

文章编号: 1001-3806(2012)05-0649-04

激光干涉测速中的小波快速算法研究

赵新才^{1,2} 吴云峰² 方亮² 刘宁文¹

(1. 中国工程物理研究院 流体物理研究所 绵阳 621900; 2. 电子科技大学 光电信息学院 成都 610054)

摘要: 为了提高小波变换在激光干涉测速中的计算速度,分析了小波变换的计算过程,提出了两种快速算法,通过分析对比,选择了一种适合于全光纤位移干涉信号的算法,在相同条件下,对同一信号分别采用常规小波变换和使用快速傅里叶变换的快速方法进行处理。结果表明,采用快速算法的小波变换对信号的处理能力并没有下降,且提高了小波变换的运算效率。这种快速算法用于瞬态位移干涉仪信号处理是行之有效的,可以提高数据处理的速度,有利于小波变换在工程中的应用。

关键词: 激光技术; 快速算法; 小波变换; 信号处理

中图分类号: TP301.6 文献标识码: A doi: 10.3969/j.issn.1001-3806.2012.05.019

Research of wavelet fast algorithm in laser velocity interferometry

ZHAO Xin-cai^{1,2}, WU Yun-feng², FANG Liang², LIU Ning-wen¹

(1. Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China; 2. School of Optoelectronic Information, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

Abstract: In order to improve the efficiency of wavelet transform in laser velocity interferometers, computing course of wavelet transform was analyzed, two kinds of fast wavelet algorithms were put forward. After comparing both the different methods, one was chosen to analyze the all fiber displacement interferometer system for any reflector signals. Signals were processed by means of general wavelet transform and fast wavelet algorithm based on fast Fourier transformation under the same conditions. Simulation results show that signal processed with the fast wavelet algorithm was not degraded with much faster computation efficiency. It is effective that the fast method can be used to process the all fiber displacement interferometer system for any reflector signals and it can increase the speed of signal processing, which is available in engineering field.

Key words: laser technique; fast algorithm; wavelet transformation; signal processing

引言

爆轰物理中,自由面速度是一个很重要的物理量。传统测量数千米每秒速度的方法有:可测量任意反射面的速度干涉仪(velocity interferometer system for any reflector, VISAR)^[1]和法布里-珀罗干涉仪^[2-3]。随着光纤通信技术和高带宽探测器及数字示波器的发展,逐步发展了一种新型的超高速瞬态全光纤位移干涉仪(all fiber displacement interferometer system for any reflector, AFDISAR)^[4-5],应用于冲击波和爆轰波物理中的速度参量测量。而数据处理作为全光纤位移干涉测速实验的后续环节,是全光纤位移干涉测速技术的重要组成部分。如何准确获得信号的频率,是全光纤位移干涉测速的难题。传统的信号分析中,时频分析一

般选择傅里叶变换,它是一种全局的分析,不能获得某一频率的出现时刻,仅对平稳信号的分析比较合适。位移干涉测速技术是近几年以来才发展起来的新型技术,国内外对于位移干涉信号的处理鲜有报道,大多都是对位移干涉技术的报道,但是位移干涉信号属于非平稳信号,因此着重分析对非平稳信号的处理。2002年,南京理工大学的ZHANG等人^[6]通过在平稳正弦信号中加入阶跃信号使其变成非平稳信号,并分别采用快速傅里叶变换和小波变换对信号进行了分析,通过对比发现,傅里叶变换对于频率成分比较简单的确定信号具有较好的局部化能力,但是对于频率成分复杂的信号,采用小波变换进行处理才是最佳选择。2008年,中国工程物理研究院流体物理研究所的LIU等人^[7]提出一种连续小波变换用于频率急剧变化的瞬态位移干涉仪信号处理的方法,用连续小波变换方法对计算机模拟的位移干涉信号进行处理,恢复的速度相对误差在3%,从爆轰实验的光纤位移干涉仪信号中也能够准确地恢复出物体的速度历史。2009年,

