶均匀空间分布的激光光束在激光驱动核聚变、激光材料加工等实际中有重要应用, 因此, 这类光束的产生和其传输特性受到广泛关注<sup>[2-9]</sup>。已有的研究表明, 由于带宽较大的激光具有抑制受激喇曼散射和布里渊散射、抑制等离子体不稳定性和改善光束均匀性等特有的优点, 因而对具有一定频谱宽度激光的研究一直是研究热点之一<sup>[10-15]</sup>。

对于具有平顶高斯空间模式的宽带激光, 既具有平顶高斯的空间模式, 又具有一定的频谱宽度, 其传输特性是人们关注的对象。本文中研究了平顶高斯模式宽带激光在硬边光阑系统中的光强分布特

基金项目: 湖南省教育厅高等学校科学研究重点资助项目(11A011); 湖南省科技计划资助项目(2011GK3116); 湖南省重点学科建设项目和湖南省高校科技创新团队计划资助项目

作者简介: 彭润伍(1971-), 男, 副教授, 主要从事高功率激光技术和激光传输的研究。

E-mail: pengrunwu@163.com

收稿日期: 2013-01-04; 收到修改稿日期: 2013-01-16

性,首先推导了光阑系统中平顶高斯模式宽带激光的传输公式,然后从传输公式出发通过数值计算分析了光阑和频带宽度对光强分布的影响,最后对结果进行了总结。

### 1 平顶高斯模式宽带激光在硬边光阑系统中的传输公式

考虑具有平顶高斯空间横向模式的宽带激光通过有光阑的光学系统, $z=0$ 处半径为 $a$ 的光阑可用函数表示为:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & (|x| \leq a) \\ 0, & (|x| > a) \end{cases} \quad (1)$$

该函数可展开为复高斯函数之和,即:

$$H(x) = \sum_{m=1}^M A_m \exp\left(-\frac{B_m x^2}{a^2}\right) \quad (2)$$

式中,系数 $A_m$ 和 $B_m$ 见参考文献[16]中的表1。宽带激光的平顶高斯空间横向模式在 $z=0$ 处的形式可表示为:

$$E'(x_0, 0) = A_0 \exp\left[-\frac{(N+1)x_0^2}{w_0^2}\right] \times \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \left[\frac{(N+1)x_0^2}{w_0^2}\right]^n \quad (3)$$

式中, $N(N=0, 1, \dots)$ 是平顶高斯光束的阶数, $w_0$ 是高斯光束的束腰宽度, $A_0 = E'(0, 0)$ 是中心位置 $x=z=0$ 处的振幅。

宽频带激光每一频率分量在通过有光阑的光学系统后任一点的场分布为<sup>[16]</sup>:

$$\tilde{E}(x, z, \omega) = \left(\frac{i}{\lambda}\right)^{1/2} \exp(-ikz) \int_{-a}^a E'(x_0, 0) \times \tilde{f}(\omega) H(x_0) \exp\left[-\frac{ik}{2}(x_0 - x)^2\right] dx_0 \quad (4)$$

式中, $\tilde{f}(\omega)$ 是 $z=0$ 处的频谱分布。(4)式中考虑的初始入射光是频率和空间可以分离的情况,即 $z=0$ 处有 $\tilde{E}'(x_0, 0, \omega) = E'(x_0, 0) \tilde{f}(\omega)$ 。相对于单色和准单色激光而言,宽带激光的光强分布还受频谱的制约。将(3)式代入(4)式并积分可以得到:

$$\tilde{E}(x, z, \omega) = \frac{A_0 w_0}{(N+1)^{1/2}} \sqrt{\frac{ik}{2}} \exp\left(-ikz - \frac{ik}{2}x^2\right) \times \tilde{f}(\omega) \sum_{m=1}^M A_m \exp\left[-\frac{(kx)^2}{4\xi}\right] \times \sum_{n=0}^N \left(-\frac{1}{4}\right)^n \frac{1}{n!} \left(\frac{N+1}{\xi w_0^2}\right)^{n+1/2} H_{2n}\left(\frac{kx}{2\xi^{1/2}}\right) \quad (5)$$

