

文章编号: 1001-3806(2013)01-0077-05

基于经纬仪和测距仪的空间坐标测量

陈海平 赵 斌*

(华中科技大学 机械科学与工程学院 仪器科学与技术系 武汉 430074)

摘要: 为了解决全站仪、激光跟踪仪等设备进行空间坐标测量时设备昂贵、存在测量盲点等问题,提出一种基于电子经纬仪和激光测距仪的空间坐标测量方式。用激光测距仪测得激光束所在直线上的几个点到激光测距仪的距离,同时用经纬仪观察这些点,得到各个点对应的水平角和天顶角;数据处理时,首先通过最小二乘法得到经纬仪原点和各个目标点所构成的多根射线所决定的公共平面,然后将这些射线投影到这个公共平面内,得到对应的投影射线;通过这些共面的投影射线和已知的各个目标点之间的距离用最小二乘法得到这些目标点的坐标解,然后拟合得到一条直线,即激光测距仪的光束所在的空间直线解。工作时,通过测距仪测得待测点到测距仪之间的距离,由这根空间直线的表达式方程,即可得到待测点在经纬仪坐标系中的坐标。结果表明,该测量方式可以在一定条件下实现全站仪、激光跟踪仪难以实现的多点动态非接触空间坐标测量。

关键词: 测量与计量;空间坐标测量;非接触测量;电子经纬仪;激光测距仪

中图分类号: TH761 **文献标识码:** A **doi:** 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2013.01.019

Space coordinate measurement based on theodolites and rangefinders

CHEN Hai-ping, ZHAO Bin

(Department of Instruments Science and Technology, School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to overcome shortcomings, such as blind spots and high expense, in space coordinate measurement with a total station and laser tracker, a space coordinate measurement method was put forward based on theodolites and rangefinders. The distance of a few target dots along the laser beam were measured with a laser rangefinder, at the same time these target dots were observed with a theodolite so that the horizontal angle and zenith angle of each target point were obtained. In the following data processing, the public plane, determined by the rays consisting of each target point and the origin of the theodolite, was calculated with the least square method, then these rays were projected to the public plane to obtain the corresponding projection rays, and the coordinates of each target dot were calculated based on these projection rays and the distances between target dots. Finally, the expression of the space line indicating the laser beam was fitted. Known the equation of the space line, the coordinates of to-be-tested dots in the theodolite coordinate system can be calculated if only measuring the distance between the dot and laser rangefinder. This measurement gives access to multi-point dynamic non-contact space coordinate measurement, which is difficult for a total station and laser tracker to achieve.

Key words: measurement and metrology; space coordinates measurement; non-contact measurement; electronic theodolite; laser rangefinder

引 言

随着制造技术的发展,现代制造技术对非接触实时测量极大或极小尺寸^[1]的测量要求越来越高。基于全站仪或者激光跟踪仪的空间坐标测量系统是目在大尺寸空间坐标测量领域应用最广的系统^[1-5]。这两种仪器虽然拥有测量精度高、测量方便等特点,但也

都存在设备价格昂贵、测量过程中存在一定的测量盲点^[6]、无法使用单台仪器对大运动部件的不同部位的运动进行跟踪以得到它们的相互运动关系、激光跟踪仪由于需要安装反射镜而难以实现非接触测量等问题。基于多台经纬仪组成的非接触大尺寸柔性三坐标测量系统也被应用于航空、航天、汽车、机械等行业^[7-9],但是这种测量方式存在测量步骤复杂、难以实现实时运动目标测量、标定方法复杂等缺点。针对这些问题,本文中提出一种基于电子经纬仪和激光测距仪的测量方式,可以实现全站仪、激光跟踪仪难以实现的多点动态非接触空间坐标测量。

