

文章编号: 1001-3806(2012)04-0532-04

## 湍流大气中 $J_0$ 相关部分相干平顶光束的谱移

朱焯炜 苏宙平

(江南大学 理学院, 无锡 214122)

**摘要:** 为了研究相干度为零阶贝塞尔函数的部分相干平顶光束的光谱特性, 采用广义惠更斯-菲涅耳公式推导了  $J_0$  相关部分相干平顶光束通过湍流大气的光谱分布表达式, 分析了大气折射率结构常数、平顶阶数、光源的中心频率、相干性参量以及谱宽对谱移的影响。结果表明, 光源的中心频率、光谱宽度、空间相干参量、湍流强度对轴上谱移量影响较大; 另外, 随着湍流的增强, 光谱位移量减小; 在自由空间中, 平顶光束的阶数越高, 对谱移的影响就越大, 但在湍流大气中阶数对谱移几乎没有影响。

**关键词:** 大气与海洋光学; 光谱特性;  $J_0$  相关部分相干平顶光束; 湍流大气

中图分类号: P425.2; TN012

文献标识码: A

doi: 10.3969/j.issn.1001-3806.2012.04.025

### Spectral change of $J_0$ -correlated partially coherent flat-topped beam in turbulent atmosphere

ZHU Zhuo-wei, SU Zhou-ping

(School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

**Abstract:** In order to study the spectral properties of  $J_0$ -correlated partially coherent flat-topped beam in turbulent atmosphere, the analytical spectrum expression of  $J_0$ -correlated partially coherent flat-topped beam was derived based on extended Huygens-Fresnel principle. The effect of structure constant, central frequency, spectrum width, coherence parameter and orders of flat-topped beams on the spectral shift was discussed. Results show that the above parameters have great effect on the value of the frequency shift. Furthermore, the spectral shift decreases with the increase of turbulence. In free space, the higher order of flat-top beam, the greater impact of the spectral shift, but the order has little effect on the spectral shift in turbulent atmosphere.

**Key words:** atmospheric and ocean optics; spectral property;  $J_0$ -correlated partially coherent flat-topped beam; turbulent atmosphere

## 引言

在实际中, 大部分光束是部分相干光, 完全相干和完全不相干的光束严格来说是不存在的, 因此, 对部分相干光束的特性研究具有非常实际的意义。近年来, 部分相干光束在介质中传输的光谱特性受到广泛的关注。JI 等人<sup>[1-4]</sup>研究了高斯-谢尔模型光束作为描述部分相干光束的典型物理模型在大气中的光谱特性, ZHANG 等人研究了部分相干平顶光束在色散介质中的光谱特性<sup>[5]</sup>。除了高斯-谢尔模型以外, 相干性由零阶贝塞尔函数表示的传输和聚焦特性引起了人们的注意。CANG<sup>[6]</sup>等人研究了聚焦  $J_0$  相关部分相干光束通

过斜程湍流大气的传输特性。WANG 和 PU<sup>[7]</sup>研究了  $J_0$  部分相干空心光束通过湍流大气的传输特性。到目前为止, 关于  $J_0$  相关部分相干平顶光束在湍流大气中的光谱变化规律的研究鲜有报道。激光光束在湍流大气中的传输特性对于遥感、跟踪和远距离光通信有十分重要的作用。因此, 研究这种光束在湍流大气中的光谱传输特性对于研究激光光束在大气中的传输有着相当重要的意义。作者详细研究了  $J_0$  相关部分相干平顶光束通过湍流大气的光谱特性, 分析了光源参量、相干参量、平顶阶数、湍流强度对谱移的影响, 并对结果给出了合理的物理解释。

## 1 光谱传输方程

对于  $J_0$  相关部分相干平顶光束而言, 其在光源平面内光场的交叉谱密度函数如下式所示<sup>[8-10]</sup>:

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \rho, \omega) = S_0(\omega) \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{(-1)^{m+n-2}}{N^2} \times$$

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金资助项目 (60908041)

作者简介: 朱焯炜 (1981-), 男, 工程师, 硕士, 主要从事激光的传输与变换的研究。

E-mail: zhuzhuowei2004@163.com

收稿日期: 2011-10-11; 收到修改稿日期: 2011-12-21

$$\begin{bmatrix} N \\ n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix} \exp \left[ - \left( \frac{nr_1^2 + mr_2^2}{w_0^2} \right) \right] J_0 \left[ \alpha |r_1 - r_2| \right] \quad (1)$$

