

文章编号: 1001-3806(2013)01-0059-04

## 纵向磁场对激光陀螺非互易效应的影响

刘小虎 黄云\* 汪之国

(国防科学技术大学 光电科学与工程学院,长沙 410073)

**摘要:** 为了分析激光陀螺中纵向磁场导致的非互易效应,采用轻微非共面环形谐振腔的 Jones 矩阵,通过数值计算分析了顺逆时针本征模的椭圆度和方位角随磁场的变化关系,以及存在微小非共面角的情况下,频率分裂随磁场强度和腔失谐的变化。结果表明,在纵向磁场作用下,增益会影响顺逆时针本征模的椭圆度和方位角;增益越大磁敏感性越大,且腔失谐对磁敏感性也有一定的影响。这些发现对减小激光陀螺的磁敏感性有一定参考意义。

**关键词:** 激光技术;磁灵敏度;椭圆度;方位角

中图分类号: TN249

文献标识码: A

doi: 10.7510/jgjs.issn.1001-3806.2013.01.015

## Influence of longitudinal magnetic field on nonreciprocal effect in a ring laser

LIU Xiao-hu, HUANG Yun, WANG Zhi-guo

(College of Opto-Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** In order to analyze the nonreciprocal effect induced by longitudinal magnetic field in a ring laser, a mathematic model for the opposite waves in the ring laser was made based on Jones matrix. The ellipticity, azimuth and frequency difference of the opposite waves in case of slightly noncoplanar resonator were calculated. It is found that: the gain of the active medium subjected to a longitudinal magnetic field can influence the ellipticity and azimuth of the opposite waves; the magnetic sensitivity increases with the gain of the active medium and it is influenced by the detuning of the ring laser. The results obtained are helpful to reduce the magnetic sensitivity in a ring laser.

**Key words:** laser technique; magnetic sensitivity; ellipticity; azimuth

### 引 言

基于 SAGNAC 效应的激光陀螺是捷联惯导系统的理想元件<sup>[1]</sup>。在应用中,外界磁场因为与增益介质的相互作用而引起非互易性,导致激光陀螺的零偏随磁场而变,称为磁敏感性<sup>[2]</sup>。采用导磁材料如坡莫合金做成磁屏蔽盒,可减小外界磁场的影响,但总有一定的限度,而且不可避免地增大了系统的体积、重量和成本。因此,仍有必要从理论上分析磁场对激光陀螺非互易效应的影响,从而进一步减小其磁敏感性。现有研究中多将纵向磁场作用下的增益介质等效为一个法拉第旋光器<sup>[2-3]</sup>,对增益介质的描述不够准确,例如无法分析磁敏感性随腔失谐的变化,也无法给出增益大小对磁敏感性的影响。作者从激光的基本原理出发,推导了纵向磁场作用下气

体增益介质的琼斯矩阵,从而更准确地分析磁敏感性随增益介质参量的变化规律。

### 1 分析方法

为便于分析磁场的影响,将环形激光谐振腔简化,简化后的环形激光谐振腔结构图如图 1 所示,其中  $H_a$  为作用在激光器增益介质上的磁场。

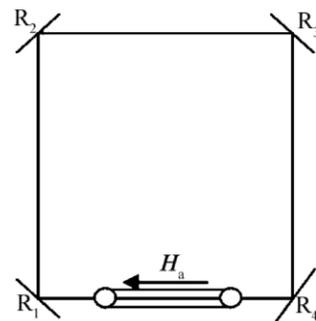


Fig. 1 Structure of square ring cavity

作者简介: 刘小虎(1987-),男,硕士研究生,主要从事光电检测技术的研究工作。

\* 通讯联系人。E-mail: Hyun101@sina.com

收稿日期: 2012-05-10; 收到修改稿日期: 2012-05-29

谐振腔中各种因素的作用影响都可以通过 2 维的 Jones 矩阵来描述,一个多层介质镜片可以用以下矩阵来描述<sup>[4]</sup>:

$$R_i = \begin{bmatrix} R_{s_i} e^{ig_i/2} & 0 \\ 0 & -R_{p_i} e^{-ig_i/2} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中  $R_{s_i}$  和  $R_{p_i}$  分别为各个镜片对  $s$  光和  $p$  光的反射率;  $g_i$  是各个镜片对  $s$  光和  $p$  光的差分相位延迟<sup>[4]</sup>。

