

文章编号: 1001-3806(2011)06-0833-04

Wollaston 棱镜对发散光束的分束特性分析

薛林, 吴福全*, 蒋琳琳

(曲阜师范大学 激光研究所 山东省激光偏光与信息技术重点实验室, 曲阜 273165)

摘要: 为了了解 Wollaston 棱镜用于发散光束时对出射 o 光束、e 光束发散角的影响, 利用折射定律对发散光束两边边缘光线通过 Wollaston 棱镜后的 o 光、e 光分束角进行了推导, 采用控制变量法分析了发散光束经过 Wollaston 棱镜后出射的 o 光束和 e 光束的变化, 得出了 Wollaston 棱镜对出射 o 光束、e 光束发散角的影响。结果表明, 相对入射光束的发散角, Wollaston 棱镜对 o 光束有减小发散角的作用, 对 e 光束有增大发散角的作用; 对于一定结构角的棱镜, 当入射光的波长变大时, o 光束发散角增大, 而 e 光束发散角减小; 对于确定的单色发散光束, 当结构角增大时, o 光束发散角减小, 而 e 光束发散角增大; 无论是入射光的波长还是棱镜结构角的变化, 对出射 o 光束、e 光束发散角的影响都是有限的。由此可见, 在要求不是太高的应用中, 可以忽略 Wollaston 棱镜对出射 o 光束、e 光束发散角的影响。

关键词: 光学器件; Wollaston 棱镜; 控制变量法; 发散光束; 发散角

中图分类号: O436.3 **文献标识码:** A **doi:**10.3969/j.issn.1001-3806.2011.06.029

Effect of Wollaston prism on splitting properties of divergent beam

XUE Lin, WU Fu-quan, JIANG Lin-lin

(Shandong Provincial Key Laboratory of Laser Polarization and Information Technology, Institute of Laser Research, Qufu Normal University, Qufu 273165, China)

Abstract: In order to know the effect of a Wollaston prism on o beam and e beam when it is applied to divergent beam, the splitting angles of o light and e light were respectively deduced according to refraction law when both edge rays of the divergent beam incident on a Wollaston prism. The variation of emergent o beam and e beam was analyzed with the method of controlling variables as divergent beam passing through a Wollaston prism, and the effect of a Wollaston prism on the divergent angle of o beam and e beam was obtained. The result show the divergent angle of o beam becomes larger than that of the incident beam and the divergent angle of e beam becomes larger; For a prism with given structure angles, the divergent angle of o beam increases when the wavelength of incident light increases, but the divergent angle of e beam decreases. For a certain monochromatic divergent beam, the divergent angle of o beam increases with the decrease of structure angle, while e beam increased with it. Both of the changes of incident light's wavelength and prism's structure angle have limit effect on the divergent angles of o beam and e beam. The effect of a Wollaston prism on the divergent angles of o beam and e beam can be neglected in the application with lower precision requirements.

Key words: optical devices; Wollaston prism; controlling variables method; divergent beam; divergent angle

引言

Wollaston 棱镜是最为常规的偏光分束器件之一^[1]。它同时具有的起偏和分束的特性使其在许多高性能的精密光学成像系统中得以应用^[2-3], 如偏振辐射计中的偏振测量^[4]。就目前查阅的文献而言, 对 Wollaston 棱镜研究集中于棱镜的消光比、透射比、视场角^[5]以及如何设计高度对称的 Wollaston 棱镜^[6]方面, 而且均是针对准直光束正入射的情况。对于发散光束或是

会聚光束入射会对棱镜的分束特性产生怎样的影响的研究还未见报道。本文中发散光束简化为其两边缘光线入射的情况, 对发散光束经过 Wollaston 棱镜后出射的 o 光光束和 e 光光束特性进行了分析。研究 o 光光束和 e 光光束的发散角随着入射角、波长和结构角的变化规律, 可为 Wollaston 棱镜在更广范围的应用提供理论基础。