式中  $r_1$  和  $r_2$  为光源平面某两点的 2 维位置矢量, 其中  $J_0$  表示零阶贝塞尔函数,  $\alpha$  为表征光源相干性的参量,  $\alpha^{-1}$  为相干长度,  $w_0$  为高斯分布的束腰,  $r = |r|$ ,  $\omega$  为频率,  $S_0(\omega)$  为源光谱,  $N$  是平顶光束的阶数 ( $N = 0, 1, 2, 3, \dots$ )。当  $N = 1$  时, (1) 式就成为高斯光束。

由广义惠更斯-菲涅耳原理, 得出大气湍流中的交叉谱密度函数为<sup>[11]</sup>:

$$W(\rho_1, \rho_2, z; \omega) = \left( \frac{k}{2\pi z} \right)^2 \iint d^2r_1 \iint d^2r_2 W_0(r_1, r_2, \rho, \omega) \times \exp \left[ - ik \frac{(\rho_1 - r_1)^2 - (\rho_2 - r_2)^2}{2z} \right] \times \langle \exp [\psi^*(\rho_1, r_1, z, \omega) + \psi(\rho_2, r_2, z, \omega)] \rangle_m \quad (2)$$

式中, 波数  $k = \omega/c$  ( $c$  为真空中的光速), 系综统计平均  $\langle \dots \rangle_m$  可用 Rytov 位相结构函数的 2 次近似表示为<sup>[12]</sup>:

$$\langle \exp [\varphi^*(\rho_1, r_1, z, \omega) + \varphi(\rho_2, r_2, z, \omega)] \rangle_m = \exp \left\{ - \rho_0^{-2} [(\rho_1 - r_1)^2 + (\rho_1 - \rho_2)^2 + (\rho_2 - r_2)^2] \right\} \quad (3)$$

式中  $\rho_0 = (0.545 C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$  为球面波在湍流大气中传输时的相干长度,  $C_n^2$  为折射率结构常数, 它表征湍流的强弱。

当  $\rho_1 = \rho_2 = \rho$  时, 将  $\rho_0$  和 (3) 式代入 (2) 式, 可得到  $z > 0$  平面内的光谱传输方程为:

$$S(\rho, z, \omega) = \left( \frac{\omega}{2\pi cz} \right)^2 S_0(\omega) \iint d^2r_1 \iint d^2r_2 \times \exp \left( - \frac{r_1^2 + r_2^2}{w_0^2} \right) J_0 \left[ \alpha |r_1 - r_2| \right] \times \exp \left[ - ik \frac{(\rho - r_1)^2 - (\rho - r_2)^2}{2z} \right] \times \exp \left[ - \frac{1}{\rho_0^2} (\rho - r_1)^2 \right] \quad (4)$$

引入变换关系:  $u = \frac{r_1 + r_2}{2}$ ,  $v = r_1 - r_2$ 。

采用上述新变量, 经过复杂的积分后得到:

$$S(\rho, z, \omega) = S_0(\omega) F(\rho, z, \omega) \quad (5)$$

式中,  $F(\rho, z, \omega)$  为光谱调制函数, 可表示为:

$$F(\rho, z, \omega) = \left( \frac{\omega}{2cz} \right)^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{(-1)^{n+m-2} w_0^2}{\eta N^2 (m+n)} \begin{bmatrix} N \\ n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix} \times \exp \left[ - \frac{k^2 \rho^2 + z^2 \alpha^2}{4\eta z^2} \right] I_0 \left( \frac{k\rho\alpha}{2\eta z} \right) \quad (6)$$

式中  $I_0$  为修正贝塞尔函数。

$$\eta = \frac{(m+n)}{4w_0^2} - \frac{(m-n)^2}{64w_0^2(m+n)} +$$

$$\frac{(w_0 k)^2}{4z^2(m+n)} - \frac{i(m-n)k}{8z(m+n)} + \frac{1}{\rho_0^2} \quad (7)$$

(5) 式 ~ (7) 式是研究  $J_0$  相关部分相干平顶光束在湍流大气中的光谱特性的主要表达式。(5) 式表明, 源光谱和光谱调制函数共同决定了  $J_0$  相关部分相干平顶光束的谱移量。从 (6) 式和 (7) 式可以看出, 光谱调制函数主要由平顶光束阶数  $N$ , 折射率结构常数  $C_n^2$  和接收平面坐标决定。