谐振腔中存在空间轻微异面角的情况下,其中的光在传输过程中会产生互易的旋转效应,这种旋转效应可以通过旋转矩阵来描述<sup>[4]</sup>:

$$T(\pm \varepsilon) = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & \sin(\pm \varepsilon) \\ \sin(\mp \varepsilon) & \cos \varepsilon \end{bmatrix} \quad (2)$$

因为空间非共面角值很小,一般都小于  $20''$ 。可以将上述旋转矩阵简化为:

$$T(\pm \varepsilon) = \begin{bmatrix} 1 & \pm \varepsilon \\ \mp \varepsilon & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

受到磁场作用的增益介质的矩阵在圆偏振基矢下可以表示为:

$$G = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中  $k_1$   $k_2$  分别对应右旋和左旋偏振光的复增益。

$$k_{1,2} = \exp\left[-i \frac{4\pi^2 l \nu}{c} \mu_{1,2}\right] \approx 1 - i \frac{4\pi^2 l \nu}{c} \mu_{1,2} \quad (5)$$

式中  $l$  为活性介质的长度  $\nu$  为光波的频率  $c$  为光速。设  $\mu_{1,2} = \mu_{1,2}' - i\mu_{1,2}''$  在磁场作用下,磁化系数可以表示为如下形式<sup>[5]</sup>:

$$\mu_{1,2}'' = -\mu_0 \exp\left[-\left(\frac{\delta \mp \Omega}{0.6\Delta\nu_D}\right)^2\right] \approx -\mu_0 \left[1 - \left(\frac{\delta \mp \Omega}{0.6\Delta\nu_D}\right)^2\right] \quad (6)$$

$$\mu_{1,2}' = -0.56\mu_0 \sin \frac{\delta \mp \Omega}{0.3\Delta\nu_D} \approx -1.9\mu_0 \frac{\delta \mp \Omega}{\Delta\nu_D} \quad (7)$$

式中  $\Delta\nu_D$  是活性介质跃迁曲线的多普勒线宽  $\delta$  为失谐频率  $\Omega$  ( $\Omega = 1.8 \times 10^4 H_a$ , 其中磁场单位为 T,  $\Omega$  单位为 MHz) 为磁场作用导致的频移。

在混合同位素的谐振腔中,活性介质的电磁化系数可以表示为<sup>[5]</sup>:

$$\mu_{1,2}'' = -\left\{ \mu_{a1,2} \exp\left[-\left(\frac{\delta_a \mp \Omega}{0.6\Delta\nu_D}\right)^2\right] + \mu_{b1,2} \exp\left[-\left(\frac{\delta_b \mp \Omega}{0.6\Delta\nu_D}\right)^2\right] \right\} \quad (8)$$

$$\mu_{1,2}' = -0.56 \left( \mu_{a1,2} \sin \frac{\delta_a \mp \Omega}{0.3\Delta\nu_D} + \mu_{b1,2} \sin \frac{\delta_b \mp \Omega}{0.3\Delta\nu_D} \right) \quad (9)$$

式中  $\delta_a$  和  $\delta_b$  分别为单个同位素的失谐频率;  $\mu_{a1,2}$  和

$\mu_{b1,2}$  分别对应同位素各自增益曲线中心处的值。在笛卡尔坐标系下,增益介质的矩阵(4)式可以表示为:

$$G_{1,2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & \mp i(k_1 - k_2) \\ \pm i(k_1 - k_2) & k_1 + k_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} 1 & \pm D(1 + iB) \\ \mp D(1 + iB) & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中,

$$\begin{cases} A = 1 - 2\pi^2 \frac{l\nu}{c} [\mu_1'' + \mu_2'' + i(\mu_1' + \mu_2')] \\ D = 2\pi^2 \frac{l\nu}{c} (\mu_2' - \mu_1') \\ B = \frac{\mu_1'' - \mu_2''}{\mu_2' - \mu_1'} \end{cases} \quad (11)$$

将(6)式、(7)式代入(11)式,可以得到在单一同位素介质中:

$$D = 74 \frac{l\nu\mu_0}{c} \frac{\Omega}{\Delta\nu_D} \quad B = -3 \frac{\delta}{\Delta\nu_D} \quad (12)$$

在混合比例为 50% 的双同位素介质中:

$$D = 55 \frac{l\nu\mu_0}{c} \frac{\Omega}{\Delta\nu_D} \quad B = -2.1 \frac{\delta}{\Delta\nu_D} \quad (13)$$

