

文章编号: 1001-3806(2013)05-0647-04

## 抽运光分布对圆截面激光晶体热变形的影响

张引科, 谷会萍

(西安建筑科技大学 理学院, 西安 710055)

**摘要:** 为了简化激光晶体中热变形量的求解过程, 分析抽运光分布对激光晶体热变形的影响, 采用圆截面激光晶体热变形量的简便计算方法, 并取抽运光束为超高斯光束, 通过理论推导和数值计算, 研究了抽运光强度分布对圆截面激光晶体热变形的影响。结果表明, 晶体端面热变形量与半径为3次多项式关系, 当抽运光阶次大于2时, 随着阶次的增大, 晶体端面的热变形量逐步减小。这一结果对全固态激光器的设计有一定帮助。

**关键词:** 激光物理; 晶体热变形量; 简便计算方法; 圆截面激光晶体; 超高斯光束

中图分类号: TN248.1 文献标识码: A doi:10.7510/jgjs. issn. 1001-3806. 2013. 05. 018

## Effect of pumping light distribution on thermal distortion of laser crystal with circular cross-section

ZHANG Yin-ke, ZAN Hui-ping

(School of Science, Xi'an University of Architecture &amp; Technology, Xi'an 710055, China)

**Abstract:** All solid-state lasers have many applications. The thermal effect of laser crystal is one of the main factors affecting the performance of laser. Usually, the temperature field distribution in crystal is found, and then the thermal distortion of laser crystal is calculated. This process is tediously long and includes some repetition. In order to simplify the solution finding process for analyzing the influence of pumping light distribution on thermal distortion, a simplified method was proposed to compute the thermal distortion of laser crystal with circular cross-section taking the pumping as super-Gaussian beam. It is found that because of thermal distortion, the pumped end of laser crystal becomes a rotational curved surface with power 3. As the rank of pumping super-Gaussian beam increases, the thermal distortion of crystal pumped-end decreases. The result is helpful for solid-state laser design.

**Key words:** laser physics; thermal distortion of crystal; simplified method; laser crystal with circular cross-section; super-Gaussian beam

### 引言

激光二极管抽运的全固态激光器具有众多优点, 广泛应用于多个科研和技术领域。激光增益介质是激光器的重要组成部分, Nd:GdVO<sub>4</sub> 晶体是全固态激光器最常用的增益介质之一<sup>[1-4]</sup>。吸收了抽运光能量的激光增益介质发射荧光, 同时被吸收的部分抽运光能量转化为热量<sup>[5]</sup>, 这些热量在增益介质内部产生不均匀的温度分布, 导致介质折射率变

化、介质的不均匀膨胀及在介质中出现热应力, 最终形成热透镜, 热透镜效应严重影响固体激光器的能量转换效率及输出激光束的质量。固体激光器内激光晶体的形状通常为长方体或圆柱体, SHI 等人已经建立了这两种形状激光晶体温度场和热变形的解析计算方法<sup>[6-7]</sup>, 并分析了抽运光分布对激光晶体热效应的影响<sup>[8-10]</sup>, 但所用方法比较复杂。考虑到固体激光器常用光纤耦合的半导体激光器来抽运, 半导体激光器的输出光束经光纤耦合后具有超高斯分布, 而且不同阶次的超高斯光束可以模拟不同强度分布的常见光束(如高斯光束与平行光束), 本文中应用作者提出的圆截面激光晶体热变形量的简单求解方法<sup>[11]</sup>, 并以抽运光束为超高斯分布为例, 分析了抽运光强度分布对圆截面激光晶体热变形的影响。

基金项目: 陕西省自然科学基础研究基金资助项目(2011JM8022)