以 (5) 式为计算依据, 研究光束通过湍流大气传输光谱特性的变化。设归一化源光谱  $S_0(\omega)$  为高斯型:

$$S_0(\omega) = \exp \left[ - \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\Gamma^2} \right] \quad (8)$$

式中  $\omega_0$  为中心频率,  $\Gamma$  为源光谱的带宽。为了讨论方便, 采用归一化光谱:

$$S(\omega) = S(\rho, z, \omega) / S_{\max}(\rho, z, \omega_{\max}) \quad (9)$$

式中  $S_{\max}(\rho, z, \omega_{\max})$  为观察点  $(\rho, z)$  处的光谱最大值。

## 2 数值计算结果及分析

利用 (5) 式 ~ (9) 式可对  $J_0$  相关部分相干平顶光束在湍流中传输时的谱移进行定量分析。计算所用参量为:  $\omega_0 = 3.2 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ,  $\Gamma = 0.6 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ,  $w_0 = 0.03 \text{ m}$  和  $z = 10 \text{ km}$ 。

图 1 中给出了  $J_0$  相关部分相干平顶光束在不同大气折射率结构常数情况下, 轴点上归一化光谱  $S(\omega)$  的变化曲线。其中相干参量  $\alpha = 200 \text{ m}^{-1}$  和  $N = 10$ 。图 1 表明, 轴上点光谱为蓝移, 但是随着湍流的增强, 光谱蓝移量减小。该现象的产生是由于光谱调制函数  $F(\omega)$  所引起的, 随着湍流的增强,  $F(\omega)$  随着  $\omega$  的增大而逐渐减小, 导致谱移量减小。这与平顶光束通过湍流大气的光谱特性一致<sup>[13]</sup>。

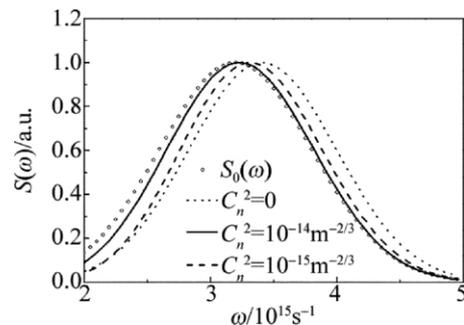


Fig. 1 Normalized on-axis spectra of  $J_0$ -correlated partially coherent flat-topped beam at different structure constants

图 2a 和图 2b 中给出了光源相干参量  $\alpha$  分别为  $10 \text{ mm}^{-1}$ ,  $200 \text{ m}^{-1}$ ,  $300 \text{ m}^{-1}$  和  $400 \text{ m}^{-1}$  条件下, 轴点上归一化光谱  $S(\omega)$  的变化曲线。图 2a 对应自由空间中 ( $C_n^2 = 0$ ), 图 2b 对应湍流大气中 ( $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ ), 其它参量同图 1。分析图 2a 可知, 在自由空间中, 空

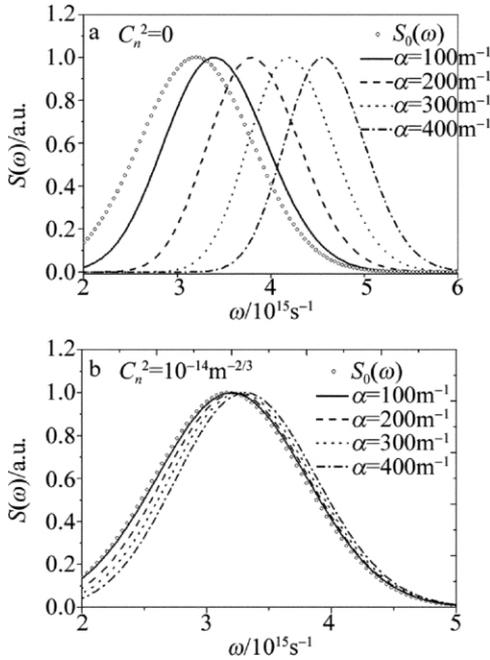


Fig. 2 Normalized on-axis spectra of  $J_0$ -correlated partially coherent flat-topped beam in turbulent atmosphere at different correlation lengths

间相干参量越大,蓝移量越大。这是因为空间相干参量越大,空间相干性越差,光谱位移量越大。随着空间相干参量逐渐减小,空间相干性逐渐变好,谱移量减小。当光束的空间相干性变得很好时,蓝移将会几乎消失。在湍流大气中,如图 2b 所示,不同相干参量的平顶光束的  $S(\omega)$  变化曲线均与源光谱  $S_0(\omega)$  曲线比较接近,即湍流大气使得光谱移动减小。

