文章编号: 1001-3806(2012)01-0107-04

# Compton 散射下磁化等离子体光子晶体光子带隙特性

## 郝晓飞 李虎勇 郝东山

(黄淮学院 信息工程学院 驻马店 463000)

摘要:为了研究多光子非线性 Compton 散射对横向磁光效应磁化等离子体光子晶体光子带隙特性的影响,采用多 光子非线性 Compton 散射模型和时域有限差分法进行了理论分析和实验验证,取得了关于晶体色散和调制不稳定性、光 子带宽变化的重要数据,并提出了将入射光和 Compton 散射光作为磁化等离子体光子晶体色散的新机制。结果表明, Compton 散射使等离子体色散增强,耦合电磁波通带变窄、阻带变宽,有效地降低了电磁波传输中的交叉相位调制的不 稳定性,频率低于等离子体频率的电磁波在等离子体中的传播几率减小。

关键词:非线性光学;光子带隙;时域有限差分法;等离子体光子晶体;磁光效应;多光子非线性;Compton 散射 中图分类号: 0437;053 文献标识码: A **doi**: 10. 3969/j. issn. 1001-3806. 2012 01. 027

# Photonic band gap properties of magnetized plasma photonic crystals under Compton scattering

HAO Xiao-fei LI Hu-yong HAO Dong-shan

( Department of Information Engineering , Huanghuai University , Zhumadian 463000 , China)

**Abstract**: For studying effect of multi-photon nonlinear Compton scattering on photonic band gap properties of magnetized plasma photonic crystals under the transverse magneto-optical effect, it was analyzed based on the multi-photon nonlinear Compton scattering model and finite difference time domain algorithm. Some important data on the crystal dispersion and modulation instability and photonic band width were obtained. A new dispersion mechanism of magnetized plasma photonic crystals formed by incident light and scattered optical was put forward. The results show that the plasma dispersion can be increased by the multi-photon nonlinear Compton scattering, and the narrower conduct band of electromagnetic wave and wider forbidden band than before Compton scattering are formed, therefore, the instability of the cross phase modulation in electromagnetic wave propagation is decreased, and that the propagation probability of electromagnetic wave is decreased at lower frequency than plasma.

Key words: nonlinear optics; photonic band gap; finite difference time domain method; plasma photonic crystal; magnetooptical effect; multi-photon nonlinear; Compton scattering

引 言

2003 年 HOJO 等人提出等离子体光子晶体概念 (plasma photonics crystals, PPCs)<sup>[1]</sup>,由于这种晶体具 有特殊的带隙结构和色散特性,因此引起了人们高度 关注和深入研究。2004 年,LI 等人用解析法给出了电 磁波在1 维 PPCs 中的传播特性和色散关系,发现该光 子晶体具有带隙结构<sup>[2-3]</sup>。2005 年,SAKAI 等人从理 论和实验上给出了 Gaussian 波在 PPCs 中的时域反射

基金项目:河南省基础与前沿技术研究计划资助项目 (092300410227)

作者简介:郝晓飞(1973),男,实验师,主要从事激光物 理与光纤通信基础理论研究。

E-mail: haodongshan1948@126.com 收稿日期:2011-04-24;收到修改稿日期:2011-05-16 和透射波形及其电磁反射系数和透射系数<sup>[4-5]</sup>,发现小 于等离子体频率的低频电磁波几乎被完全反射,而透 射电磁波的高频区出现类似一般光子晶体的光子带隙 射电磁波的高频区出现类似一般光子晶体的光子带隙 特性<sup>[6]</sup>。2006年,LIU等人用时域有限差分(finite difference time domain,FDTD)法,给出了PPCs中电磁 波的时域反射和透射波形及其反射和透射系数<sup>[7]</sup>。 2009年 ZHANG等得到了单一缺陷层1 维磁化 PPCs 中微分 Gaussian 脉冲的透射率,指出改变缺陷层位置 和周期常数不会影响缺陷模频率,改变缺陷层厚度可 增加缺陷模数,改变等离子体参量能影响缺陷模频率 和峰值<sup>[8]</sup>;讨论了非均匀 PPCs 的密度、温度和介电常 数比对光子带隙的影响<sup>[941]</sup>。2010年,LIU等人通过 外加磁场的法拉第磁光效应改变等离子体介电常数, 从而调节光子带隙结构,实现了低频电磁波在等离子 体中的传播<sup>[12]</sup>。应指出的是,以上研究都未考虑多光 子非线性 Compton 散射对离子体光子晶体中的影响。 实验指出,电磁波强度达到 10<sup>16</sup> W/cm<sup>2</sup> 数量级以上 时,非线性 Compton 效应开始显现<sup>[13]</sup>,可见,Compton 散射对 PPCs 的光子带隙的影响是不可忽略的。作者 应用 FDTD 算法,研究多光子非线性 Compton 散射和 外加与电磁波传播方向垂直磁场的变化对 PPCs 带隙 的影响。