作者简介: 张引科(1964-), 男, 教授, 博士, 从事光电子信息处理方面的教学与研究工作。

E-mail: yinkezhang@163.com

收稿日期: 2013-01-15; 收到修改稿日期: 2013-02-28

## 1 圆形截面激光晶体抽运端面热变形量的方程和边界条件

抽运光在激光晶体中产生的热量以热传导方式传递，并通过晶体表面向周围散失。通常采用冷却循环水或半导体制冷模块来降低激光晶体的侧面温度，可以认为激光晶体侧面温度保持不变。激光晶体的两个通光端面直接与周围空气接触，理论分析表明，通过晶体两个通光端面散失的热量远远小于通过晶体侧面散失的热量，因此可以认为晶体两个端面绝热。当抽运光束沿着激光晶体的对称轴时，研究晶体内温度分布的模型如图1所示。

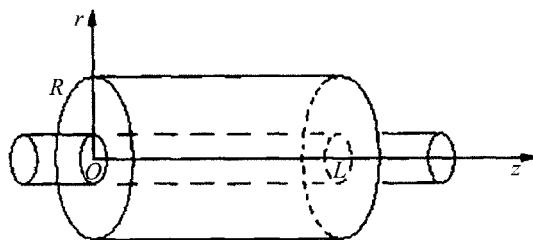


Fig. 1 Study model of temperature distribution in laser crystal

设抽运光平行于 $z$ 轴(晶体的对称轴)入射到 $z=0$ 面，并照射在晶体端面中心，则光强度在 $r$ 轴的分布为：

$$I(r,0) = f(r) \quad (1)$$

式中， $f(r)$ 是光强度。如果激光晶体对抽运光的吸收系数为 $\beta$ ，根据介质对光的吸收规律，抽运光强度在激光晶体中随传播距离的变化是：

$$I(r,z) = I(r,0) \exp(-\beta z) = f(r) \exp(-\beta z) \quad (2)$$

荧光量子效应和内损耗引起的激光晶体对抽运光能量吸收远远大于其它原因引起的吸收，因此仅考虑这两种效应吸收抽运光产生的热量，此时晶体内的热功率密度是：

$$q_v(r,z) = \eta\beta I(r,z) = \eta\beta f(r) \exp(-\beta z) \quad (3)$$

式中， $\eta$ 为激光晶体的热转换系数，表示为：

$$\eta = 1 - \lambda_p/\lambda_L \quad (4)$$

式中， $\lambda_p$ 是抽运光波长，等于808nm； $\lambda_L$ 是激光器输出的激光波长，等于1064nm。

晶体侧面温度等于恒定的冷却温度 $u_w$ ，为便于理论计算，设其为0(相对值)。计算出晶体内的温度后，再加上冷却温度 $u_w$ ，就得出了晶体内的真实温度。激光晶体中的热传导满足Poisson方程。由于热源及边界条件都具有轴对称性，故晶体内的温度场也具有轴对称性，热传导方程和边界条件分别为：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{q_v}{\lambda} \quad (5)$$

$$u(r,z) \Big|_{r=R} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial u(r,z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial u(r,z)}{\partial z} \Big|_{z=L} = 0 \quad (7)$$

式中， $\lambda$ 为晶体的导热系数(亦称为热导率)， $L$ 是激光晶体的长度， $R$ 是激光晶体的半径， $u$ 为热稳定后的温度。

激光晶体内部的不同温度变化引起晶体的不均匀膨胀，导致晶体形变，出现热透镜。根据对激光晶体内部温度场分析可知，晶体后端( $z=L$ )的温度变化很小，可以认为此处无热变形，温度升高仅造成抽运端面出现热变形。设晶体内部点( $r,z$ )处的初始温度为0，达到新的热稳定后的温度为 $u(r,z)$ ，则该处沿 $z$ 轴方向初始线元 $dz$ 的热膨胀量是：

$$dl = \alpha u(r,z) dz \quad (8)$$

式中， $\alpha$ 为晶体热膨胀系数。晶体抽运端面沿 $z$ 轴方向的热变形量(称为端面凸起高度)是：

$$w(r) = \int_0^L dl = \alpha \int_0^L u(r,z) dz \quad (9)$$

将(9)式代入(5)式和边界条件(6)式及(7)式，得出热变形量 $w(r)$ 满足的方程和边界条件分别是：

$$\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} = -Q(r) \quad (10)$$

$$w(r) \Big|_{r=R} = 0 \quad (11)$$

式中，

$$Q(r) = \frac{\alpha}{\lambda} \int_0^L q_v(r,z) dz = \frac{\eta\beta\alpha}{\lambda} \int_0^L f(r) \exp(-\beta z) dz = \frac{\eta\alpha}{\lambda} [1 - \exp(-\beta L)] f(r) \quad (12)$$

