

文章编号: 1001-3806(2011)06-0837-04

云雨滴边界衍射的理论推导及数值模拟

岑家生^{1,2,3}, 王青梅^{2*}, 罗晖¹, 吴强²

(1. 国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 长沙 410073; 2. 北京航空气象研究所, 北京 100085; 3. 中国人民解放军 95844 部队, 酒泉 735018)

摘要: 为了研究云和降水的微物理特性, 根据杨氏边界衍射理论, 结合 MATHEMATICA 和 MATLAB 两种数学软件, 采取理论推导和数值模拟的方法, 针对球形和椭球形云雨滴建立了在夫琅和费近似条件下, 光轴上的单色点光源照射情况以及单色平行光照射情况的边沿衍射场分布; 对单色平行光照射下云雨滴的边沿衍射进行了数值模拟; 并针对边沿衍射在雨滴探测中会引起的问题进行了分析, 提出了变动阈值解决办法。结果表明, 孔径衍射图样是几何投影光波和边界衍射光波的叠加; 边界衍射是粒子边沿的不均匀性散射的结果, 同等条件下随粒子大小和形状的差异而不同。这对云雨粒子的探测具有指导意义。

关键词: 衍射与光栅; 云雨滴探测; 理论推导; 数值模拟

中图分类号: O436.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2011.06.030

Theoretical derivation and numerical analysis for droplet's boundary diffraction

CEN Jia-sheng^{1,2,3}, WANG Qing-mei², LUO Hui¹, WU Qiang²

(1. College of Opto-Electronics Science and Technology, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China; 2. Beijing Institute of Aeronautical Meteorology, Beijing 100085, China; 3. 95844 Unit, Chinese People's Liberation Army, Jiuquan 735018, China)

Abstract: To study the microphysical characteristics of clouds and precipitation, theoretical boundary diffraction field was derived according to Young's boundary diffraction theory and diffraction field distributions were established under exposure of point light source on the optical axis and parallel monochromatic light with the Fraunhofer approximation, the boundary diffraction field of droplet under exposure of monochromatic parallel light was simulated with MATHEMATICA and MATLAB. Furthermore, the effect of boundary diffraction on droplet detection was analyzed and accordingly a threshold change solution was put forward. It is concluded that diffraction by an aperture is addition of geometric projection and boundary diffraction, boundary diffraction is caused by non-uniformity of particles' edge, varying with size and shape. It is meaningful for the detection of droplets.

Key words: diffraction and gratings; droplet's detection; theoretical derivation; numerical analysis

引言

大气中云雨粒子微观结构特性的知识在人工影响天气和天气现象自动观测等领域十分重要。随着光电探测技术的进步, 采用光阴影法感测云和降水粒子尺度和相态的技术得到迅猛发展, 国外已经有很多这类成果投入使用^[1-2]。近年来, 成像技术作为一种先进的光学粒子探测方法不断发展, 如 MURAKAMI 和 MATSUO^[3]为了测量云的微物理特性及其动态结构, 研制了云滴视频仪, 用于测量云粒子的垂直分布, 可测量云滴的尺度从 7 μm 到 2mm。美国 PMS 公司生产的 OAP 2D-C, OAP 2D-GA2 和 OAP 2D-P, OAP 2D-CB2 探头分

别能够测量云粒子和降水粒子的各种 2 维图像, 可探测云的微观结构和研究云与降水形成的物理过程。用成像方法测量降水粒子比较典型的仪器是 2 维视频降水粒子谱仪 (two-dimensional video disdrometer, 2-DVD)^[4-5] 和降水粒子速度-形状图像测量仪 (hydrometeor velocity and shape detector, HVSD)^[6], 这两种仪器可以获得降水粒子的形状、大小、速度等微观结构信息, 用于天气雷达定标、人工影响天气检验以及气象水文观测等。

采用成像技术对云雨滴探测的难点在于云粒子很小, 分辨困难; 雨滴的下落速度较快, 测量中对探测器的响应速度要求甚高, 探测器件对粒子边沿的分辨是粒子形状测量是否准确的关键。而电磁波在大气中传输的过程中遇到大气粒子时, 会产生散射现象, 使一部分入射波能量改变方向而射向四面八方, 而原方向的辐射能被削弱^[7]。在探测中云雨粒子的边沿不均匀