作者简介: 赵新才(1985-),男,研究实习员,主要从事光电测控及信号处理方面的研究工作。

E-mail: zxceric@gmail.com

收稿日期: 2011-11-16; 收到修改稿日期: 2012-03-18

山东大学的 LIU^[8] 提出了一种联合时频分析的方法, 其基本思想是设计时间和频率的联合函数, 利用它可以同时描述信号在不同时刻和频率处的能量密度和强度。归纳来看, 对非平稳信号的分析, 通常选择短时傅里叶变换 (short-time Fourier transform, STFT), 它通过加窗, 可以分析信号某一时刻的频率, 但窗口宽度是固定的, 对任何信号其分辨率均相同, 存在局限性。近几十年发展起来的小波变换弥补了以上的不足, 小波变换是一种窗口面积固定不变, 时间窗和频率窗形状均可变化的时频局部化分析方法, 可用不同的分辨率对某一时刻的信号进行分析, 对信号有自适应能力, 可以描述其任意细节, 这就使得小波理论在信号处理领域得到了极广的应用^[9-12]。全光纤位移干涉测速系统采集得到的信号数据量极其庞大, 通过对小波变换过程的分析, 得知连续小波变换 (continuous wavelet transform, CWT) 本身就存在一定的冗余性, 若使用连续小波变换的方法对信号进行处理, 计算速度会很慢, 这将严重限制其应用。所以, 非常有必要对连续小波变换的快速算法进行研究。

1 小波变换用于全光纤位移干涉信号处理

设 $\psi(t) \in L^2(R)$ ($L^2(R)$ 表示能量有限的信号空间), 其傅里叶变换为 $\hat{\psi}(\omega)$ 。当 $\hat{\psi}(\omega)$ 满足允许条件:

$$C_\psi = \int_R \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (1)$$

时, 称 $\psi(t)$ 为一个基本小波或母小波, 式中 $\hat{\psi}(\omega)$ 是 $\psi(t)$ 的共轭。将母函数 $\psi(t)$ 经伸缩和平移后, 就可以得到一个小波序列。对于连续的情况, 小波序列为:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad a, b \in R; a \neq 0 \quad (2)$$

式中 a 为伸缩因子, b 为平移因子, $\psi_{a,b}(t)$ 也称为尺度小波。

对于任意的函数 $f(t) \in L^2(R)$ 的连续小波变换为:

$$W_f(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = |a|^{-1/2} \int_R f(t) \overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)} dt \quad (3)$$

式中 $\overline{\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)}$ 为 $\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ 的共轭。 W_f 的下标 f 表示任意被分析信号的函数表达式。

用于信号时频分析的小波, 需满足容许性条件。根据经验以及小波基的选取原则^[5], 通常采用复值 Morlet 小波, 它可以表征为一个高斯包络的复值函数, 其数学表达式为:

$$\psi(x) = \sqrt{\pi f_b} \exp(i2\pi f_c x) \exp(-x^2/f_b) \quad (4)$$

式中 f_b 是带宽参数, f_c 是小波中心频率。当 $f_b = 1$, $f_c > 5$ 时, 复 Morlet 小波满足允许性条件。

通过分析, 把小波变换的过程归类为以下几个步骤: (1) 选取一个小波基函数, 并且和被分析信号的起点对齐; (2) 采用 (3) 式计算这一时刻被分析信号小波变换的系数, 小波系数越大, 说明被分析信号与小波函数的相似程度越高, 二者的形状越接近; (3) 信号保持不变, 把小波基函数沿着时间轴向右平移一个时间单位 (即平移变换), 然后重复进行步骤 (1) 和步骤 (2), 计算此时的小波系数, 直到计算完整个信号; (4) 对选取小波函数的尺度变化一个单位 (即尺度变换), 然后继续重复进行步骤 (1)、步骤 (2)、步骤 (3); (5) 对所有的尺度重复进行上面的 4 个步骤。

将一段信号离散为若干个数据点, 假设某段信号数据点为 50, 小波变换的尺度因子范围取为 1~200, 步长取为 1, 从连续小波变换的定义可以看出, 对于每一个数据点, 都要进行 200 次的小波变换, 得到一个 200×50 的矩阵, 即:

$$W = \begin{bmatrix} c_{1,1} & \cdots & c_{1,50} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{200,1} & \cdots & c_{200,50} \end{bmatrix} \quad (5)$$