1 o 光光束特性分析

1.1 o 光的分束角与入射角的关系

因为发散光束的各光线独立传播, 因此在求 Wollaston 棱镜对发散光束的分束角时, 可以把发散光束的入射简化为发散光束两边缘光线的入射。发散光束两边缘光线在 Wollaston 棱镜中传播的光路如图 1 所示。

作者简介: 薛林 (1987-), 女, 硕士研究生, 主要从事偏振光学器件的研究。

* 通讯联系人。E-mail: fqwu@mail.qfnu.edu.cn

收稿日期: 2011-01-16; 收到修改稿日期: 2011-02-25

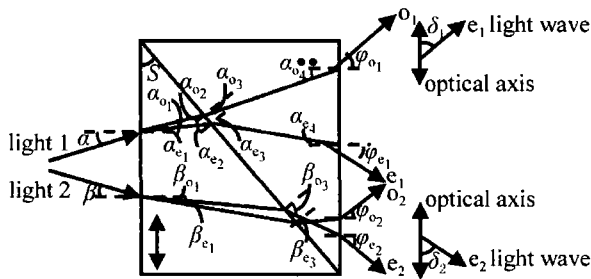


Fig. 1 The optical path of two edge rays of divergent beam in a Wollaston prism
图中 S 是棱镜的结构角, $\alpha + \beta$ 是入射光束的发散角, 光线 1 和光线 2 是发散光束两边缘光线, 出射的 o 光、 e 光均是依据它们在棱镜后半部分中的属性定义的^[7-8]。

对于光线 1 中的 o 光, 在入射端面根据折射定律有:

$$\sin\alpha = n_e' \sin\alpha_{o_1} \quad (1)$$

在棱镜胶合界面有:

$$\begin{cases} \alpha_{o_2} = S - \alpha_{o_1} \\ n_e' \sin\alpha_{o_2} = n_o \sin\alpha_{o_3} \end{cases} \quad (2)$$

在出射端面有:

$$\begin{cases} \alpha_{o_4} = S - \alpha_{o_3} \\ n_o \sin\alpha_{o_4} = \sin\varphi_{o_1} \end{cases} \quad (3)$$

式中, n_e' 是 e 光的折射率, 它由下式给出^[9]:

$$n_e' = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \sin^2 \delta_1 + n_e^2 \cos^2 \delta_1}} \quad (4)$$

式中, δ_1 是 e 光与晶体光轴的夹角, 这里 $\delta_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_{o_1}$, α_{o_1} 是入射端面的 e 光的折射角, 且:

$$\alpha_{o_1} = \arcsin \frac{n_o \sin\alpha}{\sqrt{n_o^2 n_e^2 + n_o^2 \sin^2 \alpha - n_e^2 \sin^2 \alpha}} \quad (5)$$

由(1)式~(5)式可得光线 1 中 o 光出射棱镜的折射角 φ_{o_1} 为:

$$\varphi_{o_1} = \arcsin \left\{ n_o \sin \left[S - \arcsin \left(\frac{n_e'}{n_o} \times \sin \left(S - \arcsin \left(\frac{1}{n_e'} \sin \alpha \right) \right) \right) \right] \right\} \quad (6)$$

$$M = \frac{\arcsin \left\{ n_o \sin \left[S - \arcsin \left(\frac{n_e'}{n_o} \sin \left(S - \arcsin \left(\frac{1}{n_e'} \sin \alpha \right) \right) \right) \right] \right\} - \arcsin \left\{ n_o \sin \left[S - \arcsin \left(\frac{n_e'}{n_o} \sin \left(S + \arcsin \left(\frac{\sin \alpha}{n_e'} \right) \right) \right) \right] \right\}}{2\alpha} \quad (11)$$