式中, $H_{2n}$ 是厄米多项式。其中,

$$\xi = \frac{N+1}{w_0^2} + \frac{ik}{2} + \frac{B_m}{a^2} \quad (6)$$

光阑后任一点的时间域场分布通过傅里叶变换得到:

$$E(x, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(x, z, \omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (7)$$

因此,将(5)式代入(7)式可以得到宽频带激光在通过有光阑的光学系统后任一点的时间域场分布:

$$E(x, z, t) = A_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{w_0}{(N+1)^{1/2}} \times \sqrt{\frac{ik}{2}} \exp\left(-ikz - \frac{ik}{2}x^2\right) \tilde{f}(\omega) \sum_{m=1}^M A_m \exp\left[-\frac{(kx)^2}{4\xi}\right] \times \sum_{n=0}^N \left(-\frac{1}{4}\right)^n \frac{1}{n!} \left(\frac{N+1}{\xi w_0^2}\right)^{n+1/2} H_{2n}\left(\frac{kx}{2\xi^{1/2}}\right) \times \exp(i\omega\tau') d\omega \quad (8)$$

式中, $\tau' = \tau - x^2/(2cz)$ ,  $\tau = t - z/c$ 是本地时间。

考虑宽带激光的时间波形为高斯形,即:

$$f(t) = \exp\left(-a_c^2 \frac{t^2}{T_p^2}\right) \exp(-i\omega_0 t) \quad (9)$$

式中, $T_p$ 是脉冲持续时间(半峰全宽), $\omega_0$ 是中心频率, $a_c = \sqrt{2\ln 2}$ ,省略了初始相位 $\varphi$ 。入射光束在频率域的场分布由(9)式通过傅里叶变换:

$$\tilde{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (10)$$

得到:

$$\tilde{f}(\omega) = \frac{a_c}{\sqrt{2\omega_0\gamma}} \exp\left[-\frac{a_c^2(\omega - \omega_0)^2}{\omega_0^2\gamma^2}\right] \quad (11)$$

在推导(11)式过程中,对于变换极限光束有 $T_p = 2a_c^2/(\omega_0\gamma)$ ,其中 $\gamma = \Delta\omega/\omega_0$ 是光束带宽, $\Delta\omega$ 是半峰全宽的频谱宽度。对于稳态的宽带激光,同样将(8)式对频率积分即可得到场分布,只不过 $\tilde{f}(\omega)$ 无需由(10)式求得,而是直接由激光的频谱形状决定。将(11)式代入(8)式即得到光束的强度分布:

$$I(x, z, t) = |E(x, z, t) E^*(x, z, t)| \quad (12)$$

### 2 计算结果和讨论

在上述推导所得结果的基础上分析了强度分布特性。图1所示为 $a=10\text{mm}$ , $\gamma$ 分别为0.01, 0.05和0.2时,在 $z=0.1\text{m}$ 处的强度分布,截断参量 $\delta=$

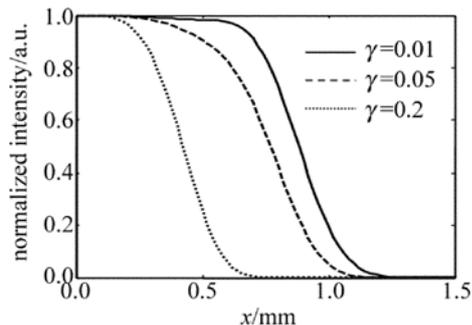


Fig. 1 Intensity distributions of the broadband laser with flattened Gaussian modes with  $\gamma=0.01, 0.05, 0.2$  when  $a=10\text{mm}$  at  $z=0.1\text{m}$

$(a/w_0)^2=100$ , 菲涅耳数  $N=a^2/(\lambda z)=1250$ 。计算参量均为  $w_0=1\text{mm}, \lambda_0=800\text{nm}, N=10, \tau=0$ , 以下计算均取这组参量。从图中可以看出, 在  $0.1\text{m}$  处, 平顶高斯模式宽带激光仍保持一定的平顶高斯空间横向模式。随着带宽增加, 强度分布横向宽度变窄, 并且平顶高斯空间模式出现退化。