作者简介: 陈海平(1988-),男,硕士研究生,主要研究方向为激光在测量领域的应用。

* 通讯联系人。E-mail: zhaobin63@sohu.com

收稿日期: 2012-04-16; 收到修改稿日期: 2012-06-16

1 测量原理

如图1所示,激光测距仪直接照射在被测物体上,电子经纬仪置于激光线的侧面,用一个屏,先后置于激光线上的不同位置,得到3个目标点。已知3个目标点:点1、点2和点3到测距仪的距离 l_{01} 、 l_{02} 、 l_{03} 以及用经纬仪去观察这3个点得到的水平角(经纬仪光轴与其 x 轴的夹角) H_1 、 H_2 、 H_3 和天顶角(经纬仪光轴与其 z 轴的夹角) V_1 、 V_2 、 V_3 。并假设满足 $L_1 < L_2 < L_3$ (L_1 为目标点1到经纬仪原点的距离, L_2 和 L_3 同理)。分析如何求解这3个点在经纬仪坐标系下的空间坐标以及它们所在的直线方程。已知3条射线的水平角和天顶角,就可以计算其单位矢量分别为: $(a_1, b_1, c_1) = (\sin V_1 \cos H_1, \sin V_1 \sin H_1, \cos V_1)$, $(a_2, b_2, c_2) = (\sin V_2 \cos H_2, \sin V_2 \sin H_2, \cos V_2)$, $(a_3, b_3, c_3) = (\sin V_3 \cos H_3, \sin V_3 \sin H_3, \cos V_3)$ 。

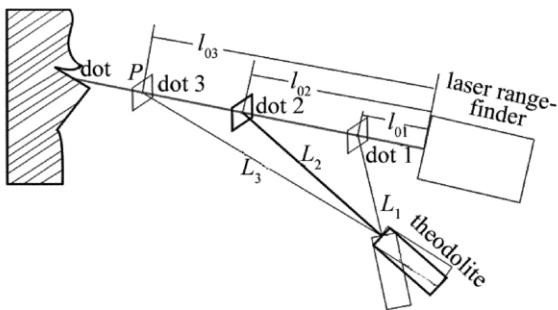


Fig. 1 Model diagram of observing three points along the same line with a theodolite

测量得到这3个目标点之间的距离分别为: $l_{12} = l_{02} - l_{01}$, $l_{13} = l_{03} - l_{01}$, $l_{23} = l_{03} - l_{02}$ 。

同时这3个点之间的距离可以用两点间距离公式表示为:

$$\begin{cases} l_{12}^2 = (L_1 a_1 - L_2 a_2)^2 + (L_1 b_1 - L_2 b_2)^2 + (L_1 c_1 - L_2 c_2)^2 \\ l_{13}^2 = (L_1 a_1 - L_3 a_3)^2 + (L_1 b_1 - L_3 b_3)^2 + (L_1 c_1 - L_3 c_3)^2 \\ l_{23}^2 = (L_2 a_2 - L_3 a_3)^2 + (L_2 b_2 - L_3 b_3)^2 + (L_2 c_2 - L_3 c_3)^2 \end{cases} \quad (1)$$

计算(1)式得到:

$$\begin{aligned} l_{12}^2 &= L_1^2 a_1^2 + L_2^2 a_2^2 - 2L_1 L_2 a_1 a_2 + \\ &L_1^2 b_1^2 + L_2^2 b_2^2 - 2L_1 L_2 b_1 b_2 + \\ &L_1^2 c_1^2 + L_2^2 c_2^2 - 2L_1 L_2 c_1 c_2 \end{aligned} \quad (2)$$

化简得到:

$$l_{12}^2 = L_1^2 + L_2^2 - 2L_1 L_2 (a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2) \quad (3)$$

令 $A = a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2$, (3)式简化为: $l_{12}^2 - L_1^2 + (L_1 A)^2 = (L_2 - L_1 A)^2$ 。