相应的, 每一个点每一次计算都对应一个尺度因子, 即:

$$A = \begin{bmatrix} a_{1,1} & \cdots & a_{1,50} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{200,1} & \cdots & a_{200,50} \end{bmatrix} \quad (6)$$

然后通过求取小波变换系数的模的极大值最终得到一组最优尺度因子的向量矩阵, 即:

$$A = [a_1 \cdots a_{50}] \quad (7)$$

可见连续小波变换的计算有很大的冗余, 不利于工程应用, 因此, 非常有必要研究小波变换的快速算法。

2 连续小波变换的快速算法研究

连续小波变换的快速算法中, 以基于快速傅里叶变换 (fast Fourier transformation, FFT) 的快速算法和基于梅林变换的快速算法最为典型^[13]。下面分别对这两类方法进行分析, 然后选择一种对全光纤位移干涉测速系统较合适的方法, 并进行仿真实验。

设被分析信号为 $f(t)$, 将选取的小波函数表示为 $\Psi(t)$, 那么被分析信号的 CWT 可以表示为:

$$WT_f(a, \tau) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\Psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right)} dt \quad (8)$$

为了便于讨论, 令 $X_a(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \Psi\left(\frac{-t}{a}\right)$, 那么有:

$$WT_f(a, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) X_a(\tau - t) dt \quad (9)$$

分析上式, 可以将小波变换当作被分析信号 $f(t)$ 和函数 $X_a(t)$ 进行卷积运算, 因为时域上的卷积在频域上是乘积的关系, 所以信号 $f(t)$ 的小波变换又可以描述为:

$$WT_f(a, \tau) = \text{IFFT}\{\text{FFT}(f(n)) \times \text{FFT}[X_a(n)]\} \quad (10)$$

式中, IFFT 是快速傅里叶逆变换 (inverse fast Fourier transform)。将 (10) 式进行离散化处理, 就可以使用 FFT 实现快速计算:

$$WT_f(a, \tau) = \text{IFFT}\{\text{FFT}[f(n)] \times \text{FFT}[X_a(n)]\} \quad (11)$$

上面描述了使用 FFT 的快速小波变换的原理。可以看出, 在整个演算过程中, 均认定尺度 a 是恒定不变的。也就是说, FFT 的快速小波算法适合于小波的尺度因子不变, 而在时间轴上进行平移的情况。

通过下面的分析可以看出, 基于梅林变换的快速小波变换则不一样, 它适合于时间点固定, 而对窗口进行变化的情况。

用 $t_0 = t - \tau$ 替换 (8) 式中的 $t - \tau$, 可以得到:

$$WT_f(a, \tau) = \left\{ \int_0^{\infty} f(t_0 + \tau) \left[\frac{t_0}{a} \Psi\left(\frac{t_0}{a}\right) t_0^{-1} \right] dt_0 \right\} \sqrt{a} \quad (12)$$

通过梅林变换的性质得到:

$$WT_f(a, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} N_1(\beta) N_2(\beta) d\beta \sqrt{a} \quad (13)$$

$$\text{式中 } N_1(\beta) = \int_0^{\infty} f(t + \tau) t^{j2\pi\beta - 1} dt, N_2(\beta) = \int_0^{\infty} \frac{t}{a} \times \Psi\left(\frac{t}{a}\right) t^{j2\pi\beta - 1} dt。$$

参考梅林变换的尺度收缩性质: 假设有 $N_3(\beta) = \int_0^{\infty} t \Psi(t) t^{j2\pi\beta - 1} dt$, 那么有:

$$N_2(\beta) = a^{j2\pi\beta} N_3(\beta) \quad (14)$$

令 $t = \exp(\gamma)$, 那么可以得到:

$$N_1(\beta) = \int_0^{\infty} f(t + \tau) t^{j2\pi\beta - 1} dt = \mathcal{F}\{f[\exp(\gamma) + \tau]\} \quad (15)$$

$$N_3(\beta) = \int_0^{\infty} t \Psi(t) t^{j2\pi\beta - 1} dt = \mathcal{F}\{\exp(\gamma) \Psi[\exp(\gamma)]\} \quad (16)$$

