

文章编号: 1001-3806(2012)04-0568-04

高斯光束微圆孔菲涅耳衍射的束型转变

常山 毛杰健 杨建荣

(上饶师范学院 物理与电子信息学院, 上饶 334001)

摘要: 为了获得束型、光强分布、光斑大小等满足激光应用需要的光束, 根据由基尔霍夫衍射公式导出的高斯光束微圆孔衍射变换的计算式, 探讨了高斯光束微圆孔菲涅耳衍射变换的束型转变及其影响因素, 并利用 MATLAB 软件进行了计算模拟。结果表明, 这种方法的可靠性和可行性有利于把激光束应用于激光工程、微光学和微光机电系统。

关键词: 激光光学; 高斯光束; 束型转变; 微圆孔菲涅耳衍射; 波前调制

中图分类号: O436.1; TN241 文献标识码: A doi: 10.3969/j.issn.1001-3806.2012.04.034

Beam pattern transformation of Fresnel diffraction of Gaussian beam throughout micro-circular apertures

CHANG Shan, MAO Jie-jian, YANG Jian-rong

(School of Physics & Electronic Information, Shangrao Normal University, Shangrao 334001, China)

Abstract: In order to study how to obtain the beam that meets the need of laser applications including such as beam pattern, spot size and intensity distribution, the formula for the diffraction transform of Gaussian beam throughout a micro-circular aperture was deduced based on Kirchhoff diffraction formula. The beam pattern change and its influencing factors of Fresnel diffraction transformation of Gaussian beam throughout the micro-circular aperture were discussed. The simulations carried out with the MATLAB software show that this kind of method is reliable and feasible. This is conducive to the application of laser in the laser engineering, micro-optics and micro-opto-electro-mechanics system.

Key words: laser optics; Gaussian beam; beam pattern transformation; micro-circular aperture Fresnel diffraction; wave-front modulation

引言

高斯光束通过微圆孔衍射变换时,束型、强度分布、光斑大小等发生改变,会产生凸顶光束、凹顶光束、环状光束和近平顶光束,适当调控与调理可以成为用于精细加工的激光束,这种激光束传输变换及其整形技术在激光束测控、微光学以及微光机电技术中具有重要作用^[1-4]。

1 高斯光束微圆孔菲涅耳衍射变换的束型转变

1.1 高斯光束的微圆孔衍射变换

图1中波长为 λ 、束腰在点 $P_0(x_0, y_0, z_0)$ 、束腰半径为 w_0 的基模高斯光束入射圆孔时,光斑半径和等相面

曲率半径分别为 $w(z) = \sqrt{w_0^2 + \left(\frac{\lambda z_0}{\pi w_0}\right)^2}$ 和 $R(z) = -z_0 +$

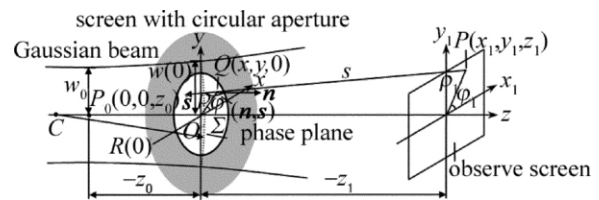


Fig. 1 Calculation of diffraction of Gaussian beam throughout a micro-circular aperture

$\left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z_0}\right)^2\right]$ 孔处高斯光束为^[1,5]:

$$E_{00}(x, y, \rho) = \frac{C_{00}}{w(0)} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(0)}\right] \times \exp\left\{j\left[k\left(z_0 - \frac{x^2 + y^2}{2R(0)}\right) + \tan^{-1}\left(-\frac{\lambda z_0}{\pi w_0^2}\right)\right]\right\} \quad (1)$$

图1中, 矢量 s 跟 Q 点法线 n 的夹角为 (n, s) , $PQ = s$, 平面屏 $\cos(n, s) = -\frac{z_1}{s}$ 。基模高斯光束发散角很小, 可取

倾斜因子 $\cos\delta_1 \approx$ 常量。 $\frac{k [(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2]^2}{(8z_1^3)} \ll \pi$

可被忽略, 可取菲涅耳近似时为菲涅耳衍射。因振幅缓变可取 $s \approx z_1$ 以及 $\cos\delta_1 + \frac{z_1}{s} \approx 2\cos\delta =$ 常量。在 (x, y) 面