作者简介: 岑家生 (1988-), 男, 硕士研究生, 现主要从事光电技术的研究。

* 通讯联系人。E-mail: wqm6666@sina.com

收稿日期: 2011-03-22; 收到修改稿日期: 2011-04-07

性必然会引起粒子的衍射,粒子的衍射效应将对粒子形状判断有重要影响。本文中以 YOUNG 对孔径衍射的观点为依据,首先推导了边界衍射波的普遍公式,并基于点光源位于光轴上的假设,推导出球状和椭球粒子边沿衍射场分布;对单色平行光照射情况下云雨滴的边沿衍射场进行了数值模拟,最后进行了实际测量问题的分析。

1 理论准备

1.1 雨滴的几何模型

PRUPPACHER^[8] 等人在垂直风洞中对水滴形状的研究表明,如果用 r_e 表示等效半径,则当 $r_e \leq 0.14\text{mm}$ 时,水滴严格成球形;当 $0.14\text{mm} < r_e \leq 0.5\text{mm}$ 时,稍有变形,短半轴 b 与长半轴 a 的比值 $b/a = 0.98$;当 $r_e = 1.4\text{mm}$ 时, $b/a = 0.85$,雨滴的底部趋于平坦;当 $r_e = 2.0\text{mm}$ 时, $b/a = 0.78$,雨滴的底部由平坦变成凹面;当 $r_e = 4.0\text{mm}$ 时,雨滴趋于破碎。

1.2 边沿衍射效应的理论推导

衍射是波动在传播过程中遇到障碍物后所发生的偏离“直线传播”的现象^[9]。YOUNG 的观点不同于惠更斯-菲涅耳的子波假设,他认为孔径的衍射图样是由几何光学确定的投影光波和孔径边界上的衍射波产生的。从雨滴的实际衍射过程来看,衍射主要发生在边沿处,因此,杨氏的观点比惠更斯-菲涅耳原理中提出的子波假设更具有物理意义。根据杨氏观点推导孔径的边沿衍射(由巴比涅定理可知,不透明屏上孔径的边沿衍射和与孔径同样大小粒子的边沿衍射是一致的)见图 1,观察点位于 P_0 ,单色点光源置于 P_2 点,入

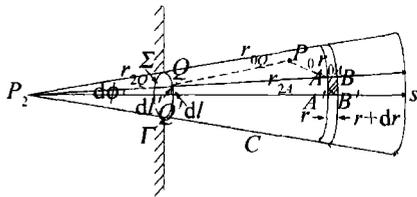


Fig. 1 Scheme of the boundary diffraction derivation

射于孔径 Σ 上, A, A', B, B' 是以 P_2 为顶点且沿着孔径边沿的圆锥面上的点,孔径的尺度比光波长 λ 大得多,但比观察点离粒子 Σ 的距离 QA 小得多。设观察点 P_0 的光振幅为 $U(P_0)$,几何投影分量为 $U_g(P_0)$,边沿衍射分量为 $U_d(P_0)$,它们的关系为:

$$U(P_0) = U_g(P_0) + U_d(P_0) \quad (1)$$

针对边沿衍射分量 $U_d(P_0)$,采用格林函数法,令 $P_2A = r_{2A}, P_2Q = r_{2Q}, P_0A = r_{0A}, P_0Q = r_{0Q}$,根据基尔霍夫积分定理^[10]并选取格林函数代入进行化简后可得:

$$U_d(P_0) = \frac{1}{4\pi} \iint_C \frac{e^{ik(r_{2A}+r_{0A})}}{r_{2A}r_{0A}} \left(ik - \frac{1}{r_{0A}} \right) \cos(\vec{n}, \vec{r}_{0A}) ds \quad (2)$$

积分面元用小面积 $AA'B'B$ 来表示, AA' 和 BB' 分别是 P_2 点到圆锥母线上某点距离 r_{2A} 为常数和 $r_{2A} + dr_{2A}$ 为常数的两球面与圆锥相交的两段圆弧,设两条母线 AB 和 AB' 的夹角为 ϕ ,则:

$$ds = r_{2A} dr_{2A} d\phi \quad (3)$$

Q 和 Q' 是两母线和孔径边沿 Γ 的交点, dl 是两母线间的一段弧长,过图中 Q 点作 P_2A 的垂线,当 $d\phi$ 很小时,由图中的几何关系可知:

$$dl' = r_{2A} d\phi = dl \cos(d\vec{l}, d\vec{l}') = dl \sin(\vec{r}_{2Q}, d\vec{l}) \quad (4)$$

