

文章编号: 1001-3806(2012)03-0382-04

## 可见光下3维针孔的衍射波面分析

王瑞林<sup>1,2</sup> 邢廷文<sup>1\*</sup> 谢伟民<sup>1</sup>

(1. 中国科学院光电技术研究所, 成都 610209; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要:** 针孔是相移点衍射干涉仪中的关键元件。为了探究针孔的尺寸、制造针孔的材料以及材料的厚度对衍射波面质量的影响, 确定点衍射干涉仪的测量精度, 采用时域有限差分法分析获得了近场数据, 并利用瑞利-索末菲矢量衍射理论将近场数据外推得到远场数据, 通过远场处理数据分别对 TM 和 TE 偏振光入射针孔时, 针孔的大小、材料以及材料厚度对衍射波波面质量的影响进行了理论分析和仿真模拟, 得到了相应变化曲线图。结果表明, 若要获得理想的球面波, 材料厚度不能低于 300nm, 适当的孔径尺寸可以降低衍射波面误差; 当孔径为 300nm 左右时, 波面的均方根误差可达到  $\lambda/1000$  ( $\lambda = 632.8\text{nm}$ )。这一结果对相移点衍射干涉仪的设计和应用是有帮助的。

**关键词:** 物理光学; 衍射波面; 时域有限差分法; 矢量衍射理论

中图分类号: O436.1; TN247

文献标识码: A

doi: 10.3969/j.issn.1001-3806.2012.03.025

### Analysis of diffractive wave-front of 3-D pinhole under visible light

WANG Rui-lin<sup>1,2</sup>, XING Ting-wen<sup>1</sup>, XIE Wei-min<sup>1</sup>

(1. Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China; 2. Graduate University, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** A pinhole is one of the key components in a phase-shifting point diffraction interferometer (PS-PDI). In order to study the effect of the size of pinhole, material of pinhole and thickness of material on the quality of diffraction wave-front, and determine the measurement accuracy of the PS-PDI, near-field data was obtained by means of the finite-difference time-domain method, and then the data of far field based on Rayleigh-Sommerfeld vector diffraction theory could be acquired from near field data. The quality of diffractive wave-front was analyzed under the uniform incident light with TE and TM polarization, and the corresponding curve was achieved. The results show that in order to obtain perfect wave-front, the thickness of material should not be less than 300nm. Appropriate aperture size can reduce the error of wave-front. When the size of pinhole is 300nm, the root mean square wave-front error is below  $\lambda/1000$  ( $\lambda = 632.8\text{nm}$ ). It is of great help to design and application of a PS-PDI.

**Key words:** physical optics; diffractive wave-front; finite difference time domain; vector diffraction theory

## 引言

随着光学加工精度的提高,对光学检测技术提出了更高的要求。现有干涉仪主要采用标准透镜作为参考,这对高精度检测有了一定的限制。为了克服这种困难,点衍射干涉仪的出现解决了这一难题。

点衍射干涉仪是<sup>[1]</sup>在1972年由SMARTT和STRONG发明的,主要是采用针孔产生接近理想的衍射波前,与被检波前干涉形成条纹,以检测被检波面的质量。因此,如果小孔加工精度不够,就会限制干涉仪的检测精度。要想制造出满足要求的针孔,就需要对小孔的加工误差以及小孔的自身误差进行严格的仿真

和分析<sup>[2-4]</sup>。

MA等人研究了标量情况的衍射波面误差<sup>[5]</sup>,但是传统的标量衍射理论在针孔尺寸接近光波波长时不再适用,因此,必须采取严格的矢量衍射理论进行分析。LAI等人对圆孔衍射的衍射波能量进行了分析<sup>[6]</sup>。LU等人采用矢量理论对极紫外波段下的3维小孔进行了分析<sup>[7]</sup>。作者主要采用时域有限差分(finite difference time domain, FDTD)的方法<sup>[8-10]</sup>,并用矢量衍射理论完成近场到远场的推算过程<sup>[11]</sup>,然后对远场波面进行Zernike拟合<sup>[12-14]</sup>。