基金项目: 江西省教育厅科技项目基金资助项目 (GJJ11612); 上饶师范学院 2007 年科研课题基金资助项目

作者简介: 常山 (1964-), 男, 硕士, 讲师, 主要从事光电教学和光信息学的研究。

E-mail: cs0328@126.com

收稿日期: 2011-07-01; 收到修改稿日期: 2011-12-27

取极坐标 (ρ, φ) (x_1, y_1) 面取极坐标 (ρ_1, φ_1) 。引入 u 和 $v, u = k \left[\frac{1}{R(0)} + \frac{1}{z_1} \right]$ 和 $v = \frac{kR\rho_1}{z_1}$ 。利用积分式

$\int_0^{2\pi} \exp[-j\rho\cos(\varphi - \varphi_1)] d\varphi = 2\pi J_0(\rho)$ 其中 $J_0(\rho)$ 为零阶贝塞尔函数,由基尔霍夫衍射公式可得高斯光束微圆孔菲涅耳衍射积分式^[5-7]:

$$E(P) \approx \frac{C_{00}k\cos\delta}{jz_1w(0)} \exp\left\{j\left[k\left(z_0 - z_1 + \frac{\rho_1^2}{2z_1}\right) + \tan^{-1}\left(-\frac{\lambda z_0}{\pi w_0^2}\right)\right]\right\} \int_0^R \exp\left\{-j\frac{k}{2}\left[\frac{1}{R(0)} + \frac{1}{z_1}\right]\rho^2 - \frac{\rho^2}{w^2(0)}\right\} \times$$

$$J_0\left(\frac{k\rho_1}{z_1}\rho\right)\rho d\rho = \frac{C_{00}k\cos\delta}{jz_1w(0)} \exp\left\{j\left[k\left(z_0 - z_1\right) + \tan^{-1}\left(-\frac{\lambda z_0}{\pi w_0^2}\right)\right]\right\} \times$$

$$\int_0^R \left\{ \exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(0)}\right] \cos\left(\frac{1}{2}u\rho^2\right) + j \exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(0)}\right] \sin\left(\frac{1}{2}u\rho^2\right) \right\} J_0(v\rho) \rho d\rho \quad (2)$$

式中 C_{00} 为常数 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数。

1.2 高斯光束微圆孔菲涅耳衍射变换的束型转变

(2) 式中实部为空域衍射场,虚部为涉时域的空域衍射场的耦合场。菲涅耳衍射时的微圆孔波前(瞳函数) $\exp\left\{-j\rho^2\left[\frac{1}{R(0)} + \frac{1}{z_1}\right] - \frac{\rho^2}{w^2(0)}\right\} = \left\{ \cos\left[\left(\frac{1}{R(0)} + \frac{1}{z_1}\right)\rho^2\right] + j \sin\left[\left(\frac{1}{R(0)} + \frac{1}{z_1}\right)\rho^2\right] \right\} \exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(0)}\right]$ 的相位

部分 $\exp\left\{-j\rho^2\left[\frac{1}{R(0)} + \frac{1}{z_1}\right]\right\}$ 对振幅部分 $\exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(0)}\right]$ 进行了调制,使菲涅耳衍射变换得到的光束会有几种不同的束型,实部空域衍射场和虚部涉时域的耦合场二者共同决定衍射变换所得光束的束型。据此,可以对高斯光束进行束型转变并予以调控。

由(2)式得高斯光束微圆孔菲涅耳衍射的光强积分式为:

$$I(P) \approx \left[\frac{C_{00}k\cos\delta}{z_1w(0)} \right]^2 \left\{ \left[\int_0^R \cos\left(\frac{1}{2}u\rho^2\right) \exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(0)}\right] J_0(v\rho) \rho d\rho \right]^2 + \left[\int_0^R \sin\left(\frac{1}{2}u\rho^2\right) \exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(0)}\right] J_0(v\rho) \rho d\rho \right]^2 \right\} \quad (3)$$

从(3)式来看,如果让 $\cos\left(\frac{u\rho^2}{2}\right)$ 和 $\sin\left(\frac{u\rho^2}{2}\right)$ 跟 $\exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(0)}\right]$ 相匹配,适当配置高斯光束微圆孔菲涅耳衍射变换的参量,可以获得空心环状、平顶均匀、陷(凹)顶以及尖(凸)顶等多种束型的光束。菲涅耳数 N ^[8]为:

$$N = \frac{R^2}{\lambda} \left[\frac{1}{R(0)} + \frac{1}{z_1} \right] = \begin{cases} \geq 1 & \text{菲涅耳衍射} \\ < 1 & \text{夫琅禾费衍射} \end{cases} \quad (4)$$