以常用 Wollaston 棱镜结构角 $S = 37.43^\circ$ 为例, 取 $\lambda = 633\text{nm}$ 时对应的冰洲石晶体的主折射率 $n_e = 1.48515$, $n_o = 1.65567$ ^[10], 由(11)式可得出射 o 光光束的角放大倍数 M 随入射光束的发散角变化的关系曲线, 如图 2 所示。由图中曲线可以看出: o 光光束的角放大倍数 M 随入射光束发散角的增大而减小, 且角放大倍数始终小于 1, 这说明 Wollaston 棱镜具有减小出射 o 光发散角的作用。

同理可得光线 2 中 o 光出射棱镜的折射角 φ_{o_2} 为:

$$\varphi_{o_2} = \arcsin \left\{ n_o \sin \left[S - \arcsin \left(\frac{n_e''}{n_o} \times \sin \left(S + \arcsin \left(\frac{\sin \beta}{n_e''} \right) \right) \right) \right] \right\} \quad (7)$$

式中,

$$\begin{cases} n_e'' = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \cos^2 \beta_{o_1} + n_e^2 \sin^2 \beta_{o_1}}} \\ \beta_{o_1} = \arcsin \frac{n_o \sin \beta}{\sqrt{n_o^2 n_e^2 + n_o^2 \sin^2 \beta - n_e^2 \sin^2 \beta}} \end{cases} \quad (8)$$

由此可得发散光束两边缘光线经过 Wollaston 棱镜以后 o 光间的夹角(即出射 o 光的发散角)为:

$$\varphi_{o,o} = |\varphi_{o_1} - \varphi_{o_2}| \quad (9)$$

1.2 o 光光束特性分析

设入射发散光束的发散角为 γ , 则 $\gamma = \alpha + \beta$, 为方便分析, 设入射光束的发散角是关于入射界面法线对称的, 即 $\alpha = \beta, \gamma = 2\alpha$ 。在这种情况下, $n_e' = n_e''$ 。由此可得在(7)式、(8)式中 $\arcsin \left(\frac{n_e'}{n_o} \sin \left(S - \arcsin \left(\frac{1}{n_e'} \sin \alpha \right) \right) \right) < \arcsin \left(\frac{n_e''}{n_o} \sin \left(S + \arcsin \left(\frac{\sin \beta}{n_e''} \right) \right) \right)$, $S - \arcsin \left(\frac{n_e'}{n_o} \sin \left(S - \arcsin \left(\frac{1}{n_e'} \sin \alpha \right) \right) \right) > S - \arcsin \left(\frac{n_e''}{n_o} \sin \left(S + \arcsin \left(\frac{\sin \beta}{n_e''} \right) \right) \right)$, 即: $\varphi_{o_1} > \varphi_{o_2}$ 。又由图 1 和(1)式~(3)式可得, φ_{o_1} 随着入射角 α 增大而增大, φ_{o_2} 随着入射角 α 的增大而减小。由此可见, 当入射角增大时始终有 $\varphi_{o_1} > \varphi_{o_2}$ 。所以出射的 o 光光束始终为发散光束, 且发散角为:

$$\varphi_o = |\max[\varphi_{o_1}(\alpha)] - \min[\varphi_{o_2}(\beta)]| \quad (10)$$

1.2.1 o 光光束发散角随入射角变化曲线 设空气中 o 光光束的发散角为 A_1 , 入射光束发散角为 A_2 。则有 $A_1 = A_2$, 因而可得 o 光光束的角放大倍数为:

1.2.2 o 光光束发散角随波长的变化 既然 o 光发散角与 Wollaston 棱镜中 o 光和 e 光波折射率有关, 由于色散的关系, 因此波长的变化必然会对 o 光光束发散角产生影响。取 Wollaston 棱镜结构角 $S = 37.43^\circ$, 令入射光束的发散角为 $\gamma = 6^\circ$, 此时 o 光发散角随波长的变化曲线如图 3 所示。由图中曲线可见, 对于一定的结构角 S 和一定发散角 γ 的单色入射光束, o 光发散角 φ_o 随波长的增加而增大, 但是增大的幅度很