由(4)式和(5)式,可得面元的表示式:

$$ds = \frac{r_{2A}}{r_{2Q}} \sin(\vec{r}_{2Q}, d\vec{l}) dr_{2A} dl \quad (5)$$

A 和 Q 在同一条母线上,因此过 A, Q 两点作截锥的法线相互平行,法线方向上的单位矢量记为 \vec{n} ,线段 P_0A 和 P_0Q 在这两条法线上的投影是相等的,因此有 $r_{0A} \cos(\vec{n}, \vec{r}_{0A}) = r_{0Q} \cos(\vec{n}, \vec{r}_{0Q})$,将其和(5)式代入(2)式,可得:

$$U_d(P_0) = -\frac{1}{4\pi} \iint_C \frac{e^{ik(r_{2A}+r_{0A})}}{r_{2A}r_{0A}} \left(ik - \frac{1}{r_{0A}} \right) \frac{r_{0Q}}{r_{0A}} \times \cos(\vec{n}, \vec{r}_{0Q}) \frac{r_{2A}}{r_{2Q}} \sin(\vec{r}_{2Q}, d\vec{l}) dr_{2A} dl \quad (6)$$

$$U_d(P_0) = \frac{1}{4\pi} \oint_{\Gamma} \frac{e^{ik(r_{0Q}+r_{2Q})}}{r_{0Q}r_{2Q}} \times \frac{\cos(\vec{n}, \vec{r}_{0Q})}{[1 + \cos(\vec{r}_{0Q}, \vec{r}_{2Q})]} \sin(\vec{r}_{2Q}, d\vec{l}) dl \quad (7)$$

这便得到了孔径边沿衍射的普遍公式,式中的积分沿着边沿进行,从数学形式上反映了 $U_d(P_0)$ 是边沿衍射对 P_0 点扰动的贡献。

2 轴上点发散球面波和单色平行光照射的边沿衍射效应

2.1 轴上点发散球面波照射的边沿衍射的推导

简单起见,先对球状的粒子进行讨论,并假定点光源置于光轴上的情况,见图 2 中的 A 。

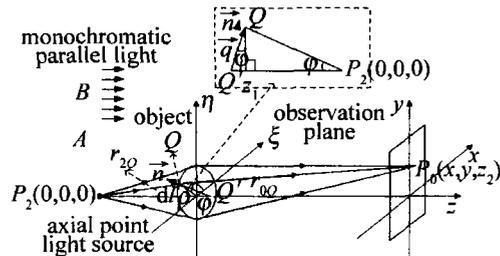


Fig. 2 Scheme of boundary diffraction under exposure of axial point light source/monochromatic parallel light and the vector \vec{n}

单粒子的衍射系统如下:点光源位于 $P_2(0,0,0)$ 处,粒子位于在 $\xi-O-\eta$ 面上时发生衍射,距离 P_2 为 z_1 ;

接收屏放置在 $x-O-y$ 平面, 距离为 z_2 , 见图 2。设雨滴的半径为 ρ , 则 Q 点坐标为 $Q(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, z_1)$, P_0 点坐标为 $P_0(x, y, z_2)$, 向量 $\vec{r}_{0Q}((x - \rho \cos \varphi), (y - \rho \sin \varphi), (z_2 - z_1))$, 向量 $\vec{r}_{2Q}(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, z_1)$, 由于 P_2 点位于光轴上, \vec{r}_{2Q} 和 $d\vec{l}$ 垂直, 所以 $\sin(\vec{r}_{2Q}, d\vec{l}) = 1$,

$$U_d(P_0) = \frac{1}{4\pi} \frac{\rho}{\sqrt{1 + \frac{\rho^2}{z_1}}} e^{ik\sqrt{\rho^2+z_1^2}} \int_0^{2\pi} \frac{\exp\{ik(\sqrt{(x - \rho \cos \varphi)^2 + (y - \rho \sin \varphi)^2 + (z_2 - z_1)^2})\}}{\sqrt{(x - \rho \cos \varphi)^2 + (y - \rho \sin \varphi)^2 + (z_2 - z_1)^2}} \left[\rho - (x \cos \varphi - y \sin \varphi) - \frac{\rho}{z_1}(z_2 - z_1) \right] d\varphi \quad (8)$$

