

文章编号: 1001-3806(2013)06-0812-04

## 未知原子态经纠缠腔场信道的隐形传态

王中结, 李 聪

(安徽师范大学 物理与电子信息学院, 芜湖 241000)

**摘要:** 为了有效地进行原子态的量子隐形传输, 提出了一个使用纠缠腔场的原子量子比特态的量子隐形传输新方案, 利用位于高品质光腔中的三能级原子与腔场进行大失谐的相互作用来实现, 并讨论了光腔的耗散对量子隐形传输的影响。结果表明, 该方案不需要辅助原子就能将一个原子态直接传输到另一个原子上, 并且在不考虑光腔损耗的情况下传输效率达到 100%; 对于小的衰减, 对任意态的传输, 其保真度都接近 1.0。该研究对量子通讯的发展是有帮助的。

**关键词:** 量子光学; 隐形传输; 纠缠态; 高品质光腔

**中图分类号:** O431.2      **文献标识码:** A      **doi:** 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2013.06.024

## Teleportation of unknown atomic state through entangled cavity field channel

WANG Zhong-jie, LI Cong

(Department of Physics, Anhui Normal University, Wuhu 241000, China)

**Abstract:** In order to realize quantum teleportation efficiently, a new scheme for quantum teleportation of atomic qubit states was presented based on entangled cavity fields. This scheme was realized based on the interaction between a single three-level atom in high quality light cavity and light field under large detuning. The effect of the damping of cavity field on quantum teleportation was discussed. The result shows that one atomic state is transmitted directly to another atom without help of auxiliary atoms in this scheme, efficiency of quantum teleportation reaches 100% in case of ideal light cavity and fidelity of quantum teleportation is close 1.0 for any the transmitted states in case of small damping.

**Key words:** quantum optics; teleportation; entanglement state; high quality light cavity

### 引 言

近年来,人们对量子计算与量子通讯进行了大量的研究<sup>[1-6]</sup>,尤其是对量子隐形传态。量子隐形传态首先由 BENNETT 等人在 1993 年提出,其基本思想是:发送者在经典通讯的帮助下,将量子信息通过量子纠缠信道传输到接收者。自那时以来,人们提出了各种不同的量子隐形传态机制,诸如原子 Dicke 态的隐形传态<sup>[7-8]</sup>,原子 W 态的隐形传态<sup>[9]</sup>、部分纠缠态的隐形传态<sup>[10]</sup>、场态的隐形传态<sup>[11-13]</sup>等等。一般来讲,量子纠缠信道可由纠缠的量子比特构造,例如纠缠的 Bell 原子态<sup>[2]</sup>、三粒子纠缠态<sup>[9]</sup>、场态<sup>[11]</sup>、抗退纠缠态<sup>[14]</sup>等等。参考文献[15]中调查

了基于耗散信道的量子隐形传态。还有人提出了基于纠缠 Fock 态的量子隐形传态的方案<sup>[6-7]</sup>。

在本文中,作者提出一个新的量子隐形传态机制,这个机制是把纠缠的腔场作为量子信道来进行原子态的隐形传态。纠缠腔场与纠缠原子不同,它处于一种介观状态而不是微观状态。通过原子与腔场 Rammn 相互作用,可以实现量子信息直接从一个原子传输到另一个原子上,而不需要借助辅助原子的操作。

### 1 模 型

考虑 1 个位于高  $Q$  腔中的三能级原子与单模腔场相互作用。原子的 3 个能级由  $|g\rangle$ ,  $|e\rangle$  (这里态假定  $|g\rangle$  和  $|e\rangle$  是近似简并的) 和  $|f\rangle$  标识。3 个能级能量分别为  $\hbar\omega_g$ ,  $\hbar\omega_e$  和  $\hbar\omega_f$  ( $\hbar = h/2\pi$ ,  $h$  为普朗克常数)。假定原子的态  $|g\rangle$ ,  $|e\rangle$  和  $|f\rangle$  之间的跃迁频率远失谐于腔场的频率,这样,态  $|f\rangle$  在原子与腔场相互作用期间就不会受到影响。原子与腔场系

基金项目:安徽省自然科学基金资助项目(090412060)

作者简介:王中结(1962-),男,博士,教授,主要从事量子光学等领域的研究。

E-mail:wuliwzj@mail.ahnu.edu.cn

收稿日期:2012-12-21;收到修改稿日期:2013-01-18

统的哈密顿可以表示为(令  $\hbar = 1$ )<sup>[7]</sup>:

$$H = \omega a^+ a + \omega_g |g\rangle\langle g| + \omega_g |e\rangle\langle e| + \omega_f |f\rangle\langle f| - i\gamma a^+ a + \{ \Omega a |f\rangle\langle g| + \Omega a |f\rangle\langle e| + H.c \} \quad (1)$$