再引入 $u' = R^2 \left\{ k \left[\frac{1}{R(0)} + \frac{1}{z_1} \right] - j \frac{2}{w^2(0)} \right\}$, 则有 $|u'| = R^2 \sqrt{\left\{ k \left[\frac{1}{R(0)} + \frac{1}{z_1} \right] \right\}^2 + \frac{4}{w^4(0)}}$, 利用罗默尔函数,由(2)式可得高斯光束微圆孔菲涅耳衍射的光强计算式^[6-7]为:

$$I(P) \approx \left[\frac{kC_{00}R^2\cos\delta}{|u'|z_1w(0)} \right]^2 \left\{ \left[\sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{|u'|}{v}\right)^{1+2s} \times J_{1+2s}(v) \right]^2 + \left[\sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \left(\frac{|u'|}{v}\right)^{2+2s} J_{2+2s}(v) \right]^2 \right\} \quad (5)$$

2 模拟实验

利用(5)式计算模拟高斯光束微圆孔衍射变换时

的束型转变情况。

2.1 环状、陷顶、近平顶和尖顶光束的形成

图2、图3、图4、图5各图中的a图都是入射在微圆孔上的高斯光束的光强分布,而b图和c图分别是微圆孔光瞳函数的实部和虚部,d图是高斯光束微圆孔衍射变换在孔后 z_1 处所得到的光束。

波长 $\lambda = 0.5 \times 10^{-3}$ mm、束腰半径为 $w_0 = 0.1$ mm 的基模高斯光束到达 $z_0 = -50$ mm 处衍射屏时,光斑半径 $w(0) = 0.1278$ mm、等相面曲率半径 $R(0) = 128.9568$ mm,经过半径 $R = 0.05$ mm 的微圆孔菲涅耳衍射变换后光束的相对光强分布。

实验1:环状光束。距孔 $z_1 = 2.65$ mm 处得到环形光束,菲涅耳数 $N = 1.9256$ 。

实验2:陷(凹)顶光束。距孔 $z_1 = 2.95$ mm 处得到陷顶光束的相对光强分布,菲涅耳数 $N = 1.7337$ 。

实验3:近平顶光束。距孔 $z_1 = 1.84$ mm 处得到近平顶光束的相对光强分布,菲涅耳数 $N = 2.7562$ 。

实验4:尖(凸)顶光束。距孔 $z_1 = 3.88$ mm 处得到尖顶光束的相对光强分布,菲涅耳数 $N = 1.3274$ 。

通过高斯光束微圆孔衍射变换获得不同束型的光束时,入射光束口径 $2w(0)$ 应大于微圆孔径 $2R$,波长 λ 、束腰半径 w_0 、束腰位置 z_0 、微圆孔径 R 都是重要参量。

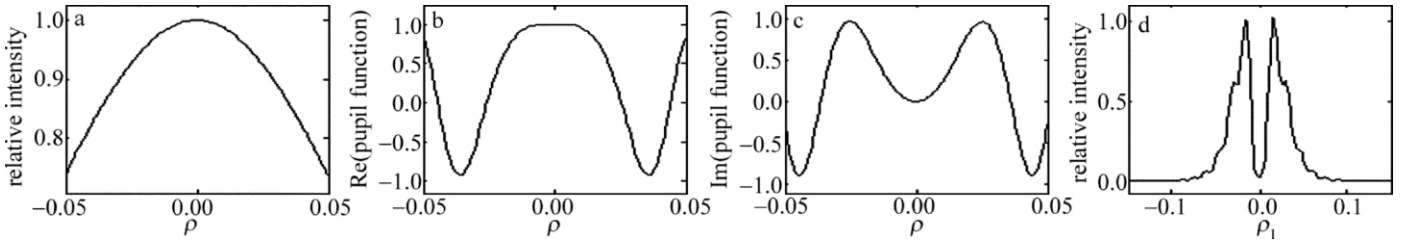


Fig. 2 Annular beam generated from circular aperture diffraction of Gaussian beam

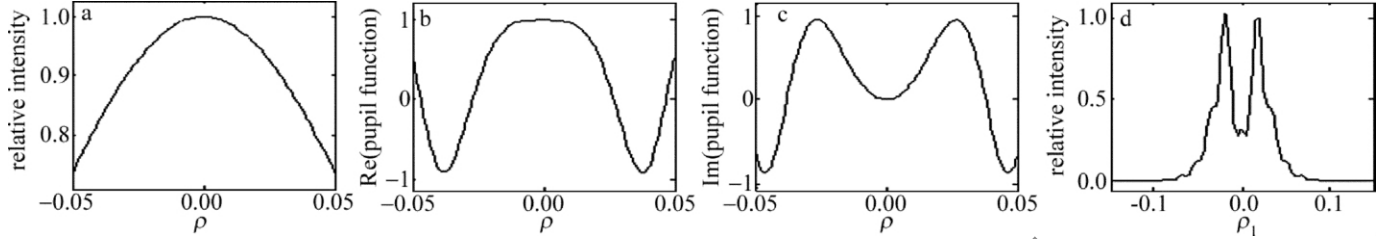


Fig. 3 Top-collapsed beam generated from circular aperture diffraction of Gaussian beam