令 $a = \exp(\alpha)$, 则可以得到:

$$WT_f(a, \tau) = \left[\int_{-\infty}^{\infty} N_1(\beta) \overline{N_3(\beta)} \exp(j2\pi\alpha\beta) d\beta \right] \sqrt{a} = \mathcal{F}[N_1(\beta) \overline{N_3(\beta)}] \sqrt{\exp(\alpha)} \quad (17)$$

因此, 将使用梅林变换的快速算法描述为: 先使用

$t = \exp(\gamma)$ 对变量 $f(t + \tau)$ 和 $t\Psi(t)$ 做替换, 对替换以后的信号 $f[\exp(\gamma) + \tau]$ 和 $\exp(\gamma) \Psi(\exp(\gamma))$ 进行傅里叶变换, 就可以得到 $N_1(\beta)$ 和 $N_3(\beta)$, 然后对 $N_1(\beta)$ 和 $N_3(\beta)$ 再进行一次傅里叶变换, 最后对变量 γ 做离散化处理就可以使用 FFT 完成算法的加速过程。

综上所述, 两种不同的快速算法均是对小波变换作了一个恰当的变化, 从而可以借助于 FFT, 实现连续小波变换的加速过程。在基于 FFT 的快速方法中, 对任意一个尺度因子 a , 都需要对所有运算的点做两次快速傅里叶变换和一次 IFFT, 最后得出结论。而基于梅林变换的快速方法, 则需要完成 3 次快速傅里叶变换。从 (15) 式、(16) 式和 (17) 式中可以看出, α 和 γ 的均匀采样表示被分析信号和尺度之间将进行等比采样, 对于某一个确定的时间 τ , 梅林变换得到的是被分析信号在不同尺度下的小波系数, 然而尺度因子并不是均匀分布的, 但小波变换中的尺度因子和被分析信号的瞬时频率息息相关。在全光纤位移干涉测速系统中, 对瞬时频率的提取精度要求极高, 这样对瞬时频率提取的复杂度和难度就进一步加大了。同时因为梅林变换自身的一些缺陷, 其计算的复杂度远大于基于 FFT 的算法。所以, 在全光纤位移干涉测速系统中选择基于 FFT 的快速方法。

下面对仿真信号在 $0.6\mu\text{s} \sim 1.4\mu\text{s}$ 时间段内的数据分别使用基于 FFT 的快速算法和基于小波变换的常规计算方法做仿真实验, 计算结果如图 1 和图 2 所示。在图 1 中, 每一个点均包含了一组数据信息, 即时间-尺度点对, 这一组数据又对应一个小波函数。根据 (3) 式即可计算出小波变换的系数, 图 1 中任意点的亮度便是由此组数据下的小波系数来决定的。也就是说, 图中亮度越高的点意味着这组数据所对应的小波函数和被分析信号函数的相似程度越高。图 1 和图 2 中, 横坐标均代表时间, 纵坐标代表尺度因子, 从前面

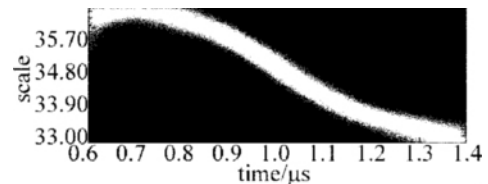


Fig. 1 Time-scale chart of signals using FFT method

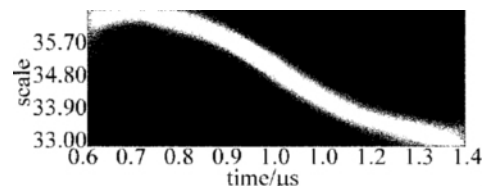


Fig. 2 Time-scale chart of signals using general method

小波变换的步骤分析, 即得到了如 (5) 式所示的尺度因子的矩阵, 接下来通过求取小波变换系数的模的极

大值,最终得到一组最优尺度因子的向量矩阵的步骤,采用快速算法和采用常规算法的步骤是一样的,故至此就可以对二者进行对比,从图中可以明显看出,这两种方法得到了相同的结果,因此,使用快速算法以后,并没有对最终的计算结果造成不良的影响,只是加快了计算速度,对实际工程应用中十分有利。