式中,  $a^+$  和  $a$  分别是腔场模式的产生与湮灭算符,  $\omega$  为腔内光场频率,  $\Omega$  是原子与腔场间的耦合系数,  $\gamma$  是唯像引入的表征腔场衰减的系数,  $H.c$  表示厄米共轭。在大失谐情况下, 即  $\delta = \omega_f - \omega \gg \Omega$  和  $\delta = \omega_f - \omega \gg \gamma$ , 可以得到有效哈密顿量为:

$$\begin{cases} H_{\text{eff}} = -ka^+ a (|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e| + |g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e|) \\ k = \frac{|\Omega|^2}{\delta - i\gamma} = k_1 + ik_2 \\ k_1 = \frac{|\Omega|^2}{\delta^2 + \gamma^2} \delta \\ k_2 = \frac{|\Omega|^2}{\delta^2 + \gamma^2} \gamma \end{cases} \quad (2)$$

有效哈密顿量  $H_{\text{eff}}$  在时刻  $t$  的演化算符可表示为:

$$U = \exp[ -iga^+ a (|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) ] \times \exp[ -iga^+ a (|g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e|) ] \quad (3)$$

式中,  $g = kt = k_1 t + ik_2 t$ 。

## 2 基于理想光腔的隐形传态

下面, 提出一种基于纠缠腔场的单量子比特态的隐形传态的方案。在这一节中, 分析理想光腔情形, 即  $\gamma = 0$ 。首先, 利用两个光腔作为量子信道, 腔内的光场制备在下列的纠缠态:

$$|\psi\rangle_c = \frac{1}{\sqrt{N}} (|\alpha\rangle_1 |\alpha\rangle_2 + |-\alpha\rangle_1 |-\alpha\rangle_2) \quad (4)$$

式中,  $N$  是归一化常数,  $\alpha$  被假定为实数。这种纠缠态已经在理论上被制备出来<sup>[16]</sup>。现在假定有两个原子, 原子 1 属于发送者 ALICE, 原子 2 属于接收者 BOB。假定待传输的原子 1 态是如下的未知量子态:

$$|\psi\rangle_1 = a |e\rangle_1 + b |g\rangle_1 \quad (5)$$

式中,  $a$  和  $b$  是未知系数, 满足  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ 。整个系统的初态可表示为:

$$|\psi(0)\rangle = (a |e\rangle_1 + b |g\rangle_1) \otimes |g\rangle_2 \otimes (|\alpha\rangle_1 |\alpha\rangle_2 + |-\alpha\rangle_1 |-\alpha\rangle_2) \quad (6)$$

整个隐形传态过程分下列几步完成:

(1) ALICE 和 BOB 将原子 1 和 2 分别置于各自的光腔中。每个原子-腔场的演化算符按 (3) 式进行。这里假定两个原子-腔场的耦合系数是相同的。通过选择相互作用时间, 满足  $g = k_1 t = \pi/2$ , 可得系统的态矢为:

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle = \frac{1}{2\sqrt{N}} \{ & [a(|g\rangle_1 |g\rangle_2 + |e\rangle_1 |e\rangle_2) + \\ & b(|g\rangle_1 |e\rangle_2 + |e\rangle_1 |g\rangle_2)] \otimes |-\alpha\rangle_1 |-\alpha\rangle_2 + \\ & [a(|g\rangle_1 |g\rangle_2 - |e\rangle_1 |e\rangle_2) + \\ & b(|e\rangle_1 |g\rangle_2 - |g\rangle_1 |e\rangle_2)] \otimes |-\alpha\rangle_1 |\alpha\rangle_2 + \\ & [a(|g\rangle_1 |g\rangle_2 - |e\rangle_1 |e\rangle_2) + \\ & b(|e\rangle_1 |g\rangle_2 - |g\rangle_1 |e\rangle_2)] \otimes |\alpha\rangle_1 |-\alpha\rangle_2 + \\ & [a(|g\rangle_1 |g\rangle_2 + |e\rangle_1 |e\rangle_2) + \\ & b(|e\rangle_1 |g\rangle_2 + |g\rangle_1 |e\rangle_2)] \otimes |\alpha\rangle_1 |\alpha\rangle_2 \} \quad (7) \end{aligned}$$

