

文章编号: 1001-3806(2012)06-0788-05

## 激光冷却铬原子的3维仿真分析

李艳群 熊显名\* 张文涛

(桂林电子科技大学 电子工程学院 桂林 541004)

**摘要:** 为了研究铬原子在激光冷却场中的3维表现形式,分析和探讨了铬原子与激光冷却场的相互作用过程,并基于半经典理论的多普勒力和偏振梯度冷却力的3维特性,采用4阶龙格-库塔算法模拟铬原子的3维运动轨迹,同时得到了铬原子的3维落点分布状态,当铬原子束经过激光冷却场后,其发散角变小,速率降低。结果表明,铬原子3维仿真结果与2维情况下的铬原子分布相吻合,并且能提供更全面和丰富的冷却信息。

**关键词:** 激光光学; 3维仿真分析; 4阶龙格-库塔算法; 铬原子

**中图分类号:** O439 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2012.06.019

### 3-D analysis of laser-cooling Cr atoms

LI Yan-qun, XIONG Xian-ming, ZHANG Wen-tao

(Department of Electrical Engineering and Automation, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

**Abstract:** In order to study the 3-D features of Cr atoms in laser cooling field, the interaction process of Cr atom and laser cooling field was analyzed. Based on the semi-classical theory of Doppler and polarization gradient force, the fourth-order Runge-Kutta algorithm was adopted to simulate 3-D trajectory of Cr atoms, at the same time, three-dimension distribution of them was also obtained. After passing through laser cooling field, the divergence angle of Cr atomic beam becomes smaller, and the corresponding velocity also decreases. The results show that the three-dimension features of Cr atoms agree with the two-dimension cases, and can provide more comprehensive, richer cooling information.

**Key words:** laser optics; 3-D simulation analysis; fourth-order Runge-Kutta algorithm; Cr atom

### 引言

激光致冷是当代物理学的热门话题,十几年来成果不断涌现,前景激动人心。自1975年提出激光致冷的概念以来<sup>[1]</sup>,人们从不同的角度提出了各种激光致冷机制。早期的冷却机理是多普勒冷却,对于一个二能级的原子模型来说,多普勒冷却可使原子达到多普勒极限温度。然而,1986年以后的激光冷却实验结果使人们对多普勒冷却机制的温度极限产生了怀疑,美国国家标准和技术研究所以及贝尔实验室于1988年采用新技术得到了低于多普勒极限的温度<sup>[2]</sup>,从而提出了“偏振梯度”冷却机制。目前国内外相关研究小组已经就这两种冷却方法进行了理论和实验研究。国内方面:如2007年,MA等人对铬原子的激光多普勒

冷却进行了相应的理论和实验研究,以原子光刻理论为依据,建立了一套激光准直Cr原子实验装置,采用 $^7P_4 \rightarrow ^7S_3$ 跃迁,得到准直后的铬原子的发散角达到0.48mrad,相应的原子温度降低到 $265\mu\text{K}$ <sup>[3]</sup>;2010年,WANG等人实现了铯原子的激光冷却和囚禁实验,采用单重态 $^1S_0 \rightarrow ^1P_1$ 跃迁作为初级1维多普勒冷却,成功将大量铯原子速率从400m/s以上冷却到50m/s以下,相应温度为2mK~3mK,再经过2次激光冷却最终得到温度为 $18\mu\text{K}$ 的铯原子团<sup>[4]</sup>。国外方面:2004年,REHSE等人对镱原子束实行了1维 $l_m \perp l_m$ 型偏振梯度冷却,采用 $4p^2P_{3/2} \rightarrow 4d^2D_{5/2}$ 跃迁,得到准直后的原子束发散角为0.3rad,相应的横向速率为 $\pm 11\text{cm/s}$ ,大约为多普勒极限的一半<sup>[5]</sup>;2005年,SMEETS等人对Fe原子束的激光准直进行了研究,实验中采取了 $\pi^x\pi^x$ 和 $\pi^x\pi^y$ 两种偏振准直效应<sup>[6]</sup>。但这些研究成果的取得都是以2维形式表现出来的,作者在此基础上研究1维激光冷却场作用下铬原子的3维表现形式,采用多普勒和偏振梯度两种冷却方式,并通过4阶龙格-库塔算法<sup>[7]</sup>,分析铬原子在激光冷却场中的3维轨迹分布和3维原子落点分布。

