

文章编号: 1001-3806(2013)03-0321-05

端面抽运 Nd:YAG 圆棒热容激光晶体热分析

史 彭 白 冰 李 隆 张琳丽 辛 宇
(西安建筑科技大学 理学院, 西安 710055)

摘要: 为了准确研究 LD 端面抽运圆棒热容激光晶体 Nd:YAG 时产生的热效应, 采用以半解析热分析理论为基础、结合弹性力学理论的研究方法, 得出了圆棒热容激光晶体抽运阶段和冷却阶段的温度场、热应力场和端面形变量半解析计算方法。结果表明, 当抽运总功率为 200W 4 阶超高斯 LD 对 Nd:YAG 抽运 2s 时, Nd:YAG 圆棒热容激光晶体的端面最大应力为 52.9MPa, 低于晶体断裂阈值下线的 50%; 此时激光晶体端面形变为 3.05 μm 。所得结果为优化热容激光器提供了理论支持。

关键词: 激光物理; 热容; 温度场; 热应力; 形变

中图分类号: TN248.1 文献标识码: A doi: 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2013.03.012

Thermal analysis of LD end-pumped rod Nd:YAG heat capacity laser crystal

SHI Peng, BAI Bing, LI Long, ZHANG Lin-li, XIN Yu

(School of Science, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

Abstract: In order to exactly study thermal effects of LD end-pumped rod heat capacity laser crystal Nd:YAG, based on the theory of semi-analytical thermal analysis and the theory of elasticity, the temperature field and thermal stress field, and semi-analytical calculation expression of distortion on end face of rod Nd:YAG heat capacity laser crystal for pumping stage and cooling stage were obtained respectively. These results show that when using the total pump power of 200W LD with 4-order super-Gaussian distribution end-pumped rod Nd:YAG crystal for 2s, the maximum stress on end face is 52.9MPa, which is below the half of the minimum value of crystal fracture threshold. The distortion on the end face is 3.05 μm . These results provide a theoretical basis for the optimized design of heat capacity laser.

Key words: laser physics; heat capacity; temperature field; thermal stress; distortion field

引 言

热容固体激光器 (solid-state heat capacity laser, SSHCL) 早在 20 世纪 70 年代开始研制, 以其输出功率大、光束质量好等特点一直延续发展至今, 逐步在工业、军事和医疗等各个领域中得到广泛的应用。但是由于抽运光分布不均匀性和激光晶体对抽运光吸收不均匀性, 都会在激光晶体内部产生非均匀温度场、热应力场和热形变场, 从而影响 SSHCL 输出光束

的质量^[1-2]。随着激光技术的发展和应用的需要, SSHCL 输出功率已经达到数千瓦、数万瓦, SSHCL 热效应的影响越来越明显。定量研究分析 SSHCL 热效应是提高 SSHCL 品质的重要基础工作之一。

SSHCL 热效应和全固态激光器的稳态热效应明显不同^[3-4], LD 抽运 SSHCL 时在激光晶体内部产生的温度场是随时间变化的^[1-2]。准确计算出 SSHCL 激光晶体内部各点热应力和热形变是减弱 SSHCL 热效应的关键工作。目前, 这方面研究主要是采用数值模拟方法^[5-9]。而半解析方法和数值模拟方法相比, 具有结果准确、可以定量分析影响因素等优点。

本文中利用热分析理论结合热弹性力学理论, 研究端面抽运 SSHCL 的 Nd:YAG 圆棒激光晶体的温度场、热应力场和热形变场的半解析热分析计算方法。所用方法可以应用到其它类似热容激光晶体

基金项目: 陕西省教育厅专项科研计划资助项目 (09JK536); 陕西省科学技术研究发展计划资助项目 (2008K05-15)