雨滴的尺度在 10^{-4} m 量级, 光波长为 10^{-6} m 量级, 满足夫琅和费远场条件, 将 (8) 式中的指数作泰勒展开

\vec{n} 垂直于 P_2Q 指向 z 轴, 由几何关系可得 $z' = z_1 + \rho^2/z_1$, 则有 $\vec{q}(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, -\rho^2/z_1)$, 采用向量坐标的方式求得 (7) 式中的余弦值, 代入 (7) 式并进行化简后, 得到轴上点发散光照射时边沿衍射场在观察平面的场分布:

并取到二次方项, 令 $z = z_2 - z_1, r_{0Q} \approx z$, 化简后得到最终的表达式如下:

$$U_d(P_0) = \frac{1}{4\pi} \frac{\rho}{2z^2 z_1} e^{ik\sqrt{\rho^2+z_1^2}} e^{ikz} e^{ik(\frac{z^2+z_1^2}{2z})} \times \int_0^{2\pi} \left[e^{-ik\rho\sqrt{x^2+y^2}\cos(\varphi-\phi)} \left(\rho - \frac{\rho}{z_1}z \right) - e^{-ik\rho\sqrt{x^2+y^2}\cos(\varphi-\phi)} \sqrt{x^2+y^2}\cos(\varphi-\phi) \right] d\varphi \quad (9)$$

式中, $\phi = \tan^{-1}(y/x)$ 。(9) 式中的被积函数是两项之和, 可初步判断边沿衍射场是两个辐射场的叠加。由对称性可以知道, 式中的积分结果和方位角 ϕ 无关, 令 $\phi = 0$, 事实上第 2 项积分的结果为零阶第 1 类 Bessel 函数, 形式为 $J_0(k\rho\sqrt{x^2+y^2})$ 。可见, 边沿衍射波是一个零阶第 1 类 Bessel 函数分布的场和另一个线性

场的叠加。

2.2 单色平行光照射球形和椭球型粒子边沿衍射情况

当点光源位于无穷远处时, 可以将照射在雨滴上的光场看成单色平行光, 见图 2 上的 B , 此时 (7) 式可以进一步进行化简。假设入射波的振幅为 1, 并进行夫琅和费近似, 最后得到:

$$U_d(P_0) = \frac{1}{4\pi} \frac{\rho}{2z^2} e^{ikz} e^{ik(\frac{z^2+z_1^2}{2z})} \int_0^{2\pi} e^{-ik\rho[\sqrt{x^2+y^2}\cos(\varphi-\varphi_0)]} [\sqrt{x^2+y^2}\cos(\varphi-\varphi_0) - \rho] d\varphi \quad (10)$$

当衍射体的形状为椭球时, 其截面的长半轴长度为 a , 短半轴长度为 b , 那么容易推导出在单色平行光照明

下的椭球边沿衍射在接收屏上的分布为:

$$U_d(P_0) = \frac{1}{8\pi z^2} e^{ikz} e^{ik(\frac{z^2+z_1^2}{2z})} \int_0^{2\pi} \exp\left\{ ik \left[\frac{(a \cos \varphi)^2 + (b \sin \varphi)^2 - 2(x a \cos \varphi + y b \sin \varphi)}{2z} \right] \right. \\ \left. [x a \cos \varphi + y b \sin \varphi - (a \cos \varphi)^2 - (b \sin \varphi)^2] d\varphi \right. \quad (11)$$

3 云雨滴边沿衍射数值模拟与应用

3.1 云雨滴的数值模拟

根据上面的介绍, 当雨滴的半径小于 0.14mm 时, 雨滴严格成球形, 分别用波长 $\lambda = 0.6\mu\text{m}$ 的轴上点发散光源和单色平行光照射, 设 $z = 70\text{mm}$, 根据推导结果, 用科学计算工具 MATHEMATICA 做了近似积分, 并用 MATLAB7.11.0.584 进行数值模拟, 分别得到在衍射屏上的场幅分布及衍射场图样。

图 3a 和图 3b 是半径 $r = 0.14\text{mm}$ 的球形粒子边沿衍射场场幅的 3 维分布及衍射场图样, 图 3c 和图 3d 为 $a = 2\text{mm}, a/b = 0.78$ 的椭球形粒子边沿衍射场场幅的 3 维分布及衍射场图样。计算时采用相对能量, 图中的场幅单位为 1。由图中可以看出, 衍射场的能