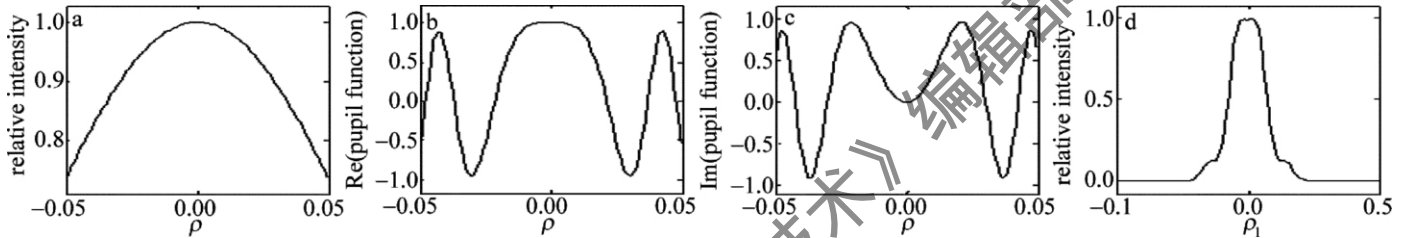


Fig. 4 Nearly flat top beam generated from circular aperture diffraction of Gaussian beam

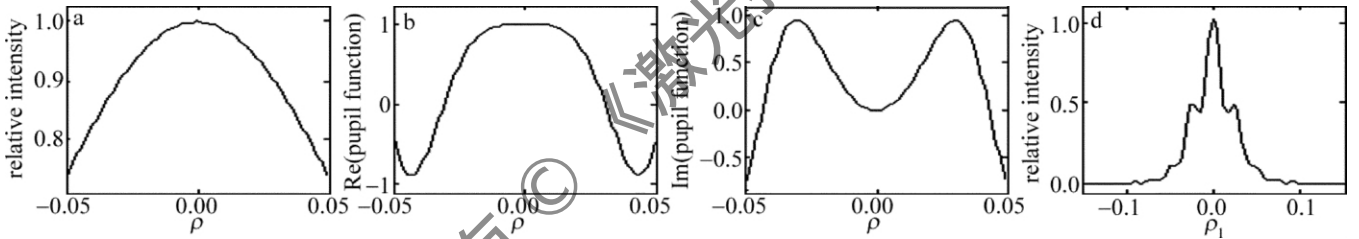


Fig. 5 Convex top beam generated from circular aperture diffraction of Gaussian beam

2.2 高斯光束微圆孔衍射变换的束型调控

实验 5: 场距 z_1 的影响。只改变实验 1 的衍射场距 z_1 观察此时束型变化。

图 6a、图 6b 和图 6c 是 z_1 分别为 2.5mm、2.6mm、2.7mm 时的束型, 相对应的菲涅耳数 N 分别为 2.0388、1.8618、1.8906, 可见束型在衍射场距 z_1 的局

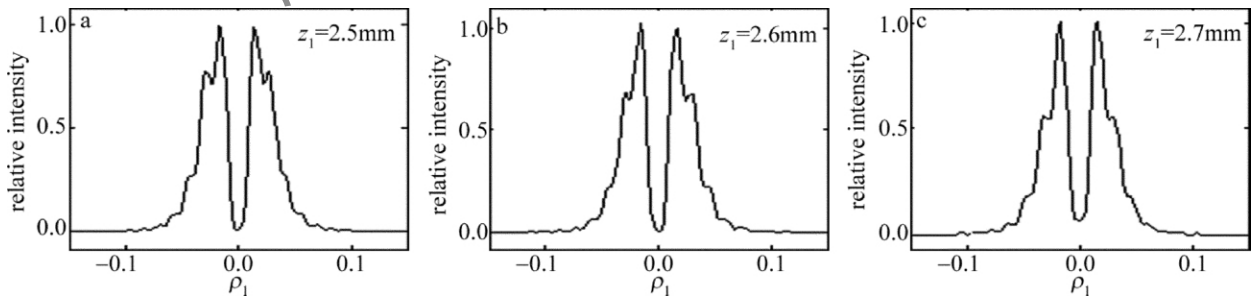


Fig. 6 Effect of z_1 on the change of beam pattern

部范围内有一定的相对稳定性。

实验 6: 波长、孔径、束腰大小和束腰位置的影响。每次分别只改变实验 1 的孔径、波长、束腰大小和束腰位置之一, 观察束型变化。

图 7a、图 7b、图 7c 和图 7d 分别对应于 $R = 0.053\text{mm}$, $\lambda = 0.498\mu\text{m}$, $w_0 = 0.6\text{mm}$ 和 $z_1 = 100\text{mm}$