计算得到:

$$L_2 = \pm \sqrt{l_{12}^2 - L_1^2 + (L_1 A)^2} + L_1 A \quad (4)$$

由于已知 $L_1 < L_2$, 计算 A 可以得到 $A \leq 1$, 因此得到:

$$L_2 = \sqrt{l_{12}^2 - L_1^2 + (L_1 A)^2} + L_1 A \quad (5)$$

同理得到:

$$L_3 = \sqrt{l_{13}^2 - L_1^2 + (L_1 B)^2} + L_1 B \quad (6)$$

式中 $B = a_1 a_3 + b_1 b_3 + c_1 c_3$ 。

可以将(5)式、(6)式代入(1)式中求解得到 l_{23} , 与测量得到的 l_{23} 之间会由于测量误差而存在一定的差值。因此可以通过: $e = (L_2 a_2 - L_3 a_3)^2 + (L_2 b_2 - L_3 b_3)^2 + (L_2 c_2 - L_3 c_3)^2 - l_{23}^2$, 取最小值得到 L_1 的值, 并由(5)式、(6)式分别计算出 L_2 、 L_3 的值, 从而确定了3个目标点的空间坐标, 最后拟合得到3个点所在的直线。

2 测量过程

以上是测距和测角无误差时的理想几何解, 但由于在实际测量的过程中, 测距和每一个点的观察角都是存在一定误差的, 因此, 这种方式解得的结果会存在较大的误差。实际测量中, 需要用更多的目标点, 通过更多的数据处理, 得到一个最小二乘解。此方式示意图如图2所示。

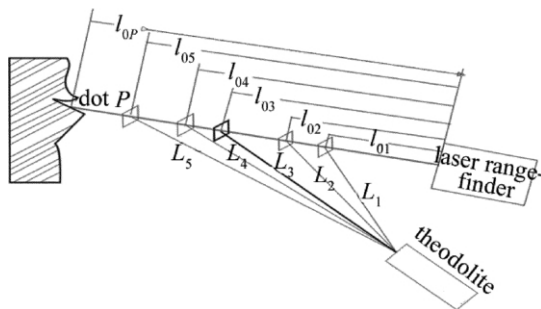


Fig. 2 Combination measured manner based on laser range finder and theodolite

在激光测距仪射出的光线上依次放入5个(3个以上)屏, 由激光测距仪和经纬仪可以依次得到5个目标点及待测点 P 到激光测距仪的距离和在经纬仪所在坐标系中的水平角和天顶角。然后根据5条射线的单位向量, 用最小二乘法求解一个跟5个向量都垂直的单位向量 (a_i, b_i, c_i) 。

$$f_i = \sum_{i=1}^5 (a_i a_i + b_i b_i + c_i c_i)^2 \quad (7)$$

通过求解(7)式的最小值计算得到单位向量 (a_i, b_i, c_i) , 它就是这5条射线所拟合的公共平面的单位法向量。然后求解5条射线在该公共平面上的投影射线的单位向量 (aa_i, bb_i, cc_i) 。求解公式如下:

$$(aa_i, bb_i, cc_i) =$$

$$\begin{aligned} &(a_i, b_i, c_i) - (a_i a_i + b_i b_i + c_i c_i) (a_i, b_i, c_i) \\ &(a_i, b_i, c_i) - (a_i a_i + b_i b_i + c_i c_i) (a_i, b_i, c_i) \end{aligned} \quad (8)$$

将求解到的投影射线的单位向量代入类似于 (5) 式的式子, 将 L_2', L_3', L_4', L_5' 用 L_1' (L_1' 为 L_1 在公共平面上的投影长度, 其它同理) 表示, 然后再求解:

$f_2 = (L_2' - l_{23})^2 + (L_3' - l_{34})^2 + (L_4' - l_{45})^2$ (9)
 式中 L_2', L_3' 和 L_4' 可以用 (1) 式表示成 L_1' 的函数, $L_2' = l_{03} - l_{02}$, $L_3' = l_{04} - l_{03}$, $L_4' = l_{05} - l_{04}$ 。由 (9) 式取最小值即可得到 L_1' , 然后计算得到 L_2', L_3', L_4' 和 L_5' 。再根据投影射线的单位向量, 得到 5 个点的坐标。再由这 5 个点的坐标, 拟合得到激光测距仪射出的激光光束所在的空间直线。