图 2 中给出了  $a=0.5\text{mm}$  时,  $\gamma$  分别为  $0.01, 0.05, 0.2, z=0.1\text{m}$  处的强度分布, 截断参量  $\delta=0.25$ , 菲涅耳数  $N=3.125$ 。从图中可以看出, 这时强度分布在空间上已不再是平顶高斯分布, 而都是高斯分布。并且不同带宽下强度分布曲线近似重合, 也就是说带宽对强度分布几乎没有影响。

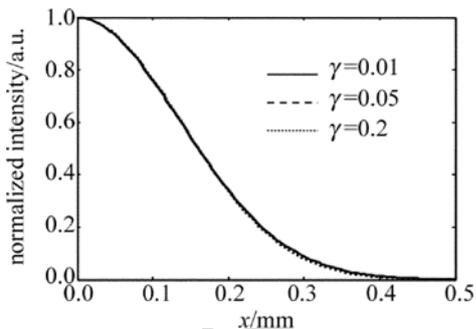


Fig. 2 Intensity distributions of the broadband laser with flattened Gaussian modes with  $\gamma=0.01, 0.05, 0.2$  when  $a=0.5\text{mm}$  at  $z=0.1\text{m}$

但是在远场时, 截断参量较小的情况下带宽对强度分布还是有明显影响, 这可以从图 3 看出。图 3 是  $a=0.5\text{mm}, \gamma$  分别为  $0.01, 0.05$  和  $0.2$  时, 在  $z=5\text{m}$  处的强度分布, 截断参量仍然是  $0.25$ , 而非涅耳数  $N=0.0625$ 。这时明显看出强度分布横向宽度随着带宽增加而变窄的现象, 与近场截断参量较大时的变化是类似的。还给出了强度半峰值横向宽度  $x_h$  的随带宽的变化情况(强度半峰值横向宽度  $x_h$  是指光强峰值一半处对应的横向分布宽度), 如图 4 所示。该图是  $z=5\text{m}$  处  $x_h$  随带宽的变化。从图中

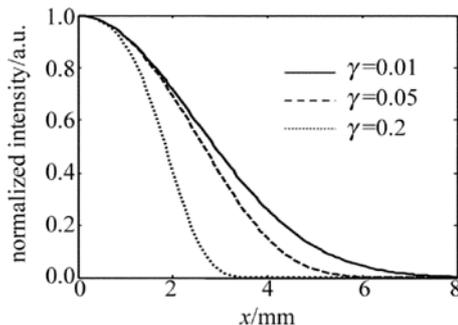


Fig. 3 Intensity distributions of the broadband laser with flattened Gaussian modes with  $\gamma=0.01, 0.05, 0.2$  when  $a=0.5\text{mm}$  at  $z=5\text{m}$

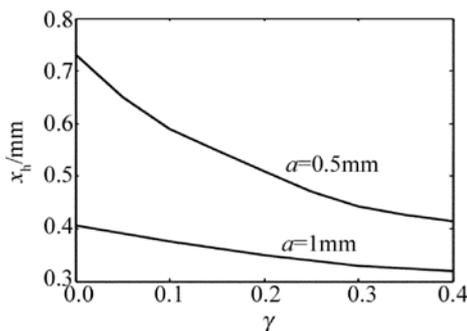


Fig. 4  $x_h$  varies with the bandwidth at  $z=5\text{m}$

可以看出, 光阑半径为  $0.5\text{mm}$  时,  $x_h$  随带宽的增大明显减小; 但是当光阑半径增大至  $1\text{mm}$  时, 曲线斜率减小, 表明  $x_h$  随带宽增大而减小的变化趋势变缓。例如光阑半径为  $0.5\text{mm}$ , 带宽  $\gamma$  从  $0.1$  增加到  $0.2$  时,  $x_h$  从  $0.590\text{mm}$  减小到  $0.058\text{mm}$ , 减小量为  $0.082\text{mm}$ ; 光阑半径增为  $0.5\text{mm}$  时, 带宽同样变化情况下  $x_h$  从  $0.375\text{mm}$  减小到  $0.350\text{mm}$ , 减小量仅为  $0.025\text{mm}$ , 其变化量不及前者的  $1/3$ 。

对于带宽  $\gamma < 0.01$  以及单色和准单色光而言, 所得计算结果表明, 其光强分布与  $\gamma=0.01$  的差别极小, 带宽的影响可以忽略, 因此本文中讨论的是带宽  $\gamma=0.01$  及以上的情况。