### 1 等离子体光子晶体结构模型

外磁场垂直作用下,等离子体光子晶体结构如图 1 所示<sup>[10]</sup>:等离子体与电介质交叉均匀排列,其中晶 格常数  $d = a + b \ \alpha$  和  $\varepsilon_a$  分别为等离子体层厚度和介 电常数 b 和  $\varepsilon_b$  分别为介质层厚度和介电常数。



Fig. 1 Model of 1-D plasma photonic crystals in magnetic field

### 2 色散特性

若 PPCs 中发生多光子非线性 Compton 散射() 下简称散射) 则散射光子频率为<sup>[14]</sup>:

$$\omega_{s} = \frac{N\omega_{0}(1 + \beta_{0}\cos\theta_{0})(1 - \beta_{1}\cos\theta_{1})}{\xi^{2} + \frac{\xi N\hbar \omega_{0}(1 + \beta_{0}\cos\theta_{0})}{m_{0}c^{2}(1 - \cos\theta)^{-1}}}$$
(1)

$$\omega_{c} = \omega_{0} \begin{bmatrix} N(1 + \beta_{0}\cos\theta) (1 - \beta_{f}\cos\theta_{1}) & -1 \\ \xi^{2} + \frac{\xi N\hbar \omega_{0}(1 + \beta_{0}\cos\theta_{0})}{m_{0}c^{2}(1 - \cos\theta)^{-1}} \end{bmatrix} (2)$$

因磁化等离子体具有电各向异性,故外加与电磁波传 输方向垂直的磁场时,横向磁光效应使耦合波极化而 产生双折射:其中一束为耦合寻常波(o波),其电矢量 平行于磁场;另一束为耦合非寻常波(e波),其电矢量 垂直于磁场,且由耦合电磁波的部分纵向分量 *E*<sub>e</sub>和 横向分量 *E*<sub>e</sub>,组成混杂频率波。

设外加磁场沿 x 轴方向,耦合电磁波沿 z 轴方向, 如图1所示。因耦合 ο 波不受外加磁场作用,故其色 散可用波数表示为<sup>[6]</sup>:

$$\frac{k_o^2 c^2}{\omega_c^2} + \frac{2k_o \Delta k_o c^2}{\omega_c^2} \approx \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_c^2}\right) - 2 \frac{\omega_p \Delta \omega_p}{\omega_c^2} \quad (3)$$

式中  $k_{e,p} = k_o + \Delta k_o$  为耦合 o 波波数  $k_o$  和  $\Delta k_o$  分别为 散射前 o 波波数及其增量;  $\omega_{e,p} = \omega_p + \Delta \omega_p$  为等离子 体耦合频率  $\omega_p$  和  $\Delta \omega_p$  分别为等离子体固有频率及其 增量; (3) 式等号两端第 2 项组成的方程为 o 波色散 增量满足的方程 (3) 式中忽略了分子中的  $\Delta^2$  项(以 下均如此)。可见 散射使 o 波色散增强。对于耦合 e 波 其色散可用波数表示为<sup>[6]</sup>:

$$\omega_{\rm e}^{2} k_{\rm e}^{2} - \frac{2k_{\rm e}c_{\rm e}(k_{\rm e}\Delta v_{\rm e} - c_{\rm e}\Delta k_{\rm e})}{\omega_{\rm e}^{2}} \approx \left[1 - \frac{\omega_{\rm p}^{2}(\omega_{\rm 0}^{2} - \omega_{\rm p}^{2})}{\omega_{\rm e}^{2}(\omega_{\rm e}^{2} - \omega_{\rm h}^{2})}\right] - 2 \times \omega_{\rm p}\Delta\omega_{\rm p}(\omega_{\rm 0}^{2} - \omega_{\rm p}^{2}) + \omega_{\rm p}^{2}(\omega_{\rm 0}\Delta\omega_{\rm 0} - \omega_{\rm p}\Delta\omega_{\rm p}) - \omega_{\rm e}^{2}(\omega_{\rm e}^{2} - \omega_{\rm e}^{2})\right]$$
(4)