式中  $\delta$  为相对于合成增益曲线中心的失谐频率。可以看出:  $D$  的值和磁场强度成比例而和失谐频率没有关系;  $B$  的值和磁场强度没有关系而和失谐频率的大小成比例;在混合比例为 50% 的双同位素介质中,它们的值只在数字上有稍微的减小。

根据分析的各个部分的矩阵,可以建立谐振腔中光束传输 1 周的 Jones 矩阵<sup>[2]</sup>:

$$\begin{cases} M_{CW} = T(\varepsilon) \times R_4 \times T(-\varepsilon) \times G_1 \times R_1 \times T(\varepsilon) \times R_2 \times T(-\varepsilon) \times R_3 \\ M_{CCW} = R_3 \times T(-\varepsilon) \times R_2 \times T(\varepsilon) \times R_1 \times G_2 \times T(-\varepsilon) \times R_4 \times T(\varepsilon) \end{cases} \quad (14)$$

式中  $M_{CW}$  和  $M_{CCW}$  分别表示顺时针和逆时针方向的 Jones 矩阵。假设各反射镜的 Jones 矩阵中  $R_{s_i} = R_s$ ,  $R_{p_i} = R_p$ ,  $g_i = g$ , 可以将各反射镜片的 Jones 矩阵表示为:

$$R = R_s e^{ig/2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -R_p e^{-ig} \end{bmatrix} \quad (15)$$

将光束在谐振腔中传输 1 周的 Jones 矩阵中各模块的公共因子提取出来,得到:

$$k = R_s^4 \cdot A \cdot e^{2ig} \quad (16)$$

因为光在谐振腔中传输 1 周要保证增益等于损耗,分析  $A$  中与增益相关的量,可以得到:

$$4\pi^2 \left( \mu_0 \frac{l\nu}{c} \right) \left[ 1 - \frac{\delta^2 + \Omega^2}{(0.6\Delta\nu_D)^2} \right] = K_0 \quad (17)$$

$$\mu_0 \frac{l\nu}{c} = \frac{K_0}{4\pi^2 \left[ 1 - \frac{\delta^2 + \Omega^2}{(0.6\Delta\nu_D)^2} \right]} \quad (18)$$

式中  $K_0$  为介质增益曲线中心处增益。分析光束传输 1 周的矩阵对应的特征值和特征向量:

$$ME = \lambda E \quad (19)$$

式中  $E$  和  $\lambda$  为矩阵  $M$  的特征向量和特征值。设:

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中  $E_1$  和  $E_2$  为电矢量的 2 个分量。因此 输出光的椭圆度可以表示为:

$$\gamma_{\text{ellipticity}} = 0.5 \arcsin \left[ \frac{2 \cdot \text{Im} \left( \frac{E_1}{E_2} \right)}{1 + \left| \frac{E_1}{E_2} \right|^2} \right] \quad (21)$$

输出光的方位角可以表示为:

$$\theta_{\text{azimuth}} = 0.5 \arctan \left[ \frac{2 \cdot \text{Re} \left( \frac{E_1}{E_2} \right)}{1 - \left| \frac{E_1}{E_2} \right|^2} \right] \quad (22)$$

## 2 数值分析

设各反射镜片的  $R_s = 0.999$ ,  $R_p = 0.997$ , 相位延迟  $g_i = 1^\circ$ 。激光器的中心发射波长  $\lambda = 0.63 \mu\text{m}$  ( $\Delta\nu_D = 1800 \text{MHz}$ ), 中心处增益  $K_0 = 0.15\%$ 。通过代入计算矩阵  $M_{\text{CCW}}$  和  $M_{\text{CW}}$  的特征值与特征向量, 并计算椭圆度和方位角, 得到如下结果。