使用的电脑配置为:2.7GHz 双核 CPU 2G 内存, matlab2009a。分别使用基于 FFT 的快速算法和基于小波变换的常规计算方法处理不同数据长度下的信号,记录计算时间,如表 1 所示,显然,前者的计算时间大大缩短了。

Table 1 Contrast of computing time

No.	data length	computing time of fast method T_1/s	computing time of normal method T_2/s	T_2/T_1
1	5 000	6.322485	30.044735	4.75
2	10 000	11.412576	57.911463	5.07
3	100 000	128.721422	677.743514	5.27

通过表 1 的计算速度对比,使用 FFT 的方法在计算速度上就表现出了很强的优势,而且可以看出,处理的数据量越大,使用快速算法的优势越明显。

3 结论

研究了小波变换的快速算法。针对全光纤位移干涉测速系统采样信号数据量较大的特点,对小波变换的过程作了分析,提出了一种对该系统较合适的快速算法。在相同的硬件条件下,分别用常规小波变换的计算方法和基于 FFT 的小波快速算法,对一次实验的全光纤位移干涉信号进行分析,二者得到了相同的结果,同时使用快速算法以后计算速度得到了显著提高。因此,这种快速算法用于瞬态位移干涉仪信号处理是行之有效的,可以提高数据处理的速度,有利于小波变

换在工程中的应用。

参考文献

- [1] BARKER L M, HOLLENBACH R E. Laser interferometer for measuring high velocities of any reflecting surface [J]. *Journal of Applied Physics*, 1972, 43(11): 4669-4675.
- [2] McMILLAN C F, GOOSMAN D R, PARKER N L, et al. Velocimetry of fast surfaces using Fabry-Perot interferometry [J]. *Review of Scientific Instruments*, 1988, 59(1): 1-20.
- [3] DURAND M, LAHARRAGUE P, LALLE P, et al. Interferometric laser technique for accurate velocity measurement in shock wave physics [J]. *Review of Scientific Instruments*, 1977, 48(3): 275-278.
- [4] STRAND O T, GOOSMAN D R, MARTINEZ C, et al. Compact system for high-speed velocimetry using heterodyne techniques [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2006, 77(8): 83-108.
- [5] WANG D T. Research of the fiber doppler velocimeter [D]. Mianyang: China Academy of Engineering Physics, 2008: 1-57 (in Chinese).
- [6] ZHANG B Y, ZHOU Sh M. The differences of between analyzing by fast Fourier translation and analyzing by wavelet [J]. *Communications Technology*, 2002(7): 1-2 (in Chinese).
- [7] LIU Sh X, LI Z R, WU J R, et al. Signal processing of displacement interferometer based on the confinuouys wavelet trans form [J]. *Chinese Journal of lasers*, 2008, 35(8): 1235-1239 (in Chinese).
- [8] LIU R. Time-frequency analysis of non-stationary signals [D]. Jinan: Shandong University, 2009: 1-71 (in Chinese).
- [9] YANG Zh, DAI Y F, WANG G L. The use of wavelet in evaluating optics based on power spectral density character curve [J]. *Laser Technology*, 2007, 31(6): 627-629 (in Chinese).
- [10] LIU D M, SHEN J Y, WANG L J. Application of the wavelet transform to pattern correlation recognition [J]. *Laser Technology*, 2004, 28(6): 641-644 (in Chinese).
- [11] HE Ch T, MA Z, CHEN J G, et al. Recognition of film laser damage based on wavelet transform [J]. *Laser Technology*, 2007, 31(2): 131-136 (in Chinese).
- [12] CHEN Y, WANG Y L, ZHOU D F, et al. Faint signal processing of lidar based on wavelet multi-resolution analysis [J]. *Laser Technology*, 2005, 29(3): 278-283 (in Chinese).
- [13] YANG Ch Sh. Wideband active signal detection based on continuous wavelet transform [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2003: 1-60 (in Chinese).