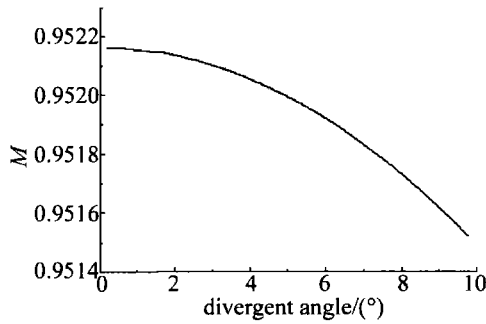


Fig. 2 The curve of the relationship between angular magnification of o beam and incident beam

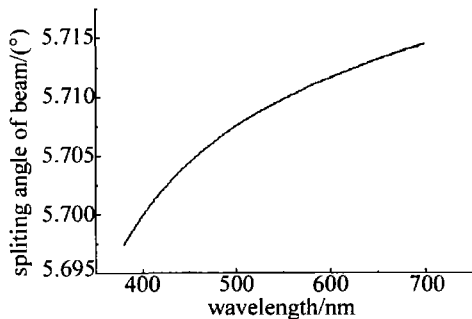


Fig. 3 The curve of divergent angle of o beam varying with wavelength

小,在 400nm ~ 700nm 波长范围内 φ_o 仅增加了约 0.01°,由此可见波长的变化对 o 光发散角基本没有影响。

1.2.3 o 光光束发散角随结构角的变化 令入射光束的发散角为 $\gamma = 6^\circ$,取 $\lambda = 633\text{nm}$ 对应冰洲石晶体的主折射率 $n_e = 1.48515$, $n_o = 1.65567$,则 o 光的发散角随结构角的变化曲线如图 4 所示。由图中曲线可见:对于一定发散角的单色光束, φ_o 随棱镜结构角的增加而减小。鉴于 $\varphi_o < \gamma$ 始终成立,则可以说无论结构角如何变化,棱镜都有缩小 o 光发散角的作用。

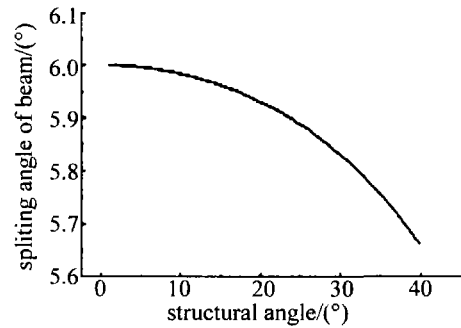


Fig. 4 The curve of divergent angle of o beam varying with structure angle

2 e 光光束特性分析

2.1 e 光的分束角与入射角的关系

用分析 o 光类似的方法可以得出与图 1 中光线 1 和光线 2 对应的 e 光折射角为:

$$\varphi_{e_1} = \arcsin \left\{ n_e \sin \left[\arcsin \left(\frac{n_o}{n_e} \times \sin(S - \arcsin(\sin\alpha/n_o)) \right) - S \right] \right\} \quad (12)$$

$$\varphi_{e_2} = \arcsin \left\{ n_e \sin \left[\arcsin \left(\frac{n_o}{n_e} \times \sin(S + \arcsin(\sin\beta/n_o)) \right) - S \right] \right\} \quad (13)$$

由此可得发散光束两边缘光线经过 Wollaston 棱镜以后 e 光间的夹角(即出射 e 光的发散角):

$$\varphi_{e,e} = |\varphi_{e_2} - \varphi_{e_1}| \quad (14)$$

2.2 e 光光束特性理论分析

用分析 o 光光束的方法对 e 光光束特性分析可得:随入射角的增大, $\varphi_{e_2} > \varphi_{e_1}$ 始终成立,即出射的 e 光光束始终为发散光束,且发散角为 $\varphi_e = |\max(\varphi_{e_2}(\beta)) - \min(\varphi_{e_1}(\alpha))|$ 。