### 3 结论

推导了横向分布为平顶高斯模式的宽带激光通过硬边光阑系统的传输公式, 分析了其光强分布特点。数值计算结果表明, 光阑和频带宽度对近场和远场光强分布产生重要影响。在截断参量较大时, 近场光强分布仍然呈现一定的平顶分布特性, 同时随着带宽的增加强度分布变窄。当截断参量较小时, 强度不再是平顶分布, 退化为高斯分布, 并且这时强度分布随带宽几乎没有变化。但是同样是截断参量较小的情况, 远场光强分布随带宽变化发生明显改变。强度分布随带宽增加而变窄, 不过变化量

随着截断参量增大而减小。这些结果对于平顶高斯模式宽带激光的实际应用具有参考价值。本文中讨论的是 2 维( $x, z$ )问题,类似本文中的推导方法,可以得到 3 维( $x, y, z$ )的情况。

#### 参 考 文 献

- [1] GORI F. Flattened Gaussian beams[J]. *Optics Communications*, 1994, 107(5/6): 335-341.
- [2] LÜ B D, LUO Sh R, ZHANG B. Propagation of flattened Gaussian beams with rectangular symmetry passing through a paraxial optical  $ABCD$  system with and without aperture[J]. *Optics Communications*, 1999, 164(1/3): 1-6.
- [3] LUO Sh R, LÜ B D, ZHANG B. A comparison study on the propagation characteristics of flattened Gaussian beam and super-Gaussian beam [J]. *Acta Physica Sinica*, 1999, 48(8): 1446-1451 (in Chinese).
- [4] JI X L, LÜ B D. Focal shifts of flattened Gaussian beams passing through an aperture lens[J]. *Laser Technology*, 2003, 27(1): 55-57 (in Chinese).
- [5] KANG X P, LÜ B D. The correspondence between flattened Gaussian beams and flat-topped multi-Gaussian beams[J]. *Laser Technology*, 2004, 28(5): 557-560 (in Chinese).
- [6] ZHANG Y L, PAN L Zh, SUN J F. Focal shifts of flattened Gaussian beams passing through an aperture-lens separation system [J]. *Laser Technology*, 2010, 34(2): 258-260 (in Chinese).
- [7] SUNDAR R, RANGANATHAN K, OAK S M. Generation of flattened Gaussian beam profiles in a Nd:YAG laser with a Gaussian mirror resonator[J]. *Applied Optics*, 2008, 47(2): 147-152.
- [8] ZHOU G, CHU X. Analytic vectorial structure of circular flattened Gaussian beams[J]. *Applied Physics*, 2011, B102(1): 215-224.
- [9] WU Zh, YE Y X, ZHANG Y K, *et al.* Study on propagation properties of flattened Gaussian beam passing through a beam expander [J]. *Laser Technology*, 2011, 35(6): 861-864 (in Chinese).
- [10] THOMSON J. Finite-bandwidth effects on the parametric instability in an inhomogeneous plasma [J]. *Nuclear Fusion*, 1975, 15(2): 237-247.
- [11] ESTABROOK K, KRUEER W. Theory and simulation of one-dimensional Raman backward and forward scattering[J]. *Physics Fluids*, 1983, 26(7): 1892-1903.
- [12] BRABEC T, KRAUSZ F. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime [J]. *Physics Review Letters*, 1997, 78(17): 3282-3285.
- [13] PENG R, YE Y, TANG Z, *et al.* Smoothing effect in the broadband laser through dispersive wedge [J]. *Optics Communications*, 2006, 265(1): 106-110.
- [14] MAO H, ZHAO D. Second-order intensity-moment characteristics for broadband partially coherent flat-topped beams in atmospheric turbulence [J]. *Optics Express*, 2010, 18(2): 1741-1755.
- [15] XI C L. Study on S + C + L ultra broadband light sources [J]. *Laser Technology*, 2012, 36(6): 822-824 (in Chinese).
- [16] DING D S, LIU X J. Approximate description for Bessel, Bessel-Gaussian, and Gaussian beams with finite aperture [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1999, A16(6): 1286-1293.