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11064002; 11061011); 广西自然科学基金资助项目(2012GXNSFAA053229)

作者简介:李艳群(1986-),女,硕士研究生,主要从事纳米光栅计量标准方面的研究工作。

\* 通讯联系人。E-mail: xmxiong@guet.edu.cn

收稿日期:2012-01-07; 收到修改稿日期:2012-03-31

## 1 原理分析

### 1.1 多普勒原理

多普勒冷却机制是基于原子在光场中运动时所产生的多普勒效应基础之上的<sup>[8-9]</sup>。当处于弱的激光冷却场中的原子沿着光的传播方向具有某一运动速率时,原子会受到一个辐射压力的作用,若激光频率调谐至低于原子的共振频率时,由于多普勒频移的作用,原子将与激光束发生共振<sup>[10-11]</sup>。原子每吸收一个光子,就获得一个在光波传播方向上的动量,而原子每自发辐射一个光子,则获得一个在时间上和方向上都随机的反冲动量,经过  $N$  次这样的吸收和自发辐射,原子的总动量变化量为所吸收光子的动量。由于线性动量共振交换,原子就会受到与其运动方向相反的阻尼力的作用,从而减小原子的运动速率,达到冷却的效果。

### 1.2 偏振梯度原理

低于多普勒极限温度的冷却,基本上都是靠其它机制实现的。1988 年法国的研究小组和美国斯坦福大学的研究小组对极低温度的激光冷却现象提出了新的基于激光偏振梯度、光抽运效应和光感应能级位移的“偏振梯度”冷却机制<sup>[12-13]</sup>。

偏振梯度效应是指当两束偏振方向互相垂直的线偏振光波相对传播时,在两光波重叠的区域中,各处合成光场的偏振态将不同,每隔  $\lambda/8$  位置,光场将由线偏振态(L)变成圆偏振态( $\sigma^+$ 或 $\sigma^-$ ) $\lambda$ 代表光波的波长。光抽运效应是指由于 $\sigma^+$ 和 $\sigma^-$ 偏振光的选择激发,原子会在某个特定能级聚集。光感应位移是指在近共振的激光场作用下,不同偏振梯度位置上基态磁量子数( $m_g$ )不同的两个能级将产生不同的光感应位移。

综合上述 3 种效应,当原子具有一定速率时,会在空间运动,设  $z = \lambda/8$  处  $m_g = -1/2$  态的原子向正  $z$  方向运动,它的能级会逐渐升高,当它运动到  $z = 3\lambda/8$  处时  $\sigma^+$  光的光抽运作用使它迅速跃迁到  $m_g = 1/2$  态,回到势能最低处开始第 2 次“攀爬”,当它在  $z = 5\lambda/8$  处时,由于  $\sigma^-$  的光抽运作用又重新回到了  $m_g = -1/2$  态,此时它的动能更低了,如此反复地循环,原子的动能不断转化为原子的势能,使其运动速率不断减小,最终可使原子的速率进一步降低<sup>[2]</sup>,其过程如图 1 所示。

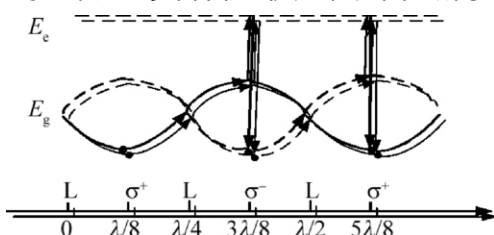


Fig. 1 Polarization gradient effect

## 2 铬原子在激光冷却场中的受力分析

当原子从原子炉喷射出来以后,先经过一个狭缝进行预准直,随后进入激光冷却场区域。在激光冷却场中,垂直于原子束方向有两束同频率、同强度、同偏振方向、沿相反方向传输的激光束。此时原子将受到多普勒力和偏振梯度力的作用。