在实际测量待测点 P 时, 可以根据待测点 P 到激光测距仪的距离和这根空间直线的表达式对其空间坐标进行计算。

3 实验

实验中用激光测距仪测得每一点到测距仪的距离, 同时用经纬仪多次观测每一点, 取平均值得到其水平角和天顶角。其实验数据如表 1 和表 2 所示。

Table 1 Distance between dots and range finder/mm

l_{01}	l_{02}	l_{03}	l_{04}	l_{05}	l_{0P}
500	800	1100	1400	1700	3951

Table 2 Horizontal angle and zenith angle of each dot

	horizontal angle	zenith angle
dot 1	129°55'10"	93°47'23"
dot 2	124°49'41"	93°24'51"
dot 3	120°36'03"	93°04'52"
dot 4	117°02'55"	92°47'17"
dot 5	114°03'27"	92°31'52"
dot P	101°27'02"	91°23'28"

根据天顶角和水平角可以得到各条射线的单位向量, 结果如表 3 所示。

Table 3 Unit vector of each ray

	a	b	c
dot 1	-0.640307	0.765270	-0.0660949
dot 2	-0.570102	0.819413	-0.0595532
dot 3	-0.508318	0.859490	-0.0537496
dot 4	-0.454208	0.889567	-0.0486415
dot 5	-0.407255	0.912246	-0.0441619

根据这些单位向量, 可以用最小二乘法得到与这些射线都垂直的单位向量, 即为这些射线所在的公共平面的单位法向量, 结果如表 4 所示。

Table 4 Unit vector of public plane

a_1	b_1	c_1
-0.09679	0.004991	0.9953

由于 5 根射线都始于原点, 因此原点一定在该平面内, 该平面已经确定, 故平面的表达式为:

$$-0.09679X - 0.004991Y + 0.9953Z = 0 \quad (10)$$

然后将最初观察到的 5 根射线投影到该平面上, 得到 5 根投影射线, 投影射线的单位向量如表 5 所示。

Table 5 Unit vector of each projection ray

	a	b	c
dot 1	-0.640306	0.765270	-0.0661055
dot 2	-0.570123	0.819413	-0.0595499
dot 3	-0.508319	0.859490	-0.0537426
dot 4	-0.454209	0.889567	-0.0486313
dot 5	-0.407254	0.912246	-0.0441788

根据 (5) 式, 得到投影线段 L_1' 与其它各投影线段的关系, 向量分量的值用 (8) 式求解之后的值, 通过求解 $f_2 = (L_2' - l_{23})^2 + (L_3' - l_{34})^2 + (L_4' - l_{45})^2$ 取最小值, 得到 $L_1' = 2237.19\text{mm}$ 。 f_2 与 L_1' 的关系如图 3 所示。然后通过计算 L_2', L_3', L_4' 和 L_5' 得到每个目标点的坐标, 如表 6 所示。

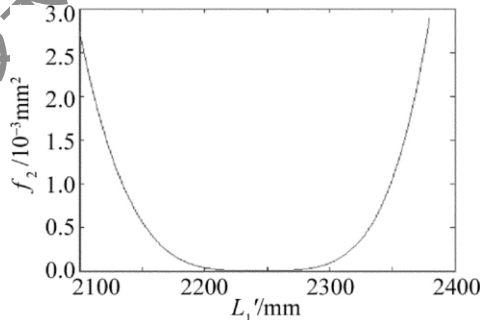


Fig. 3 Relations of f_2 and L_1'

Table 6 Coordinate of each dot

	X/mm	Y/mm	Z/mm
dot 1	-1432.48	1712.05	-147.87
dot 2	-1398.37	2009.90	-146.08
dot 3	-1364.70	2307.50	-144.30
dot 4	-1330.37	2605.52	-142.47
dot 5	-1296.39	2903.89	-140.58