式中  $\omega_h$  为散射前 e 波上杂化频率; 等号两端第 1 项 和第 2 项组成的方程分别为散射前 e 波色散关系及其 增量满足的方程;  $c_{e,e} = c_e - \Delta c_e$  和  $k_{e,e} = k_e + \Delta k_e$  分别 为耦合 e 波速率和波数  $c_e$  和  $-\Delta c_e$  分别为耦合 e 波 散射前的速率及其增量  $k_e$  和  $\Delta k_e$  分别为散射前 e 波 波数及其增量;  $\omega_{e,h}^2 \approx \omega_p^2 + 2\omega_p \Delta \omega_p + \omega_b^2 \omega_b = eB/m_0$ 和 *B* 分别为 e 波上杂化耦合频率、电子回旋频率和外 加磁场。可见 Compton 散射亦使 e 波色散增强。

由耦合 e 波折射率  $n_{e,e} = c_{e,e}^2 k_{e,e}^2 / \omega_e^2$  可知  $k_{e,e} = 0$  时,等离子体中出现截止;  $k_{e,e} = \infty$  时,等离子体中发生共振。电磁波通过  $\omega_{\rm b}$  和  $\omega_{\rm p}$  变化区域时,可能被反射或吸收。 $k_{e,e} = \infty$  时,由(4) 式得:

 $\omega_{c} = \omega_{c,h} \approx (\omega_{p}^{2} + 2\omega_{p}\Delta\omega_{p} + \omega_{b}^{2})^{1/2}$  (5) 即耦合频率接近共振频率时,其相速和群速趋于0,波 能量转化为上杂化振荡。 $k_{c,e} = 0$ 时,则有:

$$\omega_{p}^{2} (\omega_{0}^{2} - \omega_{p}^{2}) - 2 \times \omega_{p}^{2} (\omega_{c}^{2} - \omega_{h}^{2}) - 2 \times \omega_{p} \Delta \omega_{p} (\omega_{0}^{2} - \omega_{p}^{2}) + \omega_{p}^{2} (\omega_{0} \Delta \omega_{0} - \omega_{p} \Delta \omega_{p}) = 1$$
$$\omega_{c}^{2} (\omega_{c}^{2} - \omega_{c,h}^{2}) \qquad (6)$$

对(6) 式化简后得:

$$\omega_{0}^{2} \mp \frac{\omega_{b}}{\omega_{0}^{-1}} - \omega_{p}^{2} + \left( \mp \frac{\Delta\omega_{0}}{\omega_{b}^{-1}} + \frac{2\Delta\omega_{0}}{\omega_{0}^{-1}} - \frac{2\Delta\omega_{p}}{\omega_{p}^{-1}} \right) = 0$$
(7)

与散射前相比 (7) 式等号左端括号中的项与右端组 成的方程为散射引起的修正方程。解(7) 式得:

$$\omega_{0\,i} + \Delta \omega_{0\,i} \approx \frac{1}{2} \left( \sqrt{\omega_{\rm b}}^2 + 4\omega_{\rm p}^2 \pm \omega_{\rm b} \right) + \frac{2}{2} \sqrt{\Delta \omega_{\rm b}} \qquad (8)$$