### 2.1 多普勒力

在低激光强度条件下,原子所受到的多普勒力可以简单地表示为两相向传播激光束对原子作用力的和<sup>[14]</sup>,即:

$$\vec{F} = \vec{F}_+ + \vec{F}_- = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \cdot \frac{S_0}{1 + S_0 + 4 [(\delta - kv_x) / \Gamma]^2} - \frac{\hbar k \Gamma}{2} \cdot \frac{S_0}{1 + S_0 + 4 [(\delta + kv_x) / \Gamma]^2} \quad (1)$$

式中  $\hbar$  为普朗克常量的  $1/(2\pi)$ ,  $\vec{k}$  为波矢,  $k$  为激光的波数,  $v_x$  为原子在  $x$  方向的运动速率,  $\Gamma$  为原子跃迁的自然线宽,  $\delta$  为激光频率与原子工作共振频率的失谐量,  $S_0$  为饱和参量。图 2 中给出了在  $S_0 = 1$ ,  $\delta = -\Gamma$  条件下原子运动速率与所受多普勒力之间的 3 维关系。

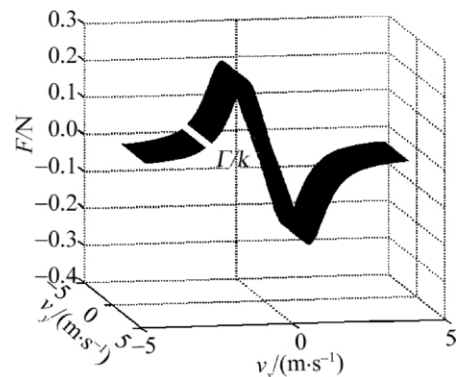


Fig. 2 Relationship between velocity and Doppler force

从图 2 可以得出,当  $v_x = \pm \Gamma/k$  时原子有最大多普勒力,对于铬原子的  $^7P_4 \rightarrow ^7S_3$  能级跃迁,相应的速率为  $\pm 2.13 \text{ m/s}$ 。由于该激光场对原子的多普勒力  $F$  在  $v_x < \Gamma/k$  范围内与原子速率大小成线性关系,故将  $v_c = \Gamma/k$  定义为激光多普勒力的横向捕获速率<sup>[5]</sup>。

### 2.2 偏振梯度力

在  $\delta \leq \Gamma$  条件下,作用在铬原子上的偏振梯度力表现为<sup>[3]</sup>:

$$F = \frac{-\alpha v}{1 + v_x^2 / [1 / (2k\tau_p)]^2} \quad (2)$$

式中,铬原子抽运速率  $1/\tau_p = \frac{2}{9\Gamma} S_0$ 。

从(2)式可以看出,当  $v = \pm 1 / (2k\tau_p)$  时,偏振梯

度力取得最大值,对于铬原子的 ${}^7P_4 \rightarrow {}^7S_3$ 能级跃迁,相应的速率为 $4.73 \times 10^{-17} \text{ m/s}$ 。因此,偏振梯度制冷的捕获速率为 $v_c' = 1/(2k\tau_p)$ 。当 $v \ll v_c'$ 时,力 $F$ 与速率 $v$ 成线性关系,其中阻尼系数 $\alpha = -3\hbar k^2 \delta / \Gamma$ 。