## 2 晶体抽运端面热变形量的解析解

设(10)式的解为：

$$w(r) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n J_0\left(\frac{\alpha_n}{R}r\right) \quad (13)$$

式中， $J_0$ 是零阶Bessel函数， $\alpha_n$ 是 $J_0$ 的第 $n$ ( $n=1, 2, \dots$ )个零点。把(13)式代入(10)式，结合Bessel函数的正交性，求出(13)式中的系数 $A_n$ 是：

$$A_n = \frac{2}{\alpha_n^2 J_1^2(\alpha_n)} \int_0^R Q(r) J_0\left(\frac{\alpha_n}{R}r\right) r dr \quad (14)$$

将其代入端面热变形量表达式(13)式，就得出了端面抽运圆截面激光晶体热变形量分布。

## 3 抽运光分布对晶体热变形的影响

取抽运面上的光强度 $f(r)$ 为超高斯分布<sup>[12]</sup>，即：

$$f(r) = I_0 \exp \left[ -2 \left( \frac{r}{w_b} \right)^{2k} \right] \quad (15)$$

式中,  $I_0$  是抽运光束的中心强度,  $k$  是超高斯光束的阶次,  $w_b$  是光束半径。 $k=1$  时, 抽运光束为高斯分布;  $k=\infty$  时, 抽运光束为均匀分布(平行光束); 当  $k$  较大时, 抽运光束为所谓的“大礼帽”分布。 $I_0$  与抽运光功率  $P$  的关系为:

$$I_0 = \frac{P}{2\pi \int_0^\infty \exp \left[ -2 \left( \frac{r}{w_b} \right)^{2k} \right] r dr} \quad (16)$$

此时,(13)式中的系数  $A_n$  为:

$$A_n = W_0 B_n \quad (17)$$

式中,

$$W_0 = \frac{2\eta\alpha R^2 I_0 [1 - \exp(-\beta L)]}{\lambda} \quad (18)$$

$$B_n = \frac{1}{\alpha_n^2 J_1^2(\alpha_n)} \int_0^1 \exp \left[ -2 \left( \frac{R}{w_b} x \right)^{2k} \right] \times J_0(\alpha_n x) dx \quad (19)$$

把(17)式代入(13)式, 得出晶体抽运端热变形量的分布是:

$$w(r) = W_0 \sum_{n=1}^{\infty} B_n J_0 \left( \frac{\alpha_n}{R} r \right) \quad (20)$$

#### 4 晶体抽运端热变形量的数值分析

取晶体的吸收系数  $\beta = 20.9 \text{ cm}^{-1}$ , 导热系数  $\lambda = 0.13 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , 热膨胀系数  $\alpha = 7.1 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ , 抽运光功率  $P = 24.2 \text{ W}$ , 光束半径  $w_b = 14 \text{ mm}$ , 晶体尺寸  $R = 20 \text{ mm}$ ,  $L = 1.3 \text{ mm}$ 。图 2 是超高斯光束阶次  $k$  取 1, 2, 4, 6 时, 功率为 24.2 W 的抽运光的强度  $I(r)$  分布, 随着阶次  $k$  的增大, 光斑中心区域光强更加均匀。

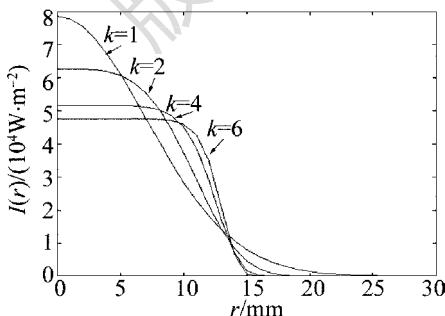


Fig. 2 Distribution of intensity of super-Gaussian beam with equal power and different ranks