## 1 FDTD法的基本原理

电磁场的传播问题可以通过麦克斯韦方程组进行严格计算。麦克斯韦方程组可以写成积分形式,也可以写成微分形式。FDTD法就是由微分形式的麦克斯韦旋度方程进行差分离散得到时域推进的公式<sup>[7]</sup>。FDTD算法最典型的模型就是如图1所示的Yee元

作者简介: 王瑞林(1986-),男,硕士研究生,从事光学检测方面的研究。

\* 通讯联系人。E-mail: xingtww@ioe.ac.cn

收稿日期: 2011-10-14; 收到修改稿日期: 2011-11-08

胞。Yee 元胞是一个棱长(空间步长)为  $l$  的立方体。图 1 中表示出在一个元胞内,电磁场的电矢量和磁矢量在各个节点的排布情况,这种空间排布满足法拉第感应定律和安培环路定律,进而通过求解麦克斯韦方程组的差分方程求出电磁场的分布情况。并且,电场和磁场在时间顺序是交替抽样,彼此之间相差半个时间步长,从而可以在时间上迭代求解电磁场的分布。

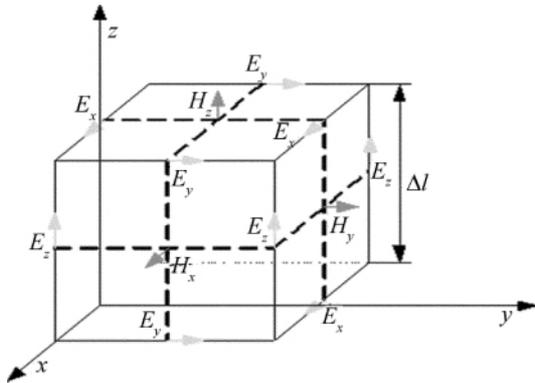


Fig. 1 Yee cell of FDTD

在直角坐标系中,结合介质中的物质方程麦克斯韦方程组表示成微分形式:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z \\ \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} - \sigma_m H_x \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} - \sigma_m H_y \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} - \sigma_m H_z \end{cases} \quad (2)$$

式中  $E_x$ 、 $E_y$  和  $E_z$  分别表示电场的  $x$ 、 $y$  和  $z$  分量;  $H_x$ 、 $H_y$  和  $H_z$  分别表示磁场的  $x$ 、 $y$  和  $z$  分量;  $\varepsilon$ 、 $\mu$  分别称为介电常数和磁导常数,  $\sigma$  是电导率,  $\sigma_m$  是磁导率。

FDTD 中表示对麦克斯韦方程组的差分离散基本思想为:在直角坐标系中的 6 个方程沿 3 个坐标轴划分很多网格单元,每个单元长度作为空间变量,相应地得出时间变量,用有限差分式表示关于场分量对空间和时间变量的微分。用  $\Delta x$ 、 $\Delta y$  和  $\Delta z$  表示单元沿 3 个轴向的长度,  $\Delta t$  表示时间增量。网格的顶点坐标可记为:  $(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$ , 任一空间和时间的函数可表示为:

$$F_n(i, j, k) = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) \quad (3)$$

式中  $n$  表时间步长。任一点对时间和空间的有限差分可表示为:

$$\begin{cases} \frac{\partial F_n(i, j, k)}{\partial x} = \frac{F_n(i + \frac{1}{2}, j, k) - F_n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta x} \\ \frac{\partial F_n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{F_{n+1/2}(i, j, k) - F_{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} \end{cases} \quad (4)$$