图3中给出了在激光饱和强度 $S_0 = 0.5$ ,  $\delta = -\Gamma$ 条件下铬原子运动速度与所受偏振梯度力之间的3维关系。

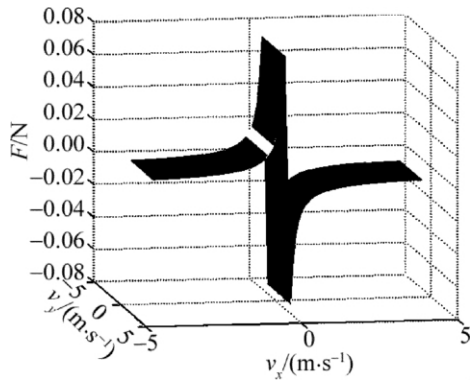


Fig. 3 Relationship between velocity and polarization gradient force

通过对比图2和图3可以看出,在多普勒制冷中,原子的速率冷却范围为 $v \sim \Gamma/k$ ,而在偏振梯度制冷中,原子的速率冷却范围为 $v \sim 1/(2k\tau_p)$ ,相对较小。因此,在大速率范围内,多普勒冷却有效,但当

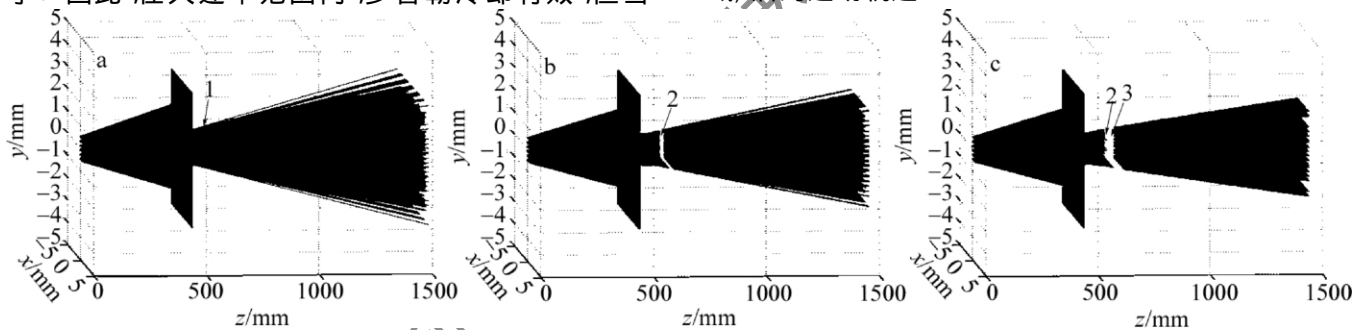


Fig. 4 Trajectory of Cr atoms

a—before cooling b—after Doppler cooling c—after polarization gradient cooling

通过对比图4a和图4b可以发现,经由多普勒冷却后原子束的宽度明显变窄,说明多普勒冷却力对原子束的准直起到了一定的效果。此时原子的速率减小,温度降低。为了使原子束的发散角达到更佳效果,在多普勒冷却的基础上又进行了偏振梯度冷却,由于偏振梯度冷却的捕获速率较小,因此只能在低速率范围内起作用。通过对比图4b和图4c可以发现,经由偏振梯度冷却之后,原子的发散角进一步减小,说明此时铬原子的温度也进一步降低。

多普勒冷却使原子运动速率降到一定范围内后,为了获得更低的温度,偏振梯度冷却开始起主导作用。

### 3 激光冷却场作用下铬原子3维仿真分析

为了了解铬原子在激光冷却场中的运动和分布情况,本文中使用MATLAB进行仿真分析<sup>[15]</sup>,并利用半经典模型和龙格-库塔(Runge-Kutta)算法对铬原子在激光冷却场中的运动轨迹进行了求解。龙格-库塔算法是用于模拟常微分方程解的重要的一类隐式或显式迭代法,而(4~5)阶的显示单步龙格-库塔算法求解微分方程组可以用ode45来实现<sup>[7]</sup>。

#### 3.1 激光场作用下铬原子的3维运动轨迹

铬原子在激光冷却场中的3维运动轨迹如图4所示。其中图4a为铬原子未经过激光冷却场的轨迹状态,挡板前是热原子从原子炉喷出时的状态,经过预准直孔后,只有一部分从狭缝中通过(1区域);图4b为铬原子经过多普勒冷却后的轨迹状态,热原子束经过预准直孔后进入激光冷却场区域(2区域);图4c为铬原子经由多普勒冷却和偏振梯度冷却(2区域和3区域)后的运动轨迹。