量大小随粒子大小不同, 球形粒子的边沿衍射场呈现圆形, 椭圆的边沿衍射场呈现椭圆形。其边界衍射的能量在一定范围内随粒子的尺度增大而增大, 说明大粒子边沿散射的总能量更多, 这是由于边沿衍射是云雨滴边沿的非光滑、不均匀引起的散射, 虽然云雨滴的尺度比光波长 2 个 ~ 4 个量级, 但其边沿毛刺的尺度在波长量级, 故边沿衍射的本质是这些波长量级的毛刺引起的光散射。在一定尺度范围内降水粒子尺度越大, 边沿散射的总量越多, 但和入射于云雨滴上的总能量之比越低; 其比例随接收屏离衍射面的距离不同而不同, 轴上点光源照明可以根据 (9) 式和入射的光能量之比求出, 单色平行光照明可以根据 (10) 式及 (11) 式和入射的光能量之比计算求出, 也可通过实验进行测量。

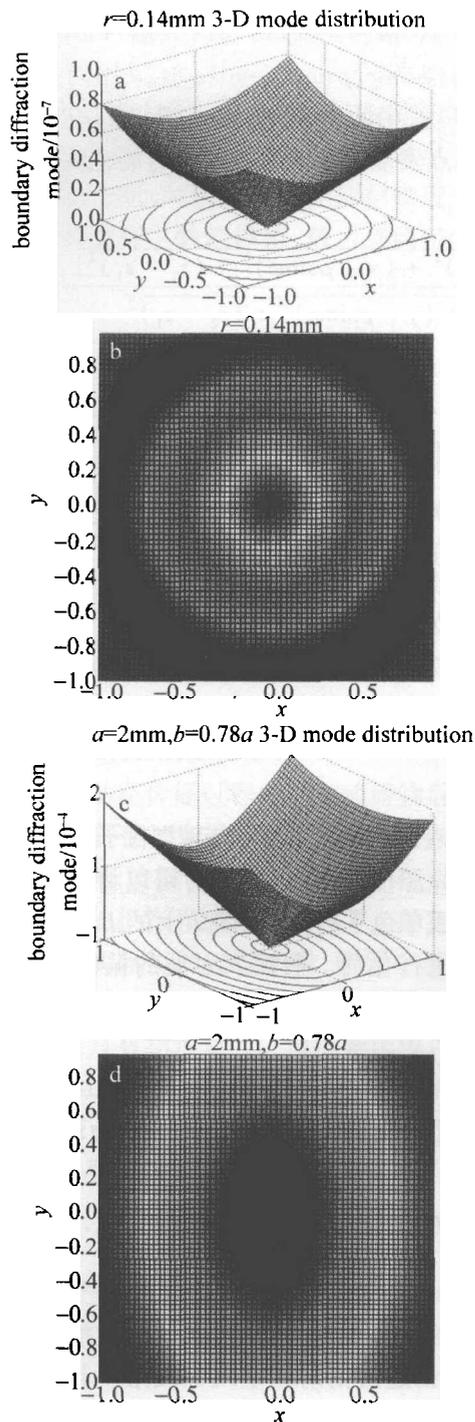


Fig. 3 Droplet's boundary diffraction 3-D mode distribution and diffraction pattern
a, b— $r=0.14\text{mm}$ sphere droplet c, d— $a=2\text{mm}, b=0.78a$ ellipsoid droplet

3.2 边沿衍射在云雨滴图像探测中的影响及处理

云雨滴的成像测量系统如图 4a 所示,激光光源经准直扩束后形成平行光照射在粒子上,若将粒子看成不透明的均匀物体,那么按照几何光学的规律,在像面上将得到一个见图 4b 所示的灰度单一的图像,轮廓比较分明,容易区别出粒子的几何形状及尺寸;若考虑边沿衍射,衍射光将绕过粒子而在几何阴影区叠加,形成图 4c 似的图案,在像面上表现为灰度不单一的图像,