## 2 仿真分析方法及模型

模型建立如图 2 所示。图中, 1 为玻璃平板, 2 为针孔材料, 3 为针孔, 4 为针孔在远场的衍射波前。入射光波经玻璃平板后, 在针孔处发生衍射, 形成近场光波, 然后根据矢量瑞利-索莫非衍射理论, 将近场光波外推到远场, 形成远场波前, 进而进行误差分析。

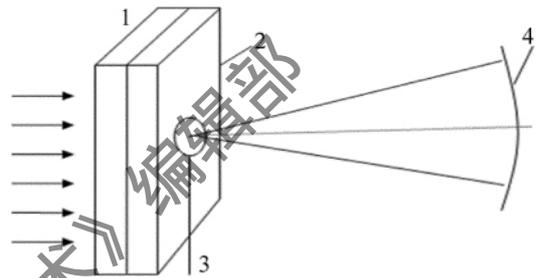


Fig. 2 Model of pinhole diffraction

算法流程主要分为 3 步。第 1 步, 设置入射光波类型、针孔大小和材料, 并用 FDTD 法计算针孔衍射的近场数据; 第 2 步, 将近场数据用矢量瑞利-索莫非衍射理论外推到远场; 第 3 步, 对远场波面进行 Zernike 拟合, 并去除波面的平移、倾斜和离焦, 然后计算衍射波面误差的峰谷 (peak-to-valley, PV) 值和均方根 (root mean square, RMS) 值。

模型中主要采用可见光 ( $\lambda = 632.8\text{nm}$ ), 分别计算当 TM 波、TE 波入射不同针孔尺寸、材料和材料厚度的针孔时, 衍射波波面误差的 PV 值和 RMS 值。

## 3 仿真结果分析

### 3.1 针孔尺寸对衍射波质量的影响

针孔的尺寸严重影响衍射波面的质量, 当孔径较大时, 可以采用标量衍射理论近似计算, 当孔径过小时, 必须使用矢量衍射理论进行严格分析。这里分别计算孔径直径尺寸从 50nm 到 800nm, 步长为 50nm 的衍射波波面质量。图 3a 和图 3b 分别表示不同直径针孔与衍射波面误差的 PV 值和 RMS 值的关系。从图中可知: 球面误差随孔径单调变化, 当孔径较小时, 误差随孔径的减小逐渐增大, 这和孔径的传播模式有关; TM 偏振和 TE 偏振的 RMS 值大致相同。从图 3a 中可以看出, 当数值孔径  $d_{NA} = 0.4$  时, 孔径直径在 300nm 左右, PV 值能取得最小值。当  $d_{NA} = 0.2$  时, PV 值能达到  $\lambda/100$ , 且对于 TE 和 TM 模式最低点有轻微的差别。在图 3b 中可以看出,  $d_{NA}$  减小时, RMS 值减

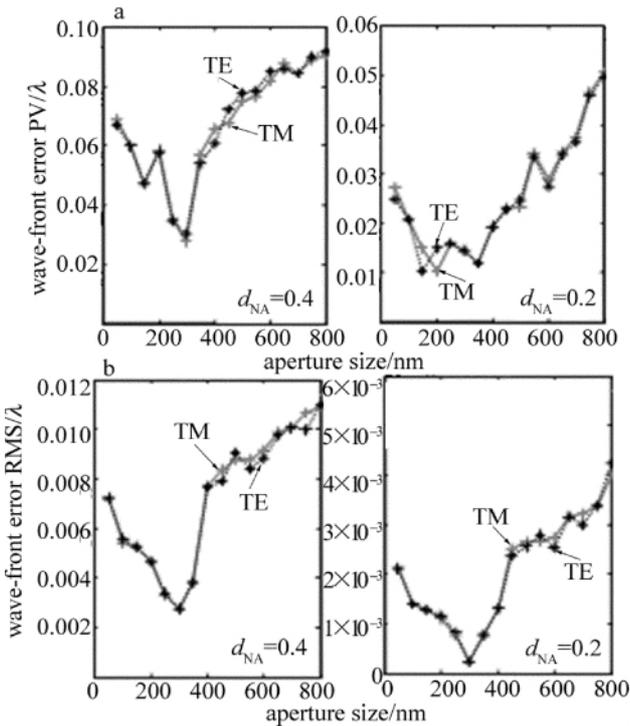


Fig. 3 a—relation between wave-front error PV and aperture size b—relation between wave-front error RMS and aperture size