(1) 当非共面角  $\omega = 1''$  时, 顺逆时针传输的光束的椭圆度随磁场变化关系如图 2 所示。

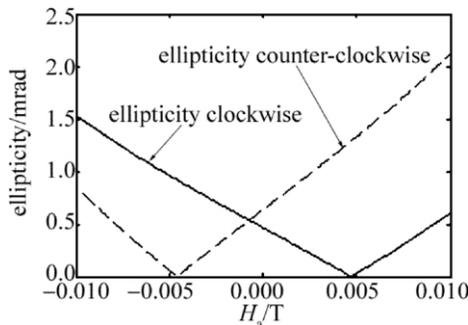


Fig. 2 Ellipticity variation with  $H_a$

图 2 中实线和虚线分别表示顺时针和逆时针传输的光束的椭圆度。可以看出, 因为有非共面角的因素的影响, 当磁场为 0 时, 光波的椭圆度不为 0, 而且一定的磁场值还可以抵消其它部分的影响, 使输出光的椭圆度为 0, 当磁场值小于这个值时, 椭圆度会随着磁

场的减小而增大, 当磁场值大于这个值时椭圆度会随着磁场值的增大而增大, 并且近似成线性比例关系。

(2) 当非共面角  $\omega = 1''$  时, 顺逆时针传输的光束的方位角随磁场变化的关系如图 3 所示。

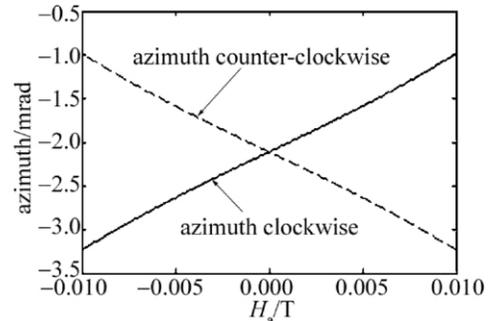


Fig. 3 Azimuth variation with  $H_a$

图 3 中实线表示顺时针传输光束的方位角, 虚线表示逆时针传输光束的方位角。可以看出, 当磁场为 0 时, 顺逆时针传输光的方位角相等, 随着磁场值的增大, 顺逆时针的光束的方位角相差很大, 顺时针传输光束的方位角随磁场的增大而增大, 逆时针传输光束的方位角随磁场的增大而减小, 而且都近似成线性比例关系。

(3) 当非共面角  $\omega = 1''$ , 且失谐频率为 10MHz 时, 顺逆时针光束的频率分裂随磁场的关系如图 4 所示。

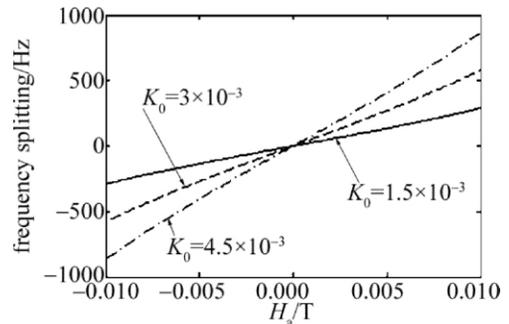


Fig. 4 Frequency split of opposite waves with  $H_a$

从图 4 可以看出, 当磁场为 0 的时候, 顺逆时针传输的光束的频率差为 0<sup>[6]</sup>。两光束的频率差随磁场变化的关系可以近似看作线性比例关系, 而且增益越大, 顺逆时针频率分裂随磁场的变化越明显, 即增益越大磁敏感性越大。

分析腔中其它参量改变时对频率分裂随磁场变化关系的影响, 改变各反射镜片参量的值以及空间非共面角的大小, 进行数值仿真, 发现反射镜片  $R_s$  和  $R_p$  值的微小变动对频率分裂随磁场变化的曲线基本没有影响, 而反射镜片对  $s$  光和  $p$  光的相位延迟  $g$  的改变会影响频率分裂值的大小, 但不影响其近似线性关系, 当  $g$  值增大时, 磁场所造成的频率分裂的值会减小。非共面角的改变对频率分裂数值也有很大影响, 当非共面角取到  $20''$  时, 磁场引起的最大频率分裂值可以达到上千

赫兹,此时频率分裂随磁场的变化关系曲线也如图4所示,较好的线性关系。可以得出,在各反射镜参量的微小变动,以及非共面角在允许的 $20''$ 的范围内的变动下,谐振腔中顺时针传输光波的频率分裂随磁场的变化