根据表 6 中给出的点的坐标, 可以通过线性拟合^[10]得到它们所在的直线方程为:

$$\frac{X + 1364.46}{0.1134546} = \frac{Y - 2307.77}{0.9935247} = \frac{Z + 144.26}{0.00606428} \quad (11)$$

根据直线方程和各目标点的坐标, 将这些点投影到这根直线, 所得到对应的 5 个点的坐标见表 7。

根据 (11) 式、表 1 和表 7, 可以得到距离与坐标之间的公式为:

$$\begin{cases} X = 0.1134546(l_{0i} - 1100.00) - 1364.46 \\ Y = 0.9935247(l_{0i} - 1100.00) + 2307.77 \\ Z = 0.00606428(l_{0i} - 1100.00) - 144.26 \end{cases} \quad (12)$$

Table 7 Coordinate of each projection dot

	X/mm	Y/mm	Z/mm
dot 1	-1432.49	1712.06	-147.89
dot 2	-1398.47	2009.91	-146.08
dot 3	-1364.49	2307.47	-144.26
dot 4	-1330.46	2605.53	-142.44
dot 5	-1296.39	2903.89	-141.06

将测量得到的 l_{0i} 代入(12)式,得到每个点的坐标如表8所示。其与表6中各点的误差如表9所示。

Table 8 Coordinate of each dot calculate through line equation

	X/mm	Y/mm	Z/mm
dot 1	-1432.54	1711.66	-147.89
dot 2	-1398.50	2009.71	-146.77
dot 3	-1364.46	2307.77	-144.26
dot 4	-1330.43	2605.83	-142.39
dot 5	-1296.39	2903.88	-140.62
dot P	-983.98	5140.31	-126.97

Table 9 Error of each dot between Table 8 and Table 6 $\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$ /mm

1	2	3	4	5
0.400	0.727	0.363	0.326	0.041

由此分析可以得到,各个点通过直线和激光测距仪得到距离并进行计算得到的坐标,和通过观察角度得到距离并求解得到的坐标,误差小于1mm。

根据直线上投影点的坐标,求解每个点的水平角 H 和天顶角 V 及其与最初观察到的水平角和天顶角之间的误差,如表10和表11所示。

Table 10 Horizontal angle and zenith angle of result dots

	horizontal angle	zenith angle
dot 1	129°55'37"	93°47'27"
dot 2	124°49'58"	93°24'52"
dot 3	120°35'37"	93°04'48"
dot 4	117°02'49"	92°47'14"
dot 5	114°03'27"	92°31'55"
dot P	101°26'55"	91°23'13"

Table 11 Each dot's error of angle $\sqrt{dH^2 + dV^2}$

1	2	3	4	5	P
27"	17"	26"	7"	3"	17"

由此可以分析,用表8中的每个点的坐标计算所得到的水平角和天顶角与直接观察得到的水平角和天顶角之间的误差小于30"。

4 分析

该测量方式可以演变得到两种测量方式。1种方式是在确定3个以上的目标点所在的直线之后,用这根直线和待测点到激光测距仪的距离计算得到待测点的坐标,从而可以在线测量待测件的一些几何参量。

由于待测点的坐标是通过拟合出来的直线计算得到的,待测点不参与计算,因此,这种测量方式的误差可以综合上述的角度误差和坐标误差,得到误差表达式为 $\sqrt{(L\sin 30'')^2 + 1^2}$ 。待测点 P 距离经纬仪原点的距离约为6m,可以计算得到其测量误差为 $\sqrt{(6000\sin 30'')^2 + 1^2} \approx 1.33\text{mm}$ 。这种测量方式的实时性受限于激光测距仪的测量速度,在对速度要求不高、且需要大尺寸空间坐标测量时,可以使用相位激光测距仪。需要更高的速度时,则需要使用激光三角法测距仪,但此时的测量范围会因为激光三角法测距的测量范围比较小而受到限制。而且这种方式可以使用多台激光测距仪,先对每根激光光束所在的直线进行标定,然后对同一个大的运动目标的不同运动部位进行实时的测量,以实现对其相互运动位置关系的实时测量。如图4所示。