作者简介: 史 彭 (1956-), 男, 教授, 主要从事高功率激光器热分析方面的研究工作。

E-mail: pshi56@163.com

收稿日期: 2012-08-16; 收到修改稿日期: 2012-10-12

热分析中,为热容激光器设计提供指导作用。

1 热模型的建立

设热容激光器抽运阶段的时段为 $0 \sim t_1$, 冷却阶段的时段为 $t_1 \sim t_2$ 。热容激光器的冷却系统一直处在工作状态中。

图1为抽运阶段激光晶体热模型简图。抽运阶段激光晶体的热量主要来源于当晶体吸收抽运光能量后,产生荧光辐射,在激光晶体中仅考虑晶体由于荧光量子效应和内损耗吸收抽运光能量发热,导致激光晶体温度升高。设其抽运光光强分布为($z=0$ 面): $I(r, 0) = I_0 \exp\left(-\frac{2r^{2k}}{w^{2k}}\right)$ 其中 r 为晶体内某点所处位置的半径, I_0 为抽运光中心处的光强, w 为抽运光的高斯半径, k 为超高斯分布的阶次,本文中取 $k=4$, 抽运光的分布为“大礼帽”型分布。

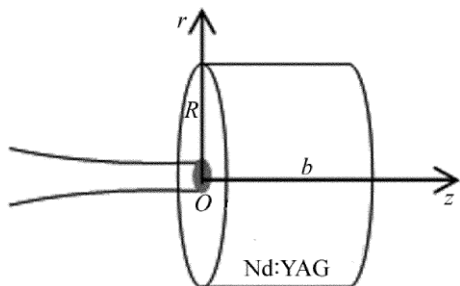


Fig. 1 Schematic diagram of thermal model

2 Nd:YAG 热容激光晶体温度场

2.1 抽运阶段 Nd:YAG 热容激光晶体温度场

由于激光晶体具有轴对称性,所以取柱坐标研究方便,建立柱坐标系见图1,棒的半径为 R , 棒的长度为 b 。由于热模型,热源具有轴对称性,与角度无关,不含角度传热方程为:

$$\rho c \frac{\partial u}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + q_v(r, z) \quad (1)$$

式中 $q_v(r, z) = \eta I(r, z) \beta = \eta I_0 \exp\left(-\frac{2r^{2k}}{w^{2k}}\right)^{[4]}$ 为热功率密度; λ 为激光晶体导热系数; ρ 为激光晶体质量密度; c 为激光晶体比热容; η 为由荧光量子效应和内损耗决定的热转换系数, $\eta = 1 - \frac{\lambda_{in}}{\lambda_{out}}$, λ_{in} 为抽运光的波长, λ_{out} 为谐振腔震荡光波波长; β 为晶体吸收系数。

激光晶体周边与冷却器良好接触。晶体前后表面从空气中散出热量可以忽略。则激光 Nd:YAG 晶体热模型的边界条件为:

$$u(r, z, t) \Big|_{r=R} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial u(r, z, t)}{\partial t} \Big|_{z=0} = 0; \quad \frac{\partial u(r, z, t)}{\partial t} \Big|_{z=L} = 0 \quad (3)$$

在抽运阶段开始时,晶体内部初始温度为 0°C , 则初始条件为 $u(r, z, t) \Big|_{t=0} = 0$ 。推导得出抽运阶段晶体内部的温度场为:

$$u(r, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} A(t) \cos\left(\frac{m\pi z}{b}\right) J_0\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R} r\right) \quad (4)$$

其中,

$$A(t) = \frac{4b^3 I_0 \beta^2 \eta (1 - e^{-\beta b \cos m\pi})}{\lambda (m^2 \pi^2 + \beta^2 b^2) [m^2 \pi^2 R^2 + b^2 (\mu_n^{(0)})^2]} \times \frac{1}{J_1^2(\mu_n^{(0)})} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{\lambda [m^2 \pi^2 R^2 + b^2 (\mu_n^{(0)})^2]}{\rho c b^2 R^2} t\right] \right\} \times \int_0^R \exp\left(-\frac{2r^{2k}}{w^{2k}}\right) J_0\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R} r\right) r dr \quad (5)$$

式中 J_0 为 0 阶贝塞尔函数, $\mu_n^{(0)}$ 为零阶贝塞尔函数第 n 个零点, J_1 为 1 阶贝塞尔函数。

2.2 冷却阶段 Nd:YAG 热容激光晶体温度场

当热容激光器停止抽运时进入冷却阶段。则激光晶体内部无内热源,热功率密度 $q_v(r, z) = 0$ 。故热传导方程化简为:

$$\rho c \frac{\partial u'}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u'}{\partial r} + \frac{\partial^2 u'}{\partial z^2} \right) \quad (6)$$