(2) ALICE 和 BOB 对各自的光腔进行正交差分测量(由于大的腔场振幅  $\alpha$ ,  $|\alpha\rangle$  和  $|-\alpha\rangle$  可以被认为是正交的<sup>[17]</sup>), 并且相互通报测量结果。测量之后, 两个原子就处于纠缠状态。

(3) ALICE 对原子 1 进行测量, 并将测量结果通知 BOB。

(4) BOB 根据 ALICE 对原子的测量结果, 决定是否对原子 2 进行么正变换操作, 以便得到所需要的态。

例如, 在步骤(2)中, 假定 ALICE 和 BOB 对光场的测量结果是  $|\alpha\rangle_1 |\alpha\rangle_2$ , 那么系统状态会塌缩到:

Table 1 Measurement and transformation made by ALICE and BOB in ideal quantum teleportation

measurement result for light fields made by ALICE and BOB	measurement result for atom 1 made by ALICE	state of atom 2	transformation made by BOB
$ \alpha\rangle_1  \alpha\rangle_2$	$ g\rangle_1$	$a  g\rangle_2 + b  e\rangle_2$	$I$
	$ e\rangle_1$	$b  g\rangle_2 + a  e\rangle_2$	$\sigma_x$
$ \alpha\rangle_1  -\alpha\rangle_2$	$ g\rangle_1$	$a  g\rangle_2 - b  e\rangle_2$	$\sigma_z$
	$ e\rangle_1$	$b  g\rangle_2 - a  e\rangle_2$	$\sigma_x \sigma_z$
$ -\alpha\rangle_1  \alpha\rangle_2$	$ g\rangle_1$	$a  g\rangle_2 - b  e\rangle_2$	$\sigma_z$
	$ e\rangle_1$	$b  g\rangle_2 - a  e\rangle_2$	$\sigma_x \sigma_z$
$ -\alpha\rangle_1  -\alpha\rangle_2$	$ g\rangle_1$	$a  g\rangle_2 + b  e\rangle_2$	$I$
	$ e\rangle_1$	$b  g\rangle_2 + a  e\rangle_2$	$\sigma_x$

$$|\psi'\rangle = [a(|g\rangle_1|g\rangle_2 + |e\rangle_1|e\rangle_2) + b(|e\rangle_1|g\rangle_2 + |g\rangle_1|e\rangle_2)] / (2\sqrt{N}) \quad (8)$$

在步骤(3)中,假定 ALICE 对原子的测量结果是  $|g\rangle_1$ , 那么,原子 2 的态则会成为  $|\psi''\rangle = \frac{1}{2\sqrt{N}} \times (a|g\rangle_2 + b|e\rangle_2)$ , 可以看出,这个态正是所传输的态。如果 ALICE 对原子的测量结果是  $|e\rangle_1$ , 那么,原子 2 的态会成为  $|\psi''\rangle = (b|g\rangle_2 + a|e\rangle_2)/2$ 。这时,BOB 需要对原子 2 做一个么正变换,才能得到所要传输的态。其它情形见表 1。表 1 中出现的  $\sigma_x$  和  $\sigma_z$  为泡利算符, $I$  为单位么正变换。

### 3 非理想光腔情形的保真度分析

在这一节中,分析腔场的衰减对量子隐形传态的影响。考虑腔场的衰减效应,系统的态矢(即(7)式)将变为:

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{4\sqrt{N}} \{ (a+b)(|g\rangle_1 + |e\rangle_1) \times (|g\rangle_2 + |e\rangle_2) \otimes |-\alpha'\rangle_1 |-\alpha'\rangle_2 + (a+b)(|g\rangle_1 + |e\rangle_1)(|g\rangle_2 + |e\rangle_2) \otimes |\alpha'\rangle_1 |\alpha'\rangle_2 + (a-b)(|g\rangle_1 - |e\rangle_1) \times (|g\rangle_2 - |e\rangle_2) \otimes |-\alpha\rangle_1 |-\alpha\rangle_2 + (a+b)(|g\rangle_1 + |e\rangle_1)(|g\rangle_2 - |e\rangle_2) \otimes |-\alpha'\rangle_1 |\alpha\rangle_2 + (a-b)(|g\rangle_1 - |e\rangle_1) \times (|g\rangle_2 + |e\rangle_2) \otimes |\alpha\rangle_1 |-\alpha'\rangle_2 + (a-b)(|g\rangle_1 - |e\rangle_1)(|g\rangle_2 + |e\rangle_2) \otimes |-\alpha\rangle_1 |\alpha'\rangle_2 + (a+b)(|g\rangle_1 + |e\rangle_1) \times (|g\rangle_2 - |e\rangle_2) \otimes |\alpha'\rangle_1 |-\alpha\rangle_2 \} \quad (9)$$