小,但总体变化趋势大致相同,对于 TE 和 TM 两种模式,在针孔直径很小时,两者几乎相同;当直径增到 500nm 左右时,两种模式的 RMS 值会出现微小变化。当  $d_{NA}=0.4$  时,RMS 最小可达到 0.000254λ。

由图 3 的曲线可知,理论上,孔径越小衍射波的波面误差应该越小,但是实际的计算结果不是单调变化,这是由于当孔径非常小时,针孔除了起到滤波的作用外,还具有光波导的作用,因此,随着孔径逐渐减小,衍射波面误差增大。随着孔径的增大,针孔能够传播的模式增多,因此,孔径较小时,TE 波和 TM 波的衍射波面大致相同,当孔径增大时,衍射波面的误差会出现微小的变化。

### 3.2 针孔材料厚度对衍射波质量的影响

针孔材料厚度对衍射波面的质量也起着至关重要的作用。理论上分析,材料厚度过小,将会有光透过并发生干涉,从而增加衍射波面的误差;厚度过大,会使得衍射波光强度降低。因此,选取适当的材料厚度对获取理想球面波也有一定的帮助。由于计算量过大,本文中仅选取了材料厚度从 30nm 到 400nm 之间的变化仿真。图 4a 和图 4b 中分别给出孔径直径为 300nm 时不同材料厚度的衍射波面误差的 PV 值和 RMS 值。结果表明,随着数值孔径的降低,衍射波面的误差曲线变化较大。对于 TM 偏振和 TE 偏振的光波,衍射波面误差的 PV 值变化不大,RMS 值基本一致。由图 4a 可以看出:当  $d_{NA}=0.4$  时,衍射波面误差的 PV 值随材料厚度的变化不是很明显;当  $d_{NA}=0.2$ 、

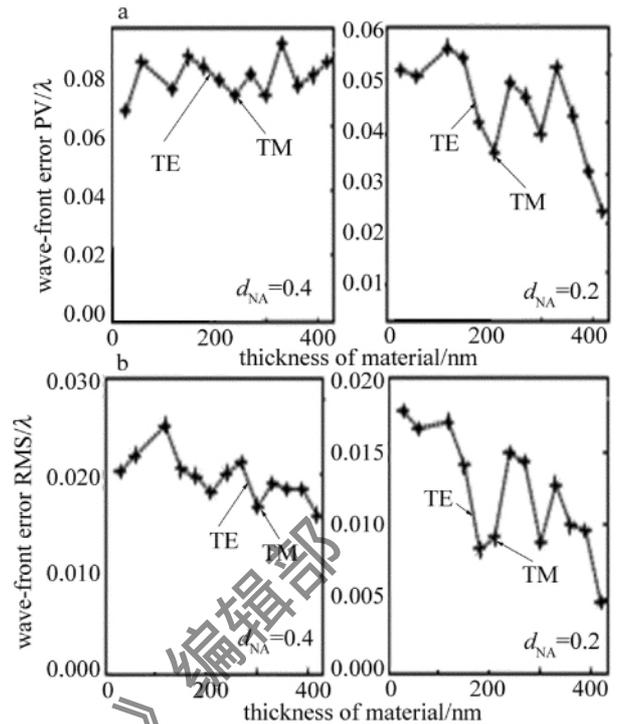


Fig. 4 a—relation between wave-front error PV and thickness of material b—relation between wave-front error RMS and thickness of material