边界条件为:

$$\begin{cases} u'(R, z, t) = 0 \\ \frac{\partial u'(r, z, t)}{\partial t} \Big|_{z=0} = 0 \\ \frac{\partial u'(r, z, t)}{\partial t} \Big|_{z=L} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

推导得出冷却阶段温度场为:

$$u'(r, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} B(t) \times \exp\left\{-\frac{\lambda [m^2 \pi^2 R^2 + b^2 (\mu_n^{(0)})^2]}{\rho c b^2 R^2} (t - t_1)\right\} \times \cos\left(\frac{m\pi z}{b}\right) J_0\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R} r\right) \quad (8)$$

其中,

$$B(t) = \frac{4b^3 I_0 \beta^2 \eta (1 - e^{-\beta b \cos m\pi})}{\lambda (m^2 \pi^2 + \beta^2 b^2) [m^2 \pi^2 R^2 + b^2 (\mu_n^{(0)})^2]} \times \frac{1 - \exp\left\{-\frac{\lambda [m^2 \pi^2 R^2 + b^2 (\mu_n^{(0)})^2]}{\rho c b^2 R^2} t_1\right\}}{J_1^2(\mu_n^{(0)})} \times \int_0^R \exp\left(-\frac{2r^{2k}}{w^{2k}}\right) J_0\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R} r\right) r dr \quad (9)$$

3 Nd:YAG 晶体内部热应力的计算

使用柱坐标,由于热模型具有轴对称,所以与角度 θ 有关的热应力分量为 0。应力边界条件: $\sigma_r|_{r=R}=0; \tau_{rz}|_{r=R}=0$ σ_r 为径向正应力 τ_{rz} 为柱面沿 z 轴方向的剪应力。由热弹性力学理论知,应力和应变满足平衡方程、几何方程和物理方程。由这 3 个基本方程出发,可以推导出位移方程^[10]:

$$\begin{cases} \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial r} + \nabla^2 u_r - \frac{u_r}{r^2} \right] = \beta' \frac{\partial T}{\partial r} \\ \frac{E}{2(1+\nu)} \left[\frac{1}{1-2\nu} \frac{\partial e}{\partial z} + \nabla^2 u_z \right] = \beta' \frac{\partial T}{\partial z} \end{cases} \quad (10)$$

式中 E 为杨氏模量, ν 为泊松比, u_r 为径向 r 方向的位移分量, u_z 为 z 轴方向位移分量, ε_r 为径向 r 方向的形变, ε_θ 为环向方向的形变, ε_z 为 z 轴方向的形变。为了区别文中的其它符号,温度都用 T 表示。 $e = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$, $\beta' = \frac{\alpha E}{1-2\nu}$,

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

(10) 式是线性非齐次方程,它的解为线性无关的特解(不一定满足边界条件)和相应齐次方程的通解两部分组成^[10]。其中特解在求解中要求不一定满足应力边界条件,特解用 $\sigma_r', \sigma_\theta', \sigma_z'$ 表示;通解一定满足应力边界条件,通解用 $\sigma_r'', \sigma_\theta'', \sigma_z''$ 表示。最后相应的特解和通解的和为相应圆的表达式。非齐次方程(10)式满足热弹性位移势 Φ :

$$\nabla^2 \Phi = \alpha T (1 + \nu) / (1 - \nu) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r' &= -\frac{E}{1+\nu} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right); \sigma_\theta' = -\frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right); \sigma_z' = -\frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right); \\ \sigma_r'' &= \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 L^*}{\partial r^2} - \nu \nabla^2 L^* \right); \sigma_\theta'' = \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial L^*}{\partial r} - \nu \nabla^2 L^* \right); \sigma_z'' = \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial^2 L^*}{\partial z^2} - (2-\nu) \nabla^2 L^* \right]; \\ \tau_{rz}' &= \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} \right); \tau_{rz}'' = \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial^2 L^*}{\partial z^2} - (1-\nu) \nabla^2 L^* \right] \end{aligned} \quad (15)$$