图 3a 和图 3b 中分别给出了在相同谱宽 ( $\Gamma = 0.6 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ )、折射率结构常数  $C_n^2$  分别取 0 和  $10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 、光束在不同中心频率情况下,轴点上归一化光谱  $S(\omega)$  的相对谱移。图 4a 和图 4b 给出了在相同中心频率 ( $\omega_0 = 3.2 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ) 的情况下,光束在不同谱宽情况下轴点上归一化光谱  $S(\omega)$  的变化曲线。

从图 3a 和图 4a 可以看出,在自由空间中光源的中心频率越小,光谱宽度越大,谱移量则越大。通过对归一化源光谱表达式进行定量分析就可以得出相同的结论。另外,光源的光谱宽度如果越窄,表示光源的单色性就越好,相干性也就越好,在传输中的谱移量也越小<sup>[5,14]</sup>。从图 3b 和图 4b 可以看出,在湍流大气中,不同中心频率和谱宽的平顶光束的  $S(\omega)$  变化曲线均与源光谱  $S_0(\omega)$  曲线相接近,即在湍流大气中光源参量对光束谱移的影响减小。

图 5a 和图 5b 中分别给出了在相干参量  $\alpha = 200 \text{ m}^{-1}$ 、传输距离  $z = 10 \text{ km}$ 、折射率结构常数  $C_n^2$  分别取 0 和  $10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$  条件下的归一化光谱  $S(\omega)$  的变化曲线。从图 5a 中可以看出,在自由空间中不同阶

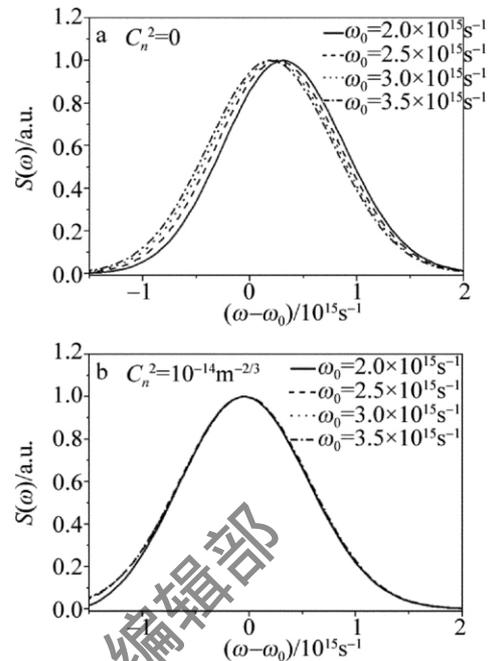


Fig. 3 Normalized on-axis spectra of  $J_0$ -correlated partially coherent flat-topped beam in turbulent atmosphere at different central frequencies

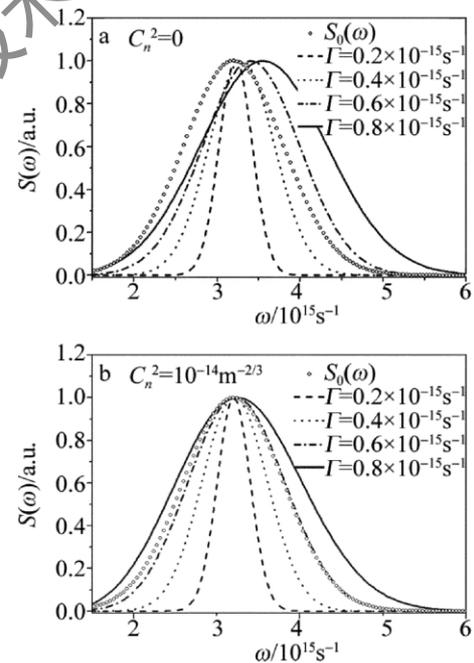


Fig. 4 Normalized on-axis spectra of  $J_0$ -correlated partially coherent flat-topped beam in turbulent atmosphere at different spectral width

数  $N$  的部分相干平顶光束的轴上光谱均出现蓝移,且蓝移量随着阶数的增大而增大。产生这种现象的原因是由于阶数越高代表叠加的子光束越多,光束的空间相干性越差,而相干性越差的光束谱移量越大,该现象与图 2 中的结论相一致。在湍流大气中,如图 5b 所示,不同  $N$  的平顶光束的  $S(\omega)$  变化曲线均与源光谱  $S_0(\omega)$  曲线相接近,即在湍流大气中平顶阶数对光谱特性的影响减小。