#### 3.2 激光场作用下铬原子的3维落点分布

对每一个铬原子在激光冷却场中运动 $t$ 时间后所处的末位置 $x(t)$ 进行统计分析后,本文中数值模拟了25520个铬原子的3维分布情况并得出了铬原子的最终落点2维表。表1描述的是铬原子未经过激光冷却的分布状态;表2描述的是铬原子经过多普勒冷却后的分布状态;表3描述的是铬原子经由多普勒冷却和偏振梯度冷却后的分布状态。

Table 1 Distribution of Cr atoms before cooling

$x/\text{mm}$ , $y/\text{mm}$	[-6.5, -5.5]	[-5.5, -4.5]	[-4.5, -3.5]	[-3.5, -2.5]	[-2.5, -1.5]	[-1.5, -0.5]	[-0.5, 0.5]	[0.5, 1.5]	[1.5, 2.5]	[2.5, 3.5]	[3.5, 4.5]	[4.5, 5.5]	[5.5, 6.5]	sum
[-3.5, -2.5]	9	27	45	60	60	60	60	60	60	60	45	27	9	582
[-2.5, -1.5]	42	126	210	280	280	280	280	280	280	280	210	126	42	2716
[-1.5, -0.5]	81	243	405	540	540	540	540	540	540	540	405	243	81	5238
[-0.5, 0.5]	126	378	630	840	840	840	840	840	840	840	630	378	126	8148
[0.5, 1.5]	81	243	405	540	540	540	540	540	540	540	405	243	81	5238
[1.5, 2.5]	42	126	210	280	280	280	280	280	280	280	210	126	42	2716
[2.5, 3.5]	9	27	45	60	60	60	60	60	60	60	45	27	9	582

Table 2 Distribution of Cr atoms after Doppler cooling

$x/mm$ , $y/mm$	[-6.5 -5.5]	[-5.5 -4.5]	[-4.5 -3.5]	[-3.5 -2.5]	[-2.5 -1.5]	[-1.5 -0.5]	[-0.5 0.5]	[0.5 1.5]	[1.5 2.5]	[2.5 3.5]	[3.5 4.5]	[4.5 5.5]	[5.5 6.5]	sum
[-3.5, -2.5]	3	15	15	24	48	114	144	114	48	24	15	15	3	582
[-2.5, -1.5]	14	70	70	112	224	532	672	532	224	112	70	70	14	2716
[-1.5, -0.5]	27	135	135	216	432	1026	1296	1026	432	216	135	135	27	5238
[-0.5, 0.5]	42	210	210	336	672	1596	2016	1596	672	336	210	210	42	8148
[0.5, 1.5]	27	135	135	216	432	1026	1296	1026	432	216	135	135	27	5238
[1.5, 2.5]	14	70	70	112	224	532	672	532	224	112	70	70	14	2716
[2.5, 3.5]	3	15	15	24	48	114	144	114	48	24	15	15	3	582

Table 3 Distribution after Doppler and polarization gradient cooling

$x/mm$ , $y/mm$	[-6.5 -5.5]	[-5.5 -4.5]	[-4.5 -3.5]	[-3.5 -2.5]	[-2.5 -1.5]	[-1.5 -0.5]	[-0.5 0.5]	[0.5 1.5]	[1.5 2.5]	[2.5 3.5]	[3.5 4.5]	[4.5 5.5]	[5.5 6.5]	sum
[-3.5, -2.5]	0	15	12	21	36	132	150	132	36	21	12	15	0	582
[-2.5, -1.5]	0	70	56	98	168	616	700	616	168	98	56	70	0	2716
[-1.5, -0.5]	0	135	108	189	324	1188	1350	1188	324	189	108	135	0	5238
[-0.5, 0.5]	0	210	168	294	504	1848	2100	1848	504	294	168	210	0	8148
[0.5, 1.5]	0	135	108	189	324	1188	1350	1188	324	189	108	135	0	5238
[1.5, 2.5]	0	70	56	98	168	616	700	616	168	98	56	70	0	2716
[2.5, 3.5]	0	15	12	21	36	132	150	132	36	21	12	15	0	582