代入应力边界条件: $\sigma_r|_{r=R} = \sigma_r'|_{r=R} + \sigma_r''|_{r=R} = 0; \tau_{rz}|_{r=R} = \tau_{rz}'|_{r=R} + \tau_{rz}''|_{r=R} = 0$ 。求 L 中待定系数 D_1 和 D_2 。

$$\begin{cases} D_1 = \frac{\operatorname{csch}\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R}z\right) R \sum_{m=1}^{\infty} K_{nm} \frac{\mu_n^{(0)}}{R} \left[\mu_n^{(0)} \frac{m\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{b}z\right) + 2\cos\left(\frac{m\pi}{b}z\right) \frac{\nu-1}{R} \right]}{[(\mu_n^{(0)})^2 - 2 + 2\nu]} \\ D_2 = \frac{\operatorname{csch}\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R}z\right) R \sum_{m=1}^{\infty} K_{nm} \frac{\mu_n^{(0)}}{R} \left[-\frac{\mu_n^{(0)}}{R} \cos\left(\frac{m\pi}{b}z\right) + \frac{m\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{b}z\right) \right]}{\mu_n^{(0)} [(\mu_n^{(0)})^2 - 2 + 2\nu]} \end{cases} \quad (16)$$

得出径向、环向、轴向、柱面沿轴向的剪切的应力为:

$$\sigma_r = \sigma_r' + \sigma_r''; \sigma_\theta = \sigma_\theta' + \sigma_\theta'';$$

式中 α 为晶体的热膨胀系数。将抽运和冷却阶段温度场公式代入,可解出热弹性位移势 Φ 的表达式。

抽运阶段的热弹性位移势为:

$$\Phi = -\frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A(t) \frac{1}{\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2} \times \cos\left(\frac{m\pi}{b}z\right) J_0\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R}r\right) \quad (12)$$

冷却阶段的热弹性位移势为:

$$\Phi = -\frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} C(t) \frac{1}{\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2} \times \cos\left(\frac{m\pi}{b}z\right) J_0\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R}r\right) \quad (13)$$

式中 $C(t) = B(t) \exp\left\{-\lambda \frac{m^2 \pi^2 R^2 + b^2 (\mu_n^{(0)})^2}{\rho C b^2 R^2} (t - t_1)\right\}$ 。

对于(11)式,当右侧变 0 时为齐次方程,这时需要利用 Love 位移函数 L 求解。 L 必须满足^[8]: $\nabla^4 L = 0$ 。根据 Φ 的表达形式,设 $L = -\frac{E}{1+\nu} L^*$ 。经推导出:

$$L^* = \frac{1+\nu}{1-\nu} \alpha \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{D_1}{\frac{\mu_n^{(0)}}{R}} J_0\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R}r\right) + D_2 r J_1\left(\frac{\mu_n^{(0)}}{R}r\right) \right] \times \frac{\sinh\left(-\frac{\mu_n^{(0)}}{R}z\right)}{-\frac{\mu_n^{(0)}}{R}} \quad (14)$$

将 Φ 和 L 结合,满足边界条件,应力表示为:

$$\sigma_z = \sigma_z' + \sigma_z''; \tau_{rz} = \tau_{rz}' + \tau_{rz}'' \quad (17)$$

4 晶体内热应力的数值模拟

抽运总功率为 200W,半径为 9mm 的高斯抽运光抽运圆棒 Nd:YAG 晶体,圆棒尺寸为 $\varnothing 30\text{mm} \times 25\text{mm}$,掺 Nd 原子数分数为 0.015 的 Nd:YAG 晶体对于 808nm 抽运光的吸收系数为 4.5cm^{-1} ,导热系数为 $14\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$,比热容为 $590\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$,质量密度为 $4560\text{kg}/\text{m}^3$,杨氏模量为 $2.8 \times 10^{11}\text{Pa}$,泊松比为 0.3。抽运 2s 时,圆棒 Nd:YAG 晶体端面热应力分布如图 2 所示。