图 3 中给出了阶次  $k$  分别取 1, 2, 4, 6 时, 激光晶体抽运端面热变形量  $w(r)$  的分布。端面中心处的热变形量最大, 分别为  $0.4696 \mu\text{m}$ ,  $0.4825 \mu\text{m}$ ,

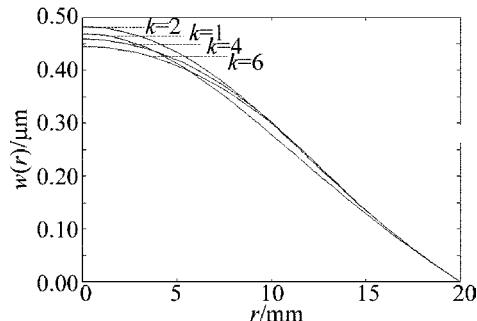


Fig. 3 Distribution of thermal distortion on laser crystal pumped-end  
 $0.4593 \mu\text{m}$ ,  $0.4453 \mu\text{m}$ 。 $k=2$  的光束抽运时晶体端面的热变形量比  $k=1$  的光束抽运时大, 这与参考文献[13]中的结论相同。当  $k \geq 2$  时, 随着  $k$  的增大, 晶体端面的热变形量减小。这说明抽运光的分布均匀性越好、范围越大, 激光晶体的热变形越小。

用多项式在  $0 \text{ mm} \sim 14 \text{ mm}$  范围内对激光晶体抽运端面热变形量  $w(r)$  与离轴距离  $r$  的关系进行拟合, 发现  $w(r)$  是  $r$  的 3 次多项式。阶次  $k$  取 1, 2, 4, 6 时,  $w(r)$  与  $r$  的关系分别是:

$$w(r) = 0.4694 + 0.8488r - 2866.7408r^2 + 87225.8456r^3 \quad (21)$$

$$w(r) = 0.4815 + 1.9872r - 2573.9763r^2 + 57066.6703r^3 \quad (22)$$

$$w(r) = 0.4588 + 0.8805r - 1831.0747r^2 + 17895.4221r^3 \quad (23)$$

$$w(r) = 0.4451 + 0.3469r - 1552.7255r^2 + 6392.8034r^3 \quad (24)$$

式中,  $w(r)$  的单位为  $\mu\text{m}$ ,  $r$  的单位是  $\text{m}$ 。可见由于热效应使激光晶体抽运端面中央出现一个 3 次旋转曲面, 曲面中心的曲率半径  $R_0$  分别是  $174.4141 \text{ m}$ ,  $194.2520 \text{ m}$ ,  $273.0637 \text{ m}$ ,  $322.0144 \text{ m}$ 。抽运光阶次增大时, 晶体抽运端中心形成的 3 次曲面的曲率半径逐渐增大。图 4 和图 5 分别是晶体抽运端中心热变形量  $W_0$  及变形后端面中心曲率半径  $R_0$  与抽运光束阶次的关系。