表中,每一行代表在一个  $y$  平面上不同  $x$  位置累计落点个数,每一列代表在一个  $x$  平面上不同  $y$  区间累计落点个数。横向位置与原子的横向速率成正比,速率越大,横向位置的值越大;速率越小,横向位置的值越小。通过对比表格可以发现,从表 1 到表 3,原子在每一个  $y$  平面上的总数目保持不变,但是较远  $x$  位置的原子数目逐渐减小,而较近  $x$  位置的原子数目逐渐增多,这说明原子从边缘向中心逐步聚集,实现了有效地压缩。同时原子数目从边缘向中心增加的程度越来越大,这是因为当原子的横向速率越趋近于捕获速

率时,原子所受到的冷却力越大,原子的准直效果越好,从而使得中心区域原子数目最多,其中横向位置在  $[-0.5mm, 0.5mm]$  范围内原子数目达到最大。表 1 和表 2 中的变化比较明显,说明在大速率范围内,多普勒力起主导作用,速率降低效果明显。而表 3 相对于表 2 的变化比较微小,是因为偏振梯度力主要作用在小速率范围内,且相对于多普勒力而言较小。原子数峰值由最初的 800 达到 2100,可见铬原子已经得到了很好的准直效果。图 5 是在同一个观察角度下的铬原子 3 维分布图。

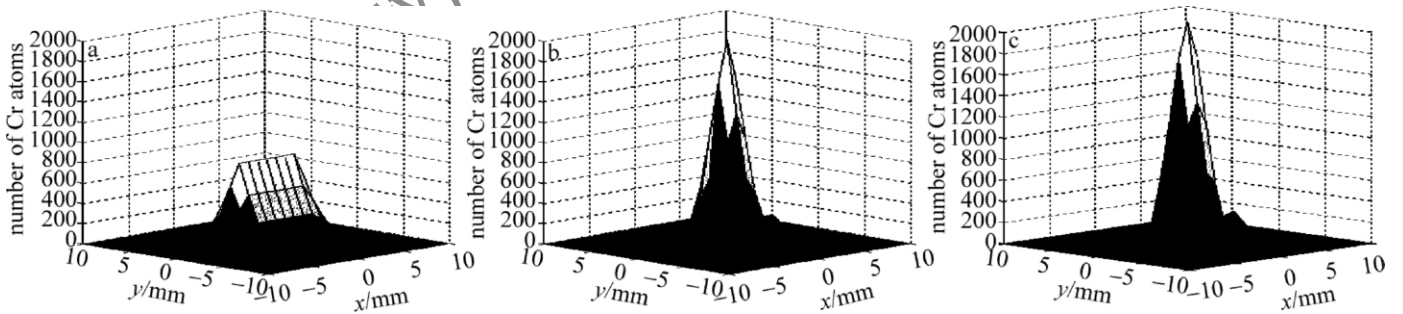


Fig. 5 3-D distribution of Cr atoms

a—before cooling b—after Doppler cooling c—after polarization gradient cooling

### 3.3 激光场作用下铬原子的横向分布

本文中研究的是铬原子在 1 维激光冷却场中的 3 维仿真情况,3 维是对原子分布的空间描述,不仅从一个  $y$  平面了解原子的横向分布,而是给出了所有  $y$  平面上的铬原子的横向分布情况,对所有  $y$  平面上铬原子的横向分布进行统计分析,因此能够提供更为全面和丰富的信息。图 6 中分别给出了铬原子在未受到激

光场冷却力和受到激光场多普勒力和受到激光场偏振梯度力后总的横向分布图,为了进行很好的拟合,将记录原子落点分布的 2 维表格间距减小 0.25mm。

由图 6 可以明显地看出,铬原子束的半峰全宽逐渐增大,中心区域铬原子密度也越来越大。说明铬原子的横向速率在受到激光冷却场作用力下逐步降低,铬原子的发散角也随之减小。此仿真结果和 ZHANG