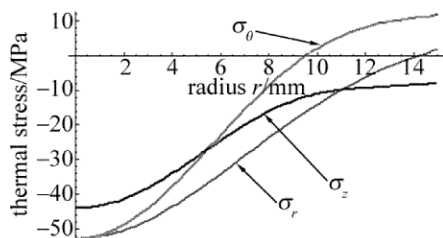


Fig. 2 End surface of thermal stress distribution of pumping stage

从图 2 中可以看出:晶体端面上,抽运光半径范围内(9mm) 3 种应力(径向应力 σ_r 、环向应力 σ_θ 和轴向应力 σ_z) 都是负值——即为压应力。伴随 r 增大,3 种应力都有减少压应力的趋势,在晶体棒边缘逐渐变为张应力(应力为正值),即晶体棒中心处为挤压形变和边缘处为拉伸形变。由于输出激光束半径大约为抽运光半径,所以在此范围内,晶体内部主要是压应力。

图 3 为其它条件不变,只改变抽运时间晶体端面上 3 种应力分布图。从图中可以看出,随抽运时间增大,中心处的应力数值明显增大,5s 时没有超过 Nd:YAG 晶体的断裂极限阈值^[11]。在晶体棒边缘部分,应力变化不大。计算表明在上述条件下,抽运时间不要超过 5s,以保证晶体内部热应力不超过晶体的断裂极限阈值。

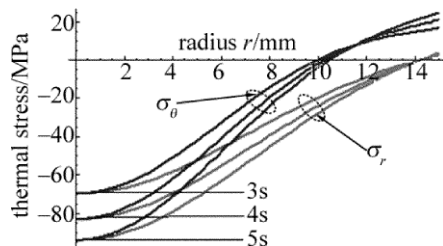


Fig. 3 End surface of thermal stress distribution follow with the pumping time

利用本文中得出的计算公式,对参考文献[7]中的热模型进行计算模拟,得出的最大应力值和参考文献[7]中得出值相差不大,说明了本文中得出

计算公式是合理的。

冷却阶段各参量与图 2 相同,经计算,冷却时间为 30s 时,晶体温度基本恢复到初始状态。图 4 为冷却 30s 时的 3 种应力分布图,最大应力很小,为 0.378MPa,可以进行下一时段的抽运。

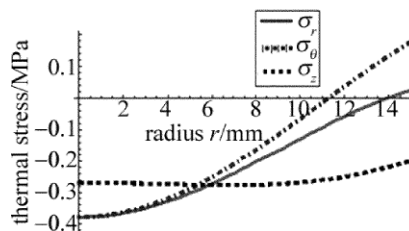


Fig. 4 End surface of thermal stress distribution of cooling stage

5 Nd:YAG 热容晶体热形变的计算

根据 Hooke 定律和 z 方向总的形变率为^[12]:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)] + \alpha \Delta T \quad (18)$$

当激光晶体内部温度达到稳定后,晶体内部取 z 方向一个 dz 微元:

$$dl_z = \int_0^L dz = \int_0^L \varepsilon_z dz =$$

$$\int_0^L \left[\frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_r)] + \alpha \Delta T \right] dz \quad (19)$$

将求得抽运和冷却阶段的应力 σ_r , σ_θ 和 σ_z 代入到(18)式和(19)式中,得到 z 方向的热形变分布。如图 5 所示。

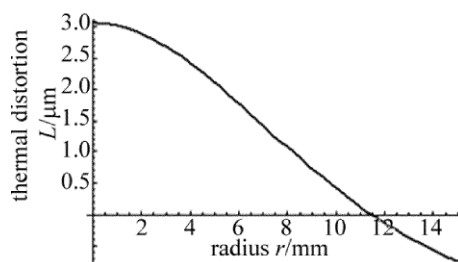


Fig. 5 Thermal distortion field of along the r axis

从图 5 中可以看出,最大形变出现在抽运光中心,其最大形变量为 $3.05\mu\text{m}$;伴随 r 增大,形变量逐渐减小。

图 6 为端面形变 3 维分布图,更能直观展现圆棒端面形变的状态,中心较为凸出。更好地揭示了由形变而导致的热透镜效应,这两方面因素都会影响激光器的光光转换效率和光束输出质量。