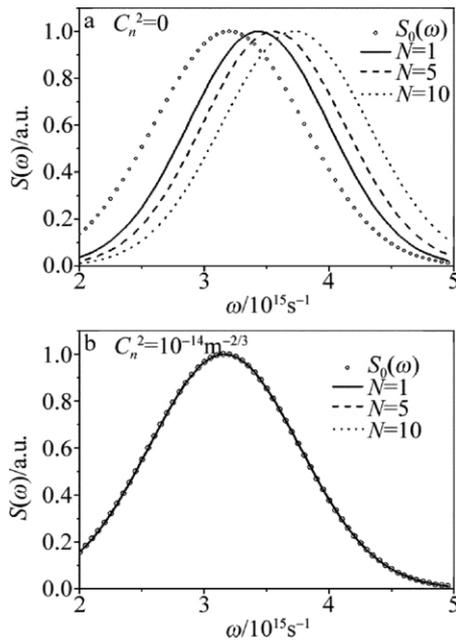


Fig. 5 Normalized on-axis spectra of  $J_0$ -correlated partially coherent flat-topped beam (for different values of  $N$ ) for different structure constants

### 3 结论

从广义惠更斯-菲涅耳原理出发,导出了  $J_0$  相关部分相干平顶光束在湍流大气中的光谱传输方程。分析了光源参量、平顶光束的阶数,以及大气折射率结构常数对光谱特性的影响。研究表明,湍流大气中能减小光束的谱移量,强度越强,谱移量越小。光源的中心频率、光谱宽度、相干参量对谱移量影响较大。光源的谱宽越窄,谱移量越小;光源的中心频率越小,谱移量越大;光源的相干参量越小,谱移量越小。这些结果对光束在大气中传输的光谱分析提供了有意义的参考。

#### 参考文献

[1] JI X L, LÜ B D. Effect of turbulence on the spectral shift of partially

coherent light[J]. Chinese Journal of Lasers, 2005, 32(4): 506-510 (in Chinese).

- [2] JI X L, ZHANG E T, LÜ B D. Changes in the spectrum Gaussian Schell model beams propagating through turbulent atmosphere [J]. Optics Communications, 2006, 259(1): 1-6.
- [3] JI X L, LÜ B D. Spectral splitting of partially coherent light propagating in free space [J]. Laser Technology, 2005, 29(1): 56-58 (in Chinese).
- [4] JI X L, ZHANG E T, LÜ B D. Changes in the spectrum and polarization of polychromatic partially coherent electromagnetic beams in the turbulent atmosphere [J]. Optics Communications, 2007, 275(2): 292-300.
- [5] ZHANG Y, WEN Q, ZHANG B. The spectral properties of partially coherent flat-topped light beams propagating in linear gain or loss media [J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(9): 4962-4967 (in Chinese).
- [6] CANG J, ZHANG Y X. The propagation properties of  $J_0$ -correlated partially coherent beams in the slant atmosphere [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(4): 57-60 (in Chinese).
- [7] WANG T, PU J X. Propagation of Bessel-correlated partially coherent hollow beams in the turbulent atmosphere [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(11): 6754-6759 (in Chinese).
- [8] LI Y J. Light beam with flat-topped profiles [J]. Optics Letters, 2002, 27(12): 1007-1009.
- [9] LI Y J. Flat-topped light beam with non-circular cross-sections [J]. Journal of Modern Optics, 2003, 50(13): 1957-1966.
- [10] LI Y J. New expressions for flat-topped beams [J]. Optics Communications, 2002, 206(4): 225-234.
- [11] JI X L, CHEN X W. Changes in the polarization, the coherence and the spectrum of partially coherent electromagnetic Hermite-Gaussian beams in turbulence [J]. Optics & Laser Technology, 2009, 41(2): 165-171.
- [12] WANG H Y, LI X Y. Changes in the spectrum of twist anisotropic Gaussian Schell-model beams propagating through turbulent atmosphere [J]. Optics Communications, 2008, 281(9): 2337-2341.
- [13] JI X L, ZHANG T, CHEN X W, et al. Spectral properties of flat-topped beams propagating through atmospheric turbulence [J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(1): 12-16 (in Chinese).
- [14] PAN L L, ZHANG B, PAN P P. Spectral shift of partially coherent rectangular array beams in free space [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2010, 22(7): 1473-1478 (in Chinese).