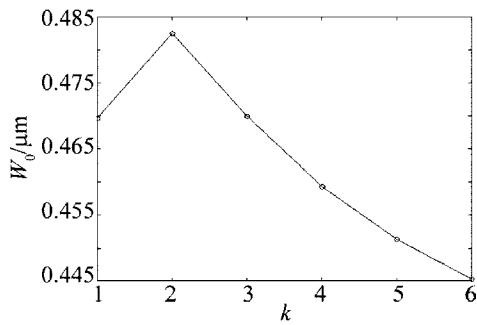


Fig. 4 Relation between rank of pumping light and maximum thermal distortion

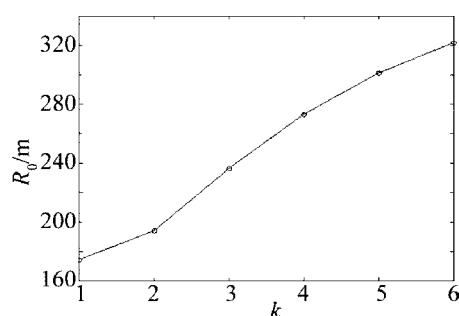


Fig. 5 Relation between pumped-end curvature radius and rank of pumping light

## 5 结 论

根据圆截面激光晶体中热传导方程与边界条件、以及晶体热变形量计算公式的特点,把通常采用的求解热传导微分方程与计算晶体热变形这两步合二为一,建立了晶体抽运端面热变形量满足的微分方程和边界条件,解出了圆截面激光晶体抽运端面热变形量的表达式。并以超高斯光束抽运为例,通过数值计算,研究了激光晶体热变形量与抽运光强度分布的关系。发现端面热变形量与半径为3次多项式关系;当超高斯光束的阶次  $k \geq 2$  时,随着  $k$  的增大,晶体端面的热变形量减小。

## 参 考 文 献

- [1] ZHANG H J, MENG X L, LIU J H, et al. Growth of lowly Nd doped  $\text{GdVO}_4$  single crystal and its laser properties [J]. Journal of Crystal Growth, 2000, 216(124): 367-371.
- [2] WANG C Q, CHOW Y T, REEKIE L, et al. A comparative study of the laser performance of diode-laser-pumped  $\text{Nd:GdVO}_4$  and  $\text{Nd:VO}_4$  crystals [J]. Applied Physics, 2000, B70(6): 769-772.
- [3] LIU J, YANG J M, HE J L. Diode-pumped passively  $Q$ -switched intracavity frequency doubled  $\text{Nd:GdVO}_4/\text{KTP}$  green laser [J]. Optics & Laser Technology, 2004, 36(1): 31-33.
- [4] GUO P, CHEN M, LI G, et al. Diode-pumped 1123nm  $\text{Nd:YAG}$  laser [J]. Chinese Optics Letters, 2004, 2(7): 402-404.
- [5] SHI P, LI D J, ZHANG H L, et al. High power partially end-pumped slab laser with hybrid resonator [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(4): 491-494 (in Chinese).
- [6] SHI P, LI L, GAN A Sh, et al. Thermal effect research of end-pumped rectangle  $\text{Nd:GdVO}_4$  crystals [J]. Chinese Journal of Lasers, 2005, 32(7): 923-927 (in Chinese).
- [7] SHI P, LI L, GAN A Sh, et al. Research on thermal distortion of  $\text{Nd:GdVO}_4$  crystal with laser diode end-pumped circular section [J]. Chinese Journal of Lasers, 2006, 33(10): 1324-1328 (in Chinese).
- [8] SHI P, LI J P, LING L, et al. Influence of pump light on thermal effects within  $\text{Nd:YAG}$  microchip laser [J]. Chinese Journal of Lasers, 2008, 35(5): 643-646 (in Chinese).
- [9] XIN Y, SHI P, LI L, et al. Analysis of thermal effect of LD double side pumped  $\text{Nd:GGG}$  heat capacity laser crystal [J]. Laser Technology, 2011, 35(6): 787-791 (in Chinese).
- [10] LI L, DONG W W, NIE J P, et al. Transient thermal analysis of  $\text{Nd:YAG}$  crystal end-pumped by pulsed diode laser [J]. Laser Technology, 2011, 35(1): 94-98 (in Chinese).
- [11] ZHANG Y K, FAN S, YANG H. Simplified method for thermal distortion of end-pumped laser crystal with circular cross-section [J]. Chinese Journal of Lasers, 2009, 36(8): 1928-1931 (in Chinese).
- [12] WANG N, LU Y T, KONG Y. Analysing the light intensity distribution of supper-Gaussian mirror resonator by fast Fourier-transform [J]. Chinese Journal of Lasers, 2004, 31(11): 1317-1322 (in Chinese).
- [13] SHI P, CHEN W, LI L, et al. Influence of laser distribution on thermal effect of  $\text{Nd:YVO}_4$  crystal [J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(2): 197-201 (in Chinese).