式中  $\omega_{c,i} = \omega_{0,i} + \Delta \omega_{0,i}$  (*i* = r l) 分别为耦合波右旋和 左旋截止效应;  $\omega_{0,i}$ 和  $\Delta\omega_{0,i}$ 分别为入射波右旋和左旋 截止效应及其增量;等号两端第2项组成的方程为  $\Delta \omega_{0,i}$ 满足的方程。图 2 为耦合 o 波和 e 波色散曲线。 其中实线为耦合 o 波色散曲线,长粗虚线、点虚线、点 划虚线分别为 e 波在 ω<sub>b</sub> 为 0.5ω<sub>e</sub>, 1.6ω<sub>e</sub>, 和 2.6ω<sub>e</sub> 时的色散曲线。由图2可知:(1)。波色散与外磁场无 关 与散射有关 其传播特性与非磁化等离子体相同 , 但散射使 o 波色散加剧 其色散曲线较散射前下移 /当  $\omega_{e}/\omega_{e} > 1$ 时,耦合波数  $k_{e}$ 为实数,电磁波可通过,形 成通带;  $\omega_c / \omega_{c,p} < 1$  时  $k_c$  为虚数 ,电磁波被等离子体 完全反射,形成阻带;散射使。波通带变窄阻带变宽; (2) e 波色散随外磁场变化而变化。在  $\omega_{e}/\omega_{e} > \omega_{e}$ 和 $\omega_{c_1} < \omega_c / \omega_{c_p} < \omega_{c_r}$ 频率范围时 $\rho_{c_p}^2 k_{c_p}^2 / \omega_c^2 > 0$ 使 e 波通过,形成通带;  $\omega_c / \omega_{c,p} < \omega_{c,l}$ 和  $\omega_{c,h} < \omega_c / \omega_{c,p} < \omega_{c,p}$  $\omega_{c_x}$ 时  $\rho_{c_x}^2 k_{c_x}^2 / \omega_c^2 < 0$ ,使e 波截止,形成禁带,且散 射亦使 e 波通带变窄阻带变宽。





#### 3 数值模拟

取耦合等离子体参量为 $\omega_{e,p} = 6\pi \text{grd/s}, \omega_p = 5.9\pi \text{grd/s}, \Delta\omega_p = 0.1\pi \text{grd/s}; 碰撞频率} \omega_e = 20\pi \text{GHz}, \omega_0 = 18\pi \text{GHz} \Delta\omega_0 = 2\pi \text{GHz}; 电子回旋频率} \omega_b = 1.6\omega_p;$ 外加磁场强度 *B* = 0.172T。图3中给出了 PPCs 中耦合 o 波和 e 波的反射频谱(reflection coefficient RC)和透射频谱(transmission coefficient, TC))图3a中的虚线和实线分别为耦合 o 波的 RC 和 TC 图 3b 中的虚线和实线分别为耦合 e 波的 RC 和 TC。由图3 可知 散射提高了等离子体对电磁波的透射,为入射电磁波开辟多个通道,有效降低了交叉相位调制不稳定性。



图 4 中给出了外加不同磁场时 e 波的 RC 和 TC。 图 4a ~ 图 4c 是 B 分别为 0.054T ,0.127T 和 0.297T 的情况。可见 随着  $\omega_b$  增大 ,耦合 e 波光子带隙周期 比散射前向低频方向移动了近 0.5 个单位长度 ,带宽 增大近 0.4 个单位长度 ,通带向低频方向偏移近 0.7 个单位长度; 通带和阻带位置由外磁场决定 ,外磁场越



Fig. 4 Reflection and transmission of e wave when different exterior magnetic field

大,两带位置向低频方向移动越厉害。

#### 4 结 论

(1)耦合。波色散与外加磁场无关,但多光子非 线性 Compton 散射能使耦合。波色散加剧,通带变窄 阻带变宽,提高电磁波的透射,有利于电磁信号传输。
(2)耦合 e 波色散随外加磁场变化而变化,Compton 散射亦使 e 波通带变窄阻带变宽;带宽随电子回旋共振频率增大而发生更显著的变化,通带向低频方向偏移, 通带和阻带位置由外加磁场的大小决定。(3)多光子 非线性 Compton 散射能有效地降低电磁波在等离子体 光子晶体中传播时的交叉相位调制不稳定性。

#### 参考文献

- [1] HOJO H, AKIMOTO K, MASE A. Enhanced wave transmission in one-dimensional plasma photonic crystals [C]//Conference Digest on 28th International Conference Infrared and Millimeter Waves. Otsu, Japan: IEEE 2003: 347-348.
- [2] LI W , ZHANG H T , GONG M L , et al. Plasma photonics crystal[J]. Optical Technique 2004 30(3):263-266( in Chinese).
- [3] HOJO H, MASE A. Dispersion relation of electromagnetic wave in one-dimensional plasma photonic crystals [J]. Journal of Plasma and Fusion Research, 2004, 80(2):89-90.
- [4] SAKAI O, SAKAGUCHI T, ITO Y, et al. Interaction and control of millimetre-waves with micro plasma arrays [J]. Plasma Physics and Controlled Fusion, 2005, B47(12): B617-B627.
- [5] SAKAI O, SAKAGUCHI T, TACHIBABA K. Verification of a plasma photonic crystal for microwaves of millimeter wavelength range using two dimensional array of columnar micro plasmas [J]. Applied