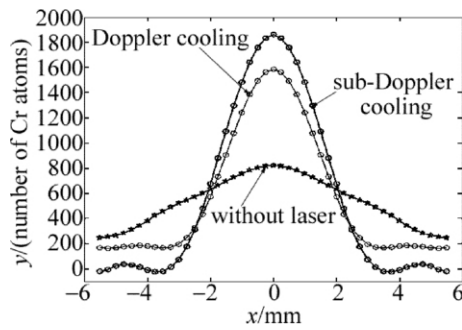


Fig. 6 Transverse distribution of Cr atoms

等人在实验中得到的2维铬原子荧光图像和铬原子横向分布相吻合<sup>[7]</sup>。

#### 4 结论

以铬原子为例,利用龙格-库塔算法模拟了铬原子束的3维运动轨迹和3维落点分布。通过3维仿真分析可以得出:在大速率范围内,激光冷却场中的多普勒力使铬原子束的发散角大幅度减小,速率也随之急剧减小;在小速率范围内,偏振梯度力使铬原子束的发散角进一步减小,从而实现了激光致冷获得较低温度的目的。铬原子3维仿真结果与2维情况下的铬原子分布相吻合,但是能提供更全面和丰富的冷却信息。

#### 参考文献

- [1] BIAN B X, GUO G C. Relationship between Doppler cooling and polarization gradient cooling [J]. Journal of University of Science and Technology of China, 1993, 23(4): 404-409 (in Chinese).
- [2] PAN Sh H. The new mechanism of laser cooling [J]. Physics, 1992, 21(2): 81-84 (in Chinese).
- [3] MA Y, ZHANG B W, ZHENG C L, et al. Studies on a laser-collimated chromium beam [J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(2): 201-203 (in Chinese).
- [4] WANG Q, FANG Zh J. Laser cooling and trapping of strontium atoms [D]. Beijing: National Institute of Metrology, 2010: 1-89 (in Chinese).
- [5] REHSE S J, BOCKEL K M, LEE S A. Laser collimation of an atomic gallium beam [J]. Physical Review, 2004, A69(6): 1-5.
- [6] SMEETS B, HERFST R W, MAGUIRE L P, et al. Laser collimation of an Fe atomic beam on a leaky transition [J]. Applied Physics, 2005, B80(7): 833-839.
- [7] ZHANG B W, ZHANG W T, MA Y, et al. Collimation of chromium beam by one-dimensional Doppler laser with large collimating slit [J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(9): 5485-5490 (in Chinese).
- [8] McCLELLAND J J, HILL S B, PICHLER M, et al. Nanotechnology with atom optics [J]. Science and Technology of Advanced Materials, 2004, 5(5): 575-580.
- [9] ZHANG W T, LI T B. Doppler laser cooling of chromium atom beam [J]. Journal of Guilin University of Electronic Technology, 2006, 26(3): 174-176 (in Chinese).
- [10] ZHU D H, ZHANG X H. Ship wake detection based on laser Doppler effect [J]. Laser Technology, 2006, 30(3): 298-300 (in Chinese).
- [11] LÜ H Sh, LIU B. Latest development of laser Doppler technique in vibration measurement [J]. Laser Technology, 2005, 29(2): 176-179 (in Chinese).
- [12] WANG Y Q. Laser cooling methods and atom trapping an introduction to the 1997 Nobel prize in physics [J]. Physics, 1998, 27(3): 131-136 (in Chinese).
- [13] WANG Y Zh, WANG X P. New mechanisms for laser cooling atoms [J]. Physics, 1993, 22(1): 16-22 (in Chinese).
- [14] ZHANG W T, LI T B, ZHANG B W. A laser-cooled chromium atom beam for nanolithography [J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, 2007, B256(2): 719-722.
- [15] WANG Y P, LI J, WANG M Y. Study and practice of Matlab simulation teaching [J]. Journal of Jiangxi Vocational and Technical College of Electricity, 2010, 23(3): 77-79 (in Chinese).