2.2.1 e 光光束发散角随入射角的变化 e 光光束的角放大倍数可以表示为:

$$M = \frac{\arcsin \left\{ n_e \sin \left[\arcsin \left(\frac{n_o}{n_e} \sin \left(S + \arcsin \left(\frac{1}{n_o} \sin\beta \right) \right) \right) - S \right] \right\} - \arcsin \left\{ n_e \sin \left[\arcsin \left(\frac{n_o}{n_e} \sin \left(S - \arcsin \left(\frac{1}{n_o} \sin\alpha \right) \right) \right) - S \right] \right\}}{2\alpha} \quad (15)$$

以常用 Wollaston 棱镜结构角 $S = 37.43^\circ$ 为例,取 $\lambda = 633\text{nm}$ 对应的冰洲石晶体的主折射率 $n_e = 1.48515$, $n_o = 1.65567$,由(15)式可得出射 e 光光束的角放大倍数 M 随入射光束的发散角变化的关系曲线,如图 5 所示。由图中曲线可以看出:e 光光束的角放大倍数 M 随入射光束发散角的增大而增大,且角放大倍数始终大于 1,这说明 Wollaston 棱镜具有增大出射 e 光发散角的作用。

2.2.2 e 光束发散角随波长的变化 取 Wollaston 棱镜结构角 $S = 37.43^\circ$,令入射光束的发散角为 $\gamma = 6^\circ$,则 e 光发散角随波长的变化曲线如图 6 所示。由图中

曲线可见,对于一定的结构角 S 和一定发散角 γ 的单色入射光束, e 光发散角 φ_e 随波长的增加而减小,但是减小的幅度很小,在 400nm ~ 700nm 波长范围内 φ_e 减小了约 0.08°,因而可见波长的变化对 e 光发散角的影响很小。

2.2.3 e 光光束发散角随结构角的变化 令入射光束的发散角为 $\gamma = 6^\circ$,取 $\lambda = 633\text{nm}$ 对应冰洲石晶体的主折射率 $n_e = 1.48515$, $n_o = 1.65567$,则 e 光的发散角随结构角的变化曲线如图 7 所示。由图中曲线可见:对于一定发散角的单色光束, φ_e 随棱镜结构角的增加而减小。鉴于 $\varphi_e > \gamma$ 始终成立,则说明无论结构角如

何变化,棱镜都有增大 e 光发散角的作用。

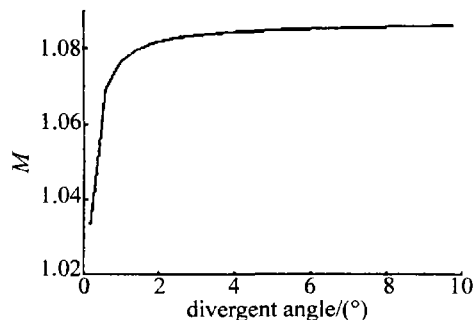


Fig. 5 The curve of the relationship between angular magnification of e beam and incident beam

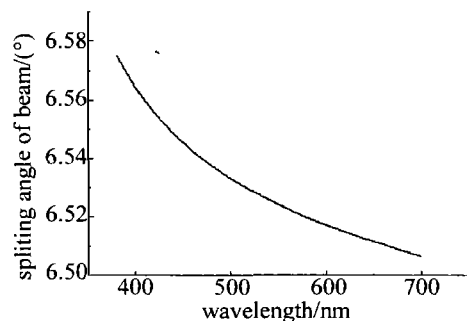


Fig. 6 The curve of divergent angle of e beam varying with wavelength

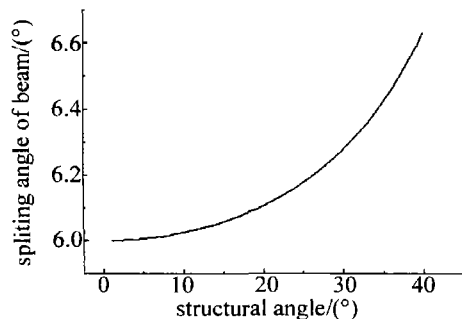


Fig. 7 The curve of divergent angle of e beam varying with structure angle

3 结论

分析了发散光束经过 Wollaston 棱镜后出射的 o 光光束和 e 光光束的变化,分析表明:(1)相对入射光

束的发散角,Wollaston 棱镜对 o 光有减小发散角的作用,而对 e 光有增大发散角的作用;(2)对于一定结构角的棱镜,当入射光的波长变大时,o 光发散角增大,而 e 光发散角减小;(3)对于确定的单色发散光束,当结构角增大时,o 光发散角减小,而 e 光发散角增大。