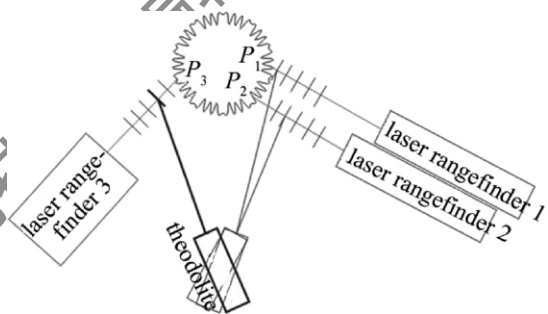


Fig. 4 Combination measured manner based on multiple laser rangefinder and theodolite

另一种方式是将待测工件固定不动,通过改变激光测距仪和屏的位置,对待测工件表面进行逐点测量,得到一系列的点,从而计算或者拟合待测件几何参量。由于此时待测点的参量可以代入拟合公式内,因此此时的测量精度可以根据上述坐标误差来分析,待测点的3维坐标的误差约为1mm。在经纬仪无法观测到待测点的时候,依然可以通过不观测目标点,仅用直线的方程和待测点到激光测距仪的距离求解待测点的坐标,此时误差分析类似于第1种方式。

5 小结

由上述分析可以得到,在精度要求不高、而又需要进行空间坐标测量的时候,可以通过这种测量方式代替全站仪、激光跟踪仪等昂贵的设备进行非接触大尺寸三坐标测量。而且由于经纬仪可以只通过观察到屏上的光点,而不是待测件表面上的光点,因此在出现盲点时,可以通过改变激光测距仪的位姿,直到可以观察到盲点,然后重新确定激光测距仪射出激光所在的直线,测得待测点的坐标,而不需要移动经纬仪。这种组合测量方式还可以实现全站仪、激光跟踪仪等设备难

以实现的多点动态非接触空间坐标测量。

参 考 文 献

- [1] GUI P, QIN G Q. Large size coordinate measuring method and system [J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2007, 27(8): 15-19 (in Chinese).
- [2] ZHANG C F, ZHANG J, TANG W Y, *et al.* Application of laser tracker on geometric parameters measurement of large dimensional workpieces [J]. Tool Engineering 2002, 36(5): 26-28 (in Chinese).
- [3] NAKAMURA O, GOTO M. Development of a coordinate measuring system with tracking laser interferometers [J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 1991, 40(1): 523-526.
- [4] YU C L. Measurement method based on total station in 3-D measurement system [J]. Optical Instruments, 2010, 32(2): 1-4 (in Chinese).
- [5] WANG J D, GUO J J, DENG Y F, *et al.* Geometric precision detection for numerical control machine tool based on laser tracker [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2011, 45(3): 85-90 (in Chinese).
- [6] METRONOR A S. Light pen measuring instrument from metronor—set up new standard of large size coordinate measuring system [J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2009(3): 97-98 (in Chinese).
- [7] HUANG G P, YE S H, LI G Y, *et al.* The odolite non-contact dimensional coordinate measuring system development and its application in the spacecraft detected [J]. Shanghai Measurement and Testing, 2002, 29(3): 9-12 (in Chinese).
- [8] ZHENG D, YIN X Z, FENG L, *et al.* Establishment of control reference frame and precision analysis on the measurement of figure cadastration [J]. Journal of Shandong University of Architecture and Engineering, 2004, 19(3): 61-64 (in Chinese).
- [9] ZHOU F Q, ZHANG G J, JIANG J. Site pairs theodolite 3-D coordinate measuring system [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2004, 1(1): 85-90 (in Chinese).
- [10] DU M F. Space fitting a straight line [J]. Journal of Beijing Institute of Graphic Communication, 1996, 4(2): 27-31 (in Chinese).

版权所有 © 《激光技术》编辑部