时的束型, 跟图 2 比较可知, 孔半径 R 的微米级变化会影响束型, 波长 λ 的纳米级变化会影响束型, 但是对单色性良好的激光其谱宽对束型不会有明显影响, 束腰 w_0 增大对束型的影响微乎其微, 束腰位置 z_0 的变化对束型的影响也很小。总而言之, 当入射高斯光束口径大于微圆孔口径前提下, 主要由激光

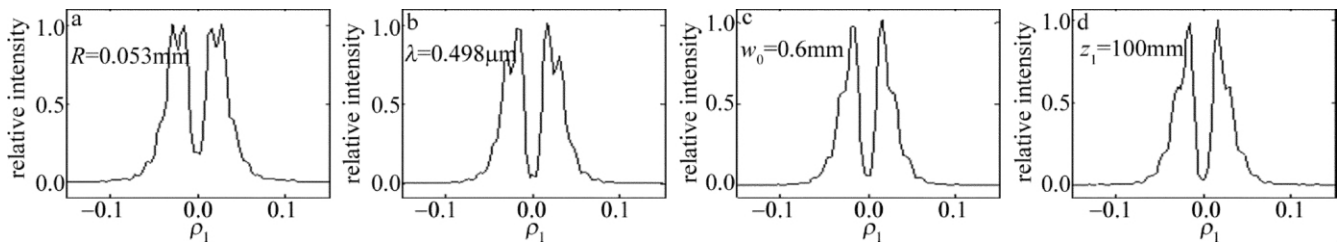


Fig. 7 Effect of aperture, wavelength, waist size and waist position on the beam pattern

波长 λ 和衍射孔半径 R 以及衍射场距 z_1 共同决定高斯光束菲涅耳衍射变换的束型,所以,通过计算以配合调节可以获得平顶均匀光束、空心环状光束、陷(凹)顶光束及尖(凸)顶光束等激光工程应用所需要的光束。

3 结论

利用基尔霍夫衍射公式这一标量衍射理论,研究了怎样利用高斯光束微圆孔菲涅耳衍射变换获得激光工程应用需要的光束,计算模拟了高斯光束微圆孔菲涅耳衍射产生近平顶均匀光束、空心环状光束、陷(凹)顶光束和尖(凸)顶光束等情形。如果选择适当的微孔并配合使用一些光调制元件,可得到所需要的优质激光束。这对激光束的传输变换及其调控有重要意义,可被应用于激光工程、微光学以及微光机电系统。

参考文献

[1] LÜ B D. Laser optics: beam description, transmission and transform

ation and light cavity technology by physics [M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2003: 1-196 (in Chinese).

- [2] YANG G G. Micro-optics and system [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2008: 1-374 (in Chinese).
- [3] HERZIG H P. Micro-optics components, systems and applications [M]. Beijing: Defense Industry Press, 2002: 257-295 (in Chinese).
- [4] TANG X Sh, GUO F Y, LI D H, *et al.* Analysis on the diffraction characters of the Gaussian beams restricted by rectangular aperture [J]. Laser Technology, 2010, 34(1): 124-127 (in Chinese).
- [5] KOKUBUN Y. Light wave engineering [M]. Beijing: Scientific Publishing House, 2008: 68-220 (in Chinese).
- [6] CHANG Sh, WU B, SANG Zh W, *et al.* Two calculation methods for three kinds of circular aperture diffraction [J]. Journal of Applied Optics, 2010, 31(5): 734-740 (in Chinese).
- [7] CHANG Sh, HE J, XIAO Q W, *et al.* Reproduction and self-reproduction of micro-circular aperture diffraction of Gaussian beam [J]. Electronics Optics and Control, 2011, 18(9): 94-97 (in Chinese).
- [8] QU J, MENG K, WANG L S, *et al.* Diffraction of Bessel-Gaussian beam passing through annular and circular apertures [J]. Laser Technology, 2008, 32(4): 393-395 (in Chinese).