#### (上接第79页)

心频率变高,当长轴沿入射源方向时、低频完全禁带消失,在高频段出现更宽禁带。该研究结果为2维光子 晶体的进一步应用奠定了理论基础。

#### 参考文献

- YABLONOVICH E. Inhibited spontaneous emission in solid state physics and electronics [J]. Physical Review Letters ,1987 ,58 (20): 2059-2062.
- [2] JOHN S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices [J]. Physical Review Letters ,1987 ,58 (23): 2486– 2489.
- [3] HWANG P J, LEE Y, KIM J. Super-lattice photonic band-gap single-cell operating in the lowest-order whispering gallery mode [J]. Physical Review Letters 2002 80(21): 3883-3885.
- [4] DAIL, JIANG C. Photonic crystal slow light waveguides with large delay-bandwidth product[J]. Applied Physics ,2009, B95(2):105-101.
- [5] JIN Y , HUANG Sh Y , CHEN X F , et al. Study on polarization properties of the photonic crystal defect mode [J]. Laser Technology , 2007 , 31(3):277-280( in Chinese).

Physics Letters , 2005 , 87(24): 241505/1-241505/3.

- [6] LIU Sh B , ZHU Ch X , YUAN N Ch. FDTD simulation for plasma photonic crystals [J]. Acta Physica Sinica ,2005 ,54(6):2804-2808 (in Chinese).
- [7] LIU Sh B , GU Ch Q , ZHOU J H *et al.* FDTD simulation for magnetized plasma photonic crystals [J]. Acta Physica Sinica , 2006 , 55 (3):1283-1288(in Chinese).
- [8] ZHANG H F ,MA L ,LIU Sh B. Defect mode properties of magnetized plasma photonic crystals [J]. Acta Physica Sinica , 2009 , 58 (2): 1071-1075( in Chinese).
- [9] LIU S , LIU Sh B. Analysis of photonic band gap in inhomogeneous plasma photonic crystals [J]. Nuclear Fusion and Plasma Physics , 2009 , 29(4): 365-369( in Chinese).
- [10] ZHANG H F. Effect of plasma temperature and density to the characteristic of band gap structure of magnetized plasma photonic crystals[J]. Laser Technology , 2009 , 33(4): 393-396( in Chinese) .
- [11] JIANG Y Y. Research on composite wide band gap of 2-D photonic crystal [J]. Laser Technology, 2009, 33 (6): 615-618 (in Chinese).
- [12] LIU S, LIU Sh B. Analysis of magnetized plasma photonic crystals on the basis of the faraday effect by finite-difference time- domain method [J]. Nuclear Fusion and Plasma Physics, 2010, 30(3): 225-229 (in Chinese).
- [13] KONG Q , ZHU L J , WABG J X *et al.* Electron dynamics in the extra-intense stationary laser field [J]. Acta Physica Sinica , 1999 , 48 (4): 650-660( in Chinese) .
- HAO X F ,YAO Q G , HAO D Sh. Influence of Compton scattering on the relation between laser energy and photo-acoustic signal intensity in solid [J]. Nuclear Fusion and Plasma Physics , 2010 , 30 (2): 127-130 (in Chinese).
- [6] ZHAN Y , LI X Z , ZHENG Y. Analysis of dispersion characteristics of photonic crystal fibers [J]. Laser Technology 2009 33(1): 24-26 (in Chinese).
- [7] KURT H. The directional emission sensitivity of photonic crystal waveguides to air hole removal [J]. Applied Physics 2009 ,B95(2): 341-344.
- [8] MORRISON S K , KLVSHAR Y S. Observation of enhanced beaming from photonic crystal waveguides [J]. Applied Physics ,2009 ,B94 (3):149-153.
- [9] FU K C , SANTORI C , STANLEY C , et al. Coherent population trapping of electron spins in a high-purity n-type gaAs semiconductor [J]. Physical Review Letters 2005 95(18):187405/1-187405/5.
- [10] QIU M, JASKORZYNSKA B, SWILLO M, et al. Time-domain 2-D modeling of slab waveguide based photonic crystal devices in the presence of out of plane radiation losses [J]. Microwave and Optical Technology Letters 2002 34(5):387-393.
- [11] YAN M B , ZHOU P , WANG H L. Numerical analysis of transmission properties of SiO<sub>2</sub>/Si photonic crystal [J]. Laser Technology , 2009 33(1):49-52( in Chinese).