由此可见,无论是入射光的波长还是棱镜结构角的变化,对出射 o 光、e 光发散角的影响都是有限的,在要求不是太高的应用中可以忽略 Wollaston 棱镜对出射 o 光、e 光发散角的影响。

参 考 文 献

- [1] ZHU H F, SONG L K, WU F Q, *et al.* Calculation of the splitting angle of Wollaston prism by means of coordinate conversion[J]. *Laser Technology*, 2003, 27(4):362-364(in Chinese).
- [2] HARDING K G. Projection moire interferometer for vibration analysis [J]. *Applied Optics*, 1983, 22(6):856-861.
- [3] ZHANG Zh, LIU L H, YU Y J, *et al.* Influence of orientation of Wollaston prism on accuracy of laser interference measuring system [J]. *Theory and Practice*, 1999, 19(1):4-7(in Chinese).
- [4] CHEN L G, HONG J, QIAO Y L, *et al.* Accuracy analysis of polarimetric measurement based on double Wollaston prism [J]. *Laser Technology*, 2008, 32(5):468-470(in Chinese).
- [5] MENG F H, SONG L K, KONG F Zh, *et al.* A new symmetric beam-splitting polarization prism [J]. *Laser Technology*, 2006, 30(6):670-672(in Chinese).
- [6] LI H X, WU F Q, FAN J Y. Studies on optimization problems about transmitted light intensity's perturbation of the Glan-Taylor prism [J]. *Laser Technology*, 2003, 27(6):597-599(in Chinese).
- [7] LI J Zh. Handbook of optic [M]. Xi'an: Shaanxi Science Press, 1986:506-512(in Chinese).
- [8] JIANG W M. Crystal physics [M]. Ji'nan: Shandong Science and Technology Press, 1980:258-271(in Chinese).
- [9] WU F Q, LI G H, FENG T Z. Researches in beamsplitting intensity ratio of OE double escape prism [J]. *Journal of Qufu Normal University (Natural Science Edition)*, 1994, 20(2):50-53(in Chinese).
- [10] WANG W, WU F Q, SU F F. Symmetric polarization beam splitting prism based on three-element Wollaston prism [J]. *Optical Technique*, 2004, 30(2):182-186(in Chinese).

(上接第 786 页)

- [6] XIAO Y Sh, SU X Y, ZHANG Q C, *et al.* 3-D surface shape restoration for the breaking surface of dynamic process [J]. *Laser Technology*, 2006, 30(3):258-261(in Chinese).
- [7] WANG X H, HE X D, FU Y J. The real-time measurement by two-frequency grating [J]. *Laser Technology*, 2007, 31(4):384-386(in Chinese).
- [8] MAO X F, CHEN W J, SU X Y. Analysis on an improved fourier transform profilometry [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2007, 34(1):97-102(in Chinese).
- [9] CHEN F X, HE X Y. Instantaneous three-dimensional profile meas-

urement of continually vibrating cantilever beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, 26(11):1647-1650(in Chinese).

- [10] QIAN K M, WANG H X, GAO W J. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: theoretical analyses [J]. *Applied Optics*, 2008, 47(29):5408-5419.
- [11] ABID A Z, GDEISAT M A, BURTON D R, *et al.* Spatial fringe pattern analysis using the two-dimensional continuous wavelet transform employing a cost function [J]. *Applied Optics*, 2007, 46(24):6120-6126.