材料厚度在 300nm 左右时,衍射波面误差 PV 值随着厚度的增加而下降。由图 4b 可知:衍射波面误差的 RMS 值随材料厚度的增加逐渐减小,但变化趋势不是很大。由仿真结果可以看出,当材料厚度为 300nm 以上时,衍射波波面误差 RMS 较小,PV 变化不大。因此,要想获得较为理想的球面波,材料的厚度应控制在 300nm 以上。

不同的数值孔径计算的结果变化曲线有所不同,可见当使用衍射波面的大数值孔径时,基底材料厚度对衍射波面的影响不是很大,如果使用衍射波面的很小一部分,不同的厚度就会产生不一样的波面误差。可以看出,在孔径对衍射波面影响的计算中,当孔径在 300nm 左右时,对于 TE 和 TM 入射波而言,衍射波面的误差几乎完全一样,只有当孔径增大到一定程度时,两种振动模式的衍射波面才会出现差异。同时也说明在孔径为 300nm 左右时,入射光偏振态的变化对衍射波的波面质量影响不大。由于针孔直径在 300nm 左右时,衍射波面误差出现最小值,故本节中只计算了此时材料厚度对衍射波波面质量的影响。针孔孔径和材料厚度同时作用时对衍射波的影响仍需进一步仿真计算。

### 3.3 针孔制作材料类型对衍射波质量的影响

不同材料制作的小孔衍射波的波面质量变化也较大,选择合适的材料既能改善针孔的加工误差,又能降低针孔衍射波的波面误差。仿真模型中分别选取绝缘体(氟化锂(LiF)、氯化钠(NaCl)),半导体(锗(Ge)、

磷化镓(GaP)、砷化镓(GaAs)和导体(铝(Al)、铜(Cu)、完美电导体(perfect electric conductor, PEC))介质,针对不同的介质材料计算衍射波波面误差的PV值和RMS值。图5a和图5b中给出这几种材料在厚度为300nm、针孔直径在300nm时衍射波波面误差的PV值和RMS值。结果表明,不同类型的材料由于其介电常数不同,电磁波在这些材料制成的针孔中衍射时就会产生不同的偏差。对于绝缘体材料,衍射波的波面误差较大;对于半导体材料,衍射波波面误差对于不同的材料变化不大;对于金属材料,不同的材料衍射波波面变化较大。图5a中可以看出,当 $d_{NA}=0.4$ 时,除金属铝外,其余材料衍射波波面的误差PV值对于TE和TM两种模式基本相同;当 $d_{NA}=0.2$ 时,半导体材料GaP的PV误差对于两种模式变化较大。由图5b中可知,金属材料的衍射波波面误差RMS值最小,其中PEC材料的衍射波波面误差PV值可达到0.0026 $\lambda$ 。

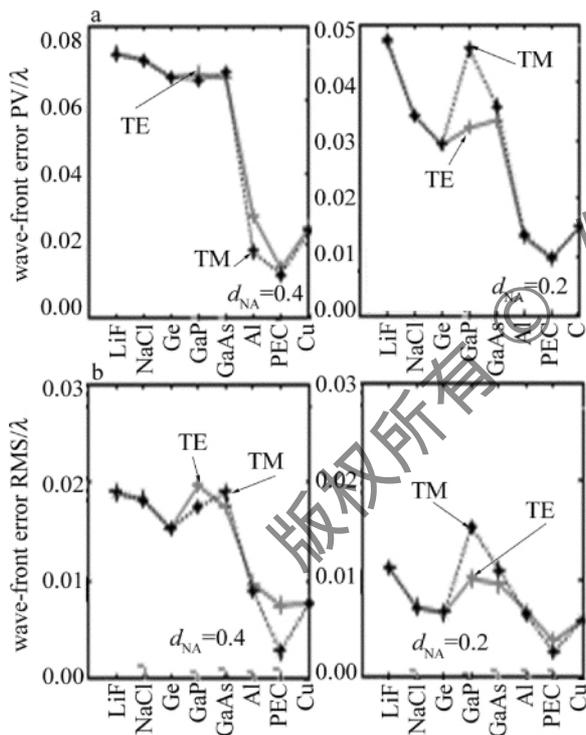


Fig. 5 a—relation between wave-front error PV and various material of pinhole b—relation between wave-front error RMS and various material of pinhole