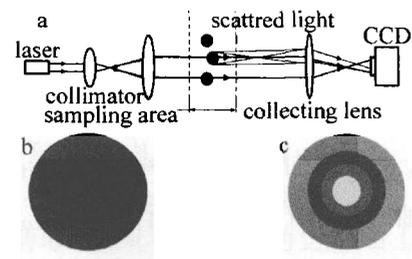


Fig. 4 Scheme of droplet detection principle

a—detection principle b—geometric image c—image with boundary diffraction

若在像的边沿处光强较强,则会掩盖掉雨滴像边沿阴影,得到的图像不再是雨滴应有的形状和尺度,对探测准确度带来影响。

针对边沿衍射带来的问题,可以采用比较器来实现,比较器的阈值电平可变,根据像面上的光强度变化情况来调整比较器的阈值电平,不同大小和形状的云雨滴将产生不同程度的衍射,当阈值电平得到合理的设置,提高 CCD 的像元分辨力,从而能够探测到雨滴的实际形状。

4 小结

云和降水微物理过程的观测是大气探测中的难点,云雨滴形状的探测是云和降水微物理特性探测的重要组成部分,采用光探测方法须充分考虑粒子的各种光学效应,微小粒子特别要考虑其衍射效应。云雨滴的边沿衍射使光散射在几何光学的投影区域形成分布,对雨滴边沿形状的识别产生影响,为解决这些问题,需要准确计算边沿衍射效应的大小,为实际应用中的对策提供依据。推导结果表明,边沿衍射可以表示成两个积分形式的场叠加,从数学上符合杨氏对衍射图样的论断;推导出的边沿衍射结果可以直接用于几何边沿处场辐的计算,帮助消除粒子识别的影响因素;边沿衍射形状和衍射能量大小随粒子形状而不同,这可以为粒子识别提供一种办法。

参考文献

- [1] LEMPION G E, BUMKE K, MACKE A. Measurement of solid precipitation with an optical disdrometer [J]. *Advances in Geosciences*, 2007, 10: 91-97.
- [2] LÖFFLER-MANG M. An optical disdrometer for measuring size and velocity of hydrometeors [J]. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 2000, 17(2): 130.
- [3] MURAKAMI M, MATSUO T. Development of the hydrometeor video-sonde [J]. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 1990, 7(5): 613-620.
- [4] SCHÖNHUBER M, LAMMER G, RANDEU W L. One decade of imaging precipitation measurement by 2D-video-distrometer [J]. *Advances in Geosciences*, 2007, 10: 85-90.
- [5] KRUGER A, KRAJEWSKI W F. Two-dimensional video disdrome-

(下转第 856 页)

对称 flat-top 脉冲的效果比非对称 Gaussian 脉冲好。这个结果可以这样解释:sine 脉冲和 flat-top 脉冲的前沿比 Gaussian 脉冲更陡,它们具有更强的有质动力,能够有效地产生更强的尾场。获得最大的加速动能跟脉冲的长度 L 和脉冲上升与下降部分的比例有着紧密的关系。图 2 和图 3 显示, $L \approx 10$ 是 3 种不同非对称脉冲的最优脉冲长度,此时正电子获得的能量都达到最大值,分别为 748.08321, 703.21278, 603.76434。理论计算表明,对典型的对称激光脉冲(比如 Gaussian 形),尾场振幅在激光脉宽 $L \approx \lambda_p/2$ (对应 $n_e = 0.01n_{cr}$, $\lambda_p = 10\lambda_1$ 或者 $l_p = r_p = 5$) 时最大。结果表明,这种理论对非对称脉冲近似同样有效。除了激光脉冲的强度和脉冲宽度,另一个影响激光与等离子体相互作用的重要因素是等离子体背景密度。图 4 和图 5 分别是离子密度 n_i 和等电子体密度 n_e 与 ξ 的关系。在 $\xi \approx -5$ 位置,3 种脉冲的离子密度都达到最大值,分别为 1.0016, 1.00162, 1.00147; 在 $\xi \approx -12.4$ 位置,3 种脉冲的等电子体密度都达到最大值,分别为 4.40436, 4.40761, 6.39162, 而 3 种脉冲的离子密度都达到最小值,即 0.9996。