将本文中的计算公式代入与参考文献[13]比较,所得最大形变数值吻合较好,数据相差很小,证明本文中的方法可行,所得结论正确。

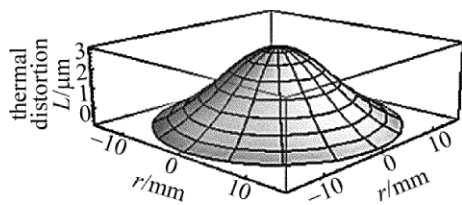


Fig. 6 3-D distribution of thermal distortion field of the end surface

6 结束语

分析了棒状激光 Nd:YAG 晶体在 LD 单端抽运下的工作情况,建立了符合实际情况的热模型。利用半解析热分析理论结合热弹性理论,得出了热容激光器抽运阶段和冷却阶段时圆棒晶体内部的温度场、热应力场和端面形变量的半解析表达式。分析了影响晶体内部热应力的因素。根据应力是否达到极限断裂的阈值,分析了对抽运时间的控制。所得理论结果解决了以前计算热形变时引入较大误差的近似,模拟计算更加准确科学,可以为 LD 抽运热容激光器性能的稳定设计提供理论依据。

参考文献

- [1] SHI P, BAI B, ZHANG L L, *et al.* Semianalytical thermal analysis of the heat capacity of YAG laser rods [J]. *Applied Optics* 2009, 48(35): 6701-6707.
- [2] ZHANG L L, SHI P, LI L. Semianalytical thermal analysis of rectangle Nd:GdVO₄ in heat capacity laser [J]. *Applied Physics* 2010, B101(1/2): 137-142.
- [3] SHI P, CHEN W, LI L, *et al.* Semianalytical thermal analysis on a Nd:YVO₄ crystal [J]. *Applied Optics* 2007, 46(19): 4046-4051.
- [4] CHEN W, SHI P, HUA Zh W, *et al.* Semianalytical analysis of thermal effect in LD double-side-pumped rectangular laser crystal [J]. *Optics Communications*, 2009, 282(8): 3751-3756.
- [5] MI G J, TANG X J, YANG W, *et al.* The transient temperature and thermal stress distribution of gain medium in solid-state heat capacity disk laser [J]. *Laser & Infrared* 2006, 36(1): 39-41 (in Chinese).
- [6] HU H, CAI Zh, JIANG J F, *et al.* Numerical simulation of thermodynamics in cooling for heat capacity laser [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2007, 34(11): 1507-1511 (in Chinese).
- [7] YANG H M, FENG G Y, LI W, *et al.* Calculation of 3-D thermal stress distribution of diode-end-pumped composite Nd:YAG rod [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2008, 37(3): 467-470 (in Chinese).
- [8] LI L, GAN A S, QI B, *et al.* Thermal effect of LD end-pumped Nd:YAG crystal with variable thermal conductivity [J]. *Laser Technology*, 2012, 36(5): 612-616 (in Chinese).
- [9] LIU X J, LI L, DU Ch L, *et al.* Temperature field of nonlinear crystal eccentric-radiated by intra-cavity multi-mode beam [J]. *Laser Technology*, 2012, 36(1): 59-63 (in Chinese).
- [10] ZHU N Y Y. *Thermal stress* [M]. Beijing: Science Press, 1977: 98-120 (in Chinese).
- [11] HOU L Q, ZU J F, DONG Y, *et al.* Comparison of laser characteristics of neodymium doped glass, YAG and GGG operating in heat capacity mode [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2006, 18(6): 881-885 (in Chinese).
- [12] LI Zh G. Study on the heat transfer and the thermal stress in high-power solid-state lasers [D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2008: 1-88 (in Chinese).
- [13] SHI P, LI L, GAN A Sh, *et al.* Research on thermal distortion of Nd:GdVO₄ crystal with laser diode end-pumped circular section [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2006, 33(10): 1324-1328 (in Chinese).