关系在数值上有较大变动,但都呈现较好的线性比例关系,而且增益越大,磁敏感性越大。

当磁场取不同值时,顺时针光束的频率分裂随失谐频率的关系如图5所示。

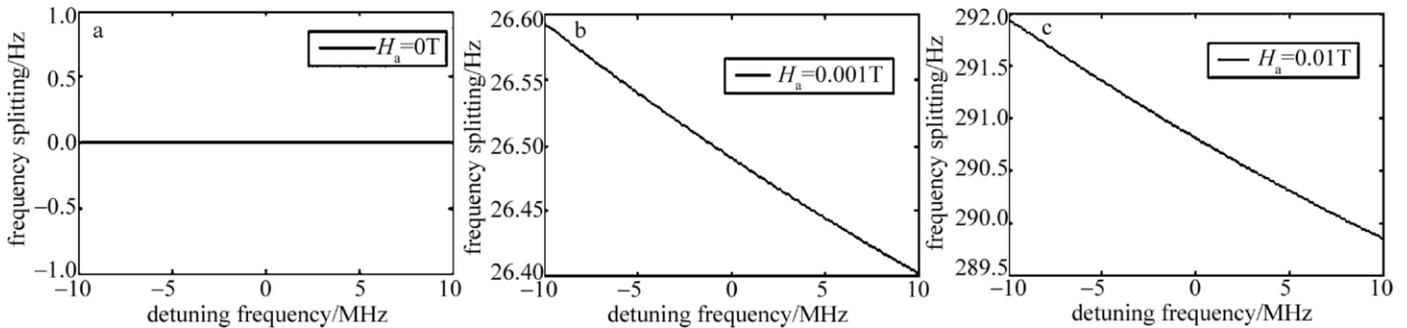


Fig. 5 Frequency split of the opposite waves with detuning

图5a、图5b和图5c是分别表示了磁场大小为0T、0.001T和0.01T时顺时针传输光束的频率分裂随失谐频率变化的关系。可以看出,当磁场为0时,频率分裂也为0,失谐频率不会引起顺时针传输光束的频率分裂。随着磁场的值的增大,失谐频率对顺时针传输光束的频率分裂的影响也越大,但在数值上最大只有几赫兹的改变,没有磁场变化对频率分裂的影响显著,并且这一影响可以近似看作线性关系。在磁场不为0的情况下,顺时针传输的光束的频率分裂随着失谐频率的增大而减小<sup>[7]</sup>。

### 3 结论

磁敏感性是激光陀螺一项较大的误差源<sup>[8]</sup>,采用Jones矩阵对环形激光谐振腔中的各个模块进行分析,建立模型,并通过数值计算,分析各因素对谐振腔中传输光的影响。结果表明,当有非共面角等因素的影响时,一定数值的磁场可以抵消其它因素影响,使顺时针或逆时针传输光的椭圆度为0。在磁场作用下,失谐频率随磁场变化近似成线性关系,增益介质的增益越大,频率分裂变化越大,即磁敏感性越大。失谐频率对顺时针传输光的频率分裂也有一定影响。随着磁场

值增大,失谐频率的影响也越明显。作者主要分析了在环形激光器的增益介质上加一纵向磁场时对其非互易效应的影响,为研究减小激光陀螺磁敏感性的方法提供了一定的理论依据。

### 参考文献

- [1] GAO B L, LI S T. Laser gyro [M]. Changsha: Press of National Defence Technology University of PLA, 1984: 48-58 (in Chinese).
- [2] MARTIN J. Non-planar gyros and magnetic biases [J]. Proceedings of SPIE, 1984, 487: 94-100.
- [3] PAXTON A H, LATHAM W P Jr. Ray matrix method for the analysis of optical resonators with image rotation [J]. SPIE, 1985, 554: 159.
- [4] YANG H D, YUAN J, WANG L T. Stress effect of output mirror in slightly noncoplanar resonators [J]. Journal of Applied Optics, 2011, 32(4): 641-645 (in Chinese).
- [5] ANDRONOVA I A, KUVATOVA E A. Influence of a longitudinal magnetic field on nonreciprocal effects in a ring laser [J]. Soviet Journal of Quantum Electronics, 1977, 7(6): 692-697.
- [6] JIANG Y N. Ring laser gyro [M]. Beijing: Press of Tsinghua University, 1995: 187-189 (in Chinese).
- [7] HAMMOUS W, OAKS T, MOORE R H. Method for planar beam path alignment of a square ring laser gyroscope: US 4861160 [P]. 1989-08-29.
- [8] CHEN L F, HAN Z H, CHEN Y, et al. Study on the magnetic sensitivity in a ring laser [J]. Acta Photonica Sinica, 2006, 35(7): 974-976 (in Chinese).