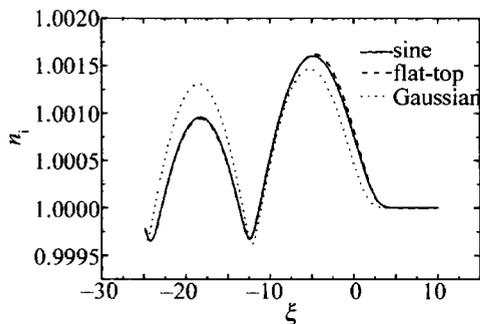


Fig. 4 Ion density

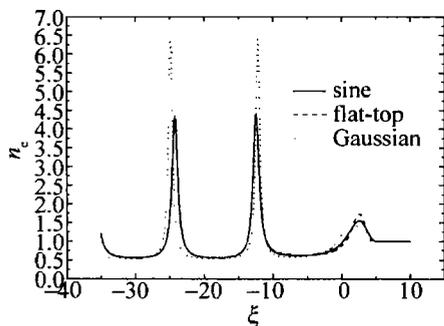


Fig. 5 Positron density

2 结论

在同样的激光参量下(即激光强度、激光脉冲宽度、等离子体密度)研究了 3 种非对称激光脉冲激发的尾场被加速的正电子的相关问题。通过数值计算可知:(1)3 种激光脉冲能够有效地支配正电子的动能相空间,正电子能够被尾场俘获并加速到很高的速度;(2)sine 脉冲的加速效果比 flat-top 和 Gaussian 脉冲加速效率高;(3)sine 和 flat-top 激光尾场的离子密度和等电子体密度几乎相同。

参考文献

- [1] TAJIMA T, DAWSON J M. Laser electron accelerator[J]. Physical Review Letters, 1979, 43(4):267-270.
- [2] NAKAJIMA K, FISHER D, KAWAKUBO T, *et al.* Observation of ultrahigh gradient electron acceleration by a self-modulated intense short laser pulse[J]. Physical Review Letters, 1995, 74(2):4428-4431.
- [3] MODENA A, NAJMUDIN Z, DANGOR A, *et al.* Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves[J]. Nature, 1995, 377(6550):606-608.
- [4] MALKA V, FRITZLER S, LEFEBVRE E, *et al.* Electron acceleration by a wake field forced by an intense ultrashort laser pulse[J]. Science, 2002, 298(5598):1596-1600.
- [5] MANGLES S P D, MURPHY C D, NAJMUDIN Z, *et al.* Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser-plasma interactions[J]. Nature, 2004, 431(7008):535-538.
- [6] GEDDES C G R, TOTH C S, van TILBORG J, *et al.* High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding[J]. Nature, 2004, 431(7008):538-541.
- [7] FAURE J, GLINEC Y, PUKHOV A, *et al.* A laser-plasma accelerator producing monoenergetic electron beams[J]. Nature, 2004, 431(7008):541-544.
- [8] FAURE J, RECHATIN C, NORLIN A, *et al.* Controlled injection and acceleration of electrons in plasma wakefields by colliding laser pulses[J]. Nature, 2006, 444(7120):737-739.
- [9] ESIRKEPOV T, BULANOV S V, YAMAGIWA M, *et al.* Electron, positron, and photon wakefield acceleration: trapping wake overtaking, and pondermotive acceleration[J]. Physical Review Letters, 2006, 96(1):014803/1-014803/4.
- [10] BULANOV S V, YAMAGIWA M, ESIRKEPOV T, *et al.* Spectral and dynamical features of the electron bunch accelerated by a short-pulse high intensity laser in an underdense plasma[J]. Physics of Plasmas, 2005, 12(7):073103/1-073103/11.
- [11] ZAKIR A, MAMAT M, AIMIDULA A, *et al.* Kinetic energy of accelerated electron in the laser-driven wakefield[J]. Laser Technology, 2010, 34(3):422-424 (in Chinese).

(上接第 840 页)

- ter: a description[J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 2002, 19(5):602-617.
- [6] BARTHAZY E, GÖKE S, SCHEFOLD R, *et al.* An optical array instrument for shape and fall velocity measurements of hydrometeors[J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 2004, 21(9):1400-1416.
 - [7] SHENG P X, MAO J T, LI J G, *et al.* Atmospheric physics[M].

Beijing: Peking University Press, 2003:415-419 (in Chinese).

- [8] PRUPPACHER H R, KLETT J D. Microphysics of clouds and precipitation[M]. Boston, USA: Kluwer Academic Publishers, 1997:100.
- [9] LIANG Q T. Physical optics[M]. Beijing: China Machine Press, 1980:101 (in Chinese).
- [10] JI J R. Advanced optics course[M]. Beijing: Science Press, 2007: 167 (in Chinese).