式中,  $|\alpha'\rangle = |\alpha e^{-2k_1 t}\rangle$ 。类似地,ALICE 和 BOB 对其各自腔场进行正交差分测量。假定其测量结果为  $|-\alpha\rangle_1 |-\alpha\rangle_2$ , 系统的态矢塌缩为:

$$|\psi'(t)\rangle = \frac{1}{4\sqrt{N}} \{ u^2(a+b)(|g\rangle_1 + |e\rangle_1) \times (|g\rangle_2 + |e\rangle_2) + s^2(a+b)(|g\rangle_1 + |e\rangle_1)(|g\rangle_2 + |e\rangle_2) + (a-b)(|g\rangle_1 - |e\rangle_1)(|g\rangle_2 - |e\rangle_2) + s(a-b)(|g\rangle_1 - |e\rangle_1)(|g\rangle_2 + |e\rangle_2) + s(a+b)(|g\rangle_1 + |e\rangle_1)(|g\rangle_2 - |e\rangle_2) \} \quad (10)$$

式中,  $u = \langle -\alpha | -\alpha' \rangle$ ,  $s = \langle -\alpha | \alpha' \rangle / 2$ 。接着,ALICE 对原子 1 测量。如果测量结果为  $|g\rangle_1$ , 那么系统的态矢塌缩为:

$$|\psi''(t)\rangle = \frac{1}{4\sqrt{N'}} \{ (u^2 + s^2)(a+b)(|g\rangle_2 + |e\rangle_2) + (a-b)(|g\rangle_2 - |e\rangle_2) + s(a-b)(|g\rangle_2 + |e\rangle_2) + s(a+b)(|g\rangle_2 - |e\rangle_2) \} \quad (11)$$

由归一化态矢(11)式,得到:

$$|\psi_c(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{N'}} \{ (u^2 + s^2)(a+b)(|g\rangle_2 + |e\rangle_2) + (a-b)(|g\rangle_2 - |e\rangle_2) + s(a-b)(|g\rangle_2 + |e\rangle_2) + s(a+b)(|g\rangle_2 - |e\rangle_2) \} \quad (12)$$

式中,  $N' = N [(u^2 + s^2)(a+b) + (a-b) + 2sa]^2 + [(u^2 + s^2)(a+b) - (a-b) - 2sb]^2$ 。在理想情况下,  $u = 1, s = 0$ , 态矢  $|\psi_c(t)\rangle$  退化为  $|\psi_i(t)\rangle = a|g\rangle_2 + b|e\rangle_2$ , 这样精确的隐形传态被实现。但是,在衰减的情况下,精确的隐形传态是不可能实现的。计算隐形传态的保真度  $P = |\langle \psi_i(t) | \psi_c(t) \rangle|^2$  为:

$$P = \frac{1}{N} [u^2 + s^2 + 1 + 2s(|a|^2 - |b|^2) + (u^2 + s^2 - 1)(ab^* + a^*b)]^2 \quad (13)$$

式中,  $u$  和  $s$  分别表示为:

$$\begin{cases} u = \exp\left[-\frac{|\alpha|^2}{2}(1 + e^{-2\Gamma\pi} - 2e^{-\Gamma\pi})\right], \\ s = \frac{1}{2}\exp\left[-\frac{|\alpha|^2}{2}(1 + e^{-2\Gamma\pi} + 2e^{-\Gamma\pi})\right] \end{cases} \quad (14)$$

利用(2)式,可得上式中的无量纲参量  $\Gamma = k_2/k_1 = \gamma/\delta$ , 它描述了腔场的衰减。当  $\Gamma = 0.00$ , 腔场不衰减,当  $\Gamma$  越大时,腔场衰减就越严重。重写  $a = \cos\theta, b = e^{i\varphi}\sin\theta$ , 计算了不同的被传输的态的保真度  $P$  随无量纲衰减参量  $\Gamma$  的变化情况,如图 1 所示。图中,平均光子数  $|\alpha|^2/2 = 30$ 。实线对应被传输的态  $|\psi\rangle_1 = \cos(\pi/4)|e\rangle_1 + \sin(\pi/4)|g\rangle_1$  的情形,虚线对应  $|\psi\rangle_1 = \cos(\pi/6)|e\rangle_1 + \sin(\pi/6)|g\rangle_1$  的