## 4 结论

基于FDTD算法的矢量衍射理论,分别分析了可见光( $\lambda=632.8\text{nm}$ )下TE偏振和TM偏振入射针孔时衍射波的波面质量,针对针孔尺寸、材料厚度和材料种类建立了仿真模型。仿真模型中使用的材料均为半导

体材料。分析结果可知,要想得到较为理想的球面波,针孔的尺寸应控制在300nm左右,厚度不应小于150nm,此时对于数值孔径为0.2的衍射波,波面误差RMS可接近 $\lambda/1000$ 。对于不同类型的材料,衍射波面误差差异较大,不宜选择绝缘介质作为针孔制作的材料,可以选择金属材料作为制作材料,例如对于光波入射时可以看作完美电导体的材料。本文中对针孔衍射主要采用的是半导体材料,对于金属材料的针孔,需对特定的材料进行进一步的分析计算。

## 参考文献

- [1] SMARTT R N, STRONG J. Point diffraction interferometer[J]. Journal of the Optical Society of America, 1972, 62: 737-742.
- [2] OTAKI K, ZHU Y, ISHII M, *et al.* Rigorous wavefront analysis of the visible-light point diffraction interferometer for EUVL[J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5193: 182-190.
- [3] GAO F, JIANG Z D, LI B. Diffraction wavefront analysis of point diffraction interferometer for measurement of aspherical surface[J]. Proceedings of SPIE, 2010, 7656: 1-8.
- [4] TSOY V I, MELNIKOV L A. Diffraction by extremely small holes in thin absorbing and transparent screens and by disks[J]. Optics Communications, 2008, 281(8): 1935-1940.
- [5] MA Q, LIU W Q, LI X B, *et al.* Analysis of diffraction wavefront error in point diffraction interferometer[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(12): 2321-2324 (in Chinese).
- [6] LAI Ch W, DENG X J, WANG G A, *et al.* Energy transmission of nonparaxial vector diffraction beam[J]. Laser Technology, 2009, 33(4): 446-448 (in Chinese).
- [7] LU Z X, JIN C S, ZHANG L C, *et al.* Wavefront quality analysis of three dimension pinhole vector diffractive in extreme ultraviolet region[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(10): 2849-2854 (in Chinese).
- [8] GE D B, YAN Y B. Finite difference time domain method for electromagnetic wave[M]. Xi'an: Xi'an University Press, 2005: 11-34 (in Chinese).
- [9] JUN S Y, ATSUSHI Y, TAKANORI M, *et al.* A finite-difference time-domain beam-propagation method for TE and TM wave analyses[J]. Journal of Lightwave Technology, 2003, 21(7): 1709-1715.
- [10] MASOUDI H M, ALSUNAIDI M A, ARNOID J M. Time-domain finite-difference beam propagation method[J]. Photonics Technology Letters, 1999, 11(10): 1274-1276.
- [11] JOHN D J. Classical electrodynamics[M]. Beijing: People's Education Press, 1978: 481-500 (in Chinese).
- [12] YANG J W, HUANG Q L, HAN Y M. Application and simulation in fitting optical surface with Zernike polynomial[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2010, 31(5): 49-55 (in Chinese).
- [13] ZHANG W, LIU J F, LONG F N, *et al.* Study on wavefront fitting using Zernike polynomials[J]. Optical Technique, 2005, 31(5): 675-678 (in Chinese).
- [14] HUI M, NIU H B. A method of wavefront data fitting using Zernike polynomials[J]. Acta Optica Sinica, 1999, 28(12): 1113-1116 (in Chinese).