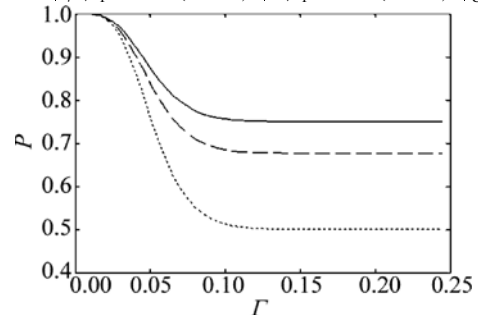


Fig. 1 Evolution of fidelity with parameter  $\Gamma$  for various transmitted states  $|\psi\rangle_1$

情形,点线对应  $|\psi\rangle_1 = \cos(\pi/8)|e\rangle_1 + \sin(\pi/8)|g\rangle_1$  的情形。从图1中可以看到:当参量  $\Gamma < 0.01$  时,对任意的被传输的态,其保真度都接近1.0;在大的衰减下,对于不同的被传输的态,其保真度是不一样的。

#### 4 结 论

提出了一个基于纠缠腔场的量子隐形传态的方案。该方案有以下一些特点:(1) 利用连续变量的纠缠信道来传输原子态,而非光场态;(2) 在原子纠缠信道中进行原子态的传输,需要借助其它的原子。但在本方案中,原子1的态直接传输到原子2上,不需要借助其它的原子,并且传输效率达到100%;(3) 由于原子的两个工作能级是近简并的,因而自发辐射引起的退相干效应较小;(4) 与通常的微观的原子纠缠信道不同,该方案中光场纠缠信道是介观的,并且原子与光场的相互作用是色散的。分析了腔场的衰减对量子隐形传态的影响,发现对于小的衰减,对任意态的传输,其保真度都接近1.0。

#### 参 考 文 献

- [1] BOUWMEESTER D, PAN J W, MATTLE K, *et al.* Experimental quantum teleportation[J]. *Nature*, 1997, 390(3):575-579.
- [2] BENNETT C H, BRASSARD G, CREPEAU C, *et al.* Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70(13):1895-1899.
- [3] LEE H W. Total teleportation of an entangled state[J]. *Physical Review*, 2001, A64(1):014302.
- [4] RIGOLIN G. Quantum teleportation of an arbitrary two-qubit state and its relation to multipartite entanglement[J]. *Physical Review*, 2005, A71(3):032303.
- [5] ZHENG S B. Scheme for approximate conditional teleportation of an unknown atomic state without the Bell-state measurement[J]. *Physical Review*, 2004, A69(6):064302.
- [6] CIRAC J I, PARKINS A S. Schemes for atomic-state teleportation[J]. *Physical Review*, 1994, A50(6):R4441.
- [7] ZHENG S B, GUO G C. Teleportation of an unknown atomic state through the Raman atom-cavity-field interaction[J]. *Physics Letters*, 1997, A232(6):171-174.
- [8] CHEN Q, FANG X M. Quantum teleportation of an arbitrary superposition of atomic states[J]. *Chinese Physics*, 2008, B17(5):1587-1592.
- [9] ZHAN Y B. Teleportation of  $N$ -particle entangled  $W$  state via entanglement swapping[J]. *Chinese Physics*, 2004, B13(11):1801-1805.
- [10] GOUR G. Faithful teleportation with partially entangled states[J]. *Physical Review*, 2004, A70(4):042301.
- [11] SATYABRATA A, MAJUMDAR A S, NAYAK N. Teleportation of two-mode squeezed states[J]. *Physical Review*, 2008, A77(1):012337.
- [12] MARIAN P, MARIAN T A. Continuous-variable teleportation in the characteristic-function description[J]. *Physical Review*, 2006, A74(4):042306.
- [13] ADESSO G, ILLUMINATI F. Equivalence between entanglement and the optimal fidelity of continuous variable teleportation[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(15):150503.
- [14] WANG Zh J, LI C. Quantum teleportation of atomic state in decoherent-free subspace[J]. *Laser Technology*, 2013, 37(5):682-685 (in Chinese).
- [15] ÖZDEMİR S K, SIENA S D, ALBANO L, *et al.* Teleportation of qubit states through dissipative channels: conditions for surpassing the no-cloning limit[J]. *Physical Review*, 2007, A76(2):042325.
- [16] GERRY C C. Proposal for a mesoscopic cavity QED realization of the Greenberger-Horne-Zeilinger state[J]. *Physical Review*, 1996, A54(4):R2529.
- [17] BRUNE M, HAROCHE S, RAIMOND J M, *et al.* Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom-field coupling: quantum-nondemolition measurements and generation of "Schrödinger cat" states[J]. *Physical Review*, 1992, A45(7):5193-5214.