

文章编号: 1001-3806(2010)06-0839-04

大气湍流对单光子通信中光子态的影响

徐建才¹, 张逸新¹, 朱焯炜¹, 魏柏林¹, 王建宇², 贾建军²

(1. 江南大学 理学院, 无锡 214122; 2. 中国科学院 上海技术物理研究所, 上海 200083)

摘要: 为了研究光子态在大气湍流中的变化规律, 基于拉盖尔-高斯光束横向空间波函数(光子轨道角动量的本征函数)以及湍流大气中拉盖尔-高斯光束光子态(可由各本征光子态叠加构成), 得到了湍流大气中光子态的探测概率, 并分析了大气湍流、传输距离、质量因子对光子态的影响。结果表明, 质量因子是决定发射光子态跳变的重要因素, 相同质量因子的光子态在接受端的测量权重基本相同, 且质量因子值越大原光子态测量权重越小。同时, 在湍流大气的影下, 从原光子态跳变到轨道角动量增加某值的光子态的测量权重总和与跳变到减小相应轨道角动量的光子态的测量权重总和基本相同; 随着湍流强度或传输距离的增加, 发射光子态在接受端的光子测量权重不断减小, 而且湍流强度对光子态测量权重的影响比距离的大。

关键词: 大气与海洋光学; 激光通信; 光子态; 大气湍流; 轨道角动量

中图分类号: O431.2 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2010.06.032

Effect of atmospheric turbulence on photon states in single photon communication

XU Jian-cai¹, ZHANG Yi-xin¹, ZHU Zhuo-wei¹, WEI Bai-ling¹, WANG Jian-yu², JIA Jian-jun²

(1. School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

Abstract: In order to study the change regularity of photon states in atmospheric turbulence, the photon state detection probability was derived based on facts that transverse spatial wave function of Laguerre-Gaussian beam is the eigenfunction of a photon and transverse spatial wave function of Laguerre-Gaussian beam propagation in turbulent atmosphere approaches to superimposition of all photon state eigenfunctions. Effect of atmospheric turbulence, propagation length, quality factor on detection probability was analyzed. The results present that the change of the photon state largely relies on beam quality factor. With the same quality factor, the measurement weight at the receiving plane is nearly the same. In addition, the total measurement weight from initial photon to state at which the orbital angular momentum increases to a certain value, is equivalent to the total measurement weight of the corresponding decrease. The stronger the turbulence is, the smaller the photon state measurement weight of the initial photon state at the receiving side is. That is also true of the propagating distance. However, distance puts much less effect on photon states than atmospheric turbulence.

Key words: atmospheric and ocean optics; laser communication; photon state; atmospheric turbulence; orbital angular momentum

引言

自从 BETH^[1] 在实验上测得光子角动量后, 拉盖尔-高斯光束得到了各国学者的极大关注, 这是由于其携带有轨道角动量同时在传输过程中也表现出独特的特性。光子所携带的轨道角动量构成了实现量子位和

保密单光子通信的基础^[2]。与光子轨道角动量相对应的数量无限的空间分布波函数或轨道角动量本征态为实现任意 N 位数据传输提供载体^[3], 而与其相比, 光子的偏振则只能携带 2 位数据。近年来, 各国学者对拉盖尔-高斯光束在大气湍流中的传输规律进行了深入的研究。PATERSON^[4-5] 在湍流引起光波复振幅的相位近似下, 研究了 Kolmogorov 谱型大气湍流对水平大气量子光链路中单光子轨道角动量的影响, 指出即使在弱湍流大气环境, 湍流也引入十分严重的噪声; ANGUITA^[6] 等人研究指出, 修正 Kolmogorov 谱型大气湍流将引起多路自由空间轨道角动量通信光链路间的串话效应; ZHANG 等人^[7] 研究了低价 Zernike 湍流像

基金项目: 上海市科学技术委员会科研计划资助项目 (08dz1400700)

作者简介: 徐建才 (1985-), 男, 硕士, 主要从事激光大气通信研究。

E-mail: jiancaixu 2008@ yahoo. com. cn

收稿日期: 2009-11-03; 收到修改稿日期: 2009-12-30

差调制传输信道中传输光子轨道角动量的规律。MA等人对等基模高斯光束的单光子的捕获概率进行了研究^[8]。然而,对大气湍流中拉盖尔-高斯光子态变化的问题研究尚未有报道。

本文中利用拉盖尔-高斯光束是具有不寻常角动量的非常光子的本征态矢函数研究结果^[9],研究拉盖尔-高斯光束光子态在湍流大气中传输过程中的变化问题。

1 理论依据

由参考文献[1]和参考文献[2]中的研究知道,自由空间中传输的拉盖尔-高斯光束(Laguerre-Gaussian beam, LG) $L_{L,P}(r,\theta,z)$ (L 和 P 分别是光束径向模数和方位模数)是轨道角动量算符 $\hat{L}_z = -i\hbar\partial/\partial\varphi$ 的本征态函数。在柱坐标系 (r,θ,z) 中,沿 z 方向传输的 P_0 次 L_0 阶归一化 L_{L_0,P_0} 模可以表示为^[1]:

$$L_{L_0,P_0}(r,\theta,z) = R_{L_0,P_0}(r,z) \frac{\exp(iL_0\theta)}{\sqrt{2\pi}} \times \exp[-i(2P_0 + |L_0| + 1)\delta] \quad (1)$$

式中,参量 L_0 和 P_0 分别是发射光子径向和方位模数, L_0 是光子的轨道角动量量子数, θ 是方位角, r 是柱坐标径向分量, δ 是Gouy相位。轨道角动量量子数为 L_0 的LG光束场分布的径向基函数 $R_{L_0,P_0}(r)$ 可以表示为:

$$R_{L_0,P_0}(r,z) = \frac{1}{w} \sqrt{\frac{2P_0!}{(P_0 + |L_0|)!}} \times \left(\frac{r}{w}\right)^{|L_0|} L_{P_0}^{|L_0|} \left(\frac{r^2}{w^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{2w^2}\right) \quad (2)$$

式中, $L_{P_0}^{|L_0|}(\cdot)$ 是连带Laguerre多项式, $w = w_0 \times \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$ 是光斑尺度, $z_R = \frac{1}{2}kw_0^2$ 是Rayleigh距离, w_0 是光束的束腰宽度, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 是光束的波数, λ 为光束的波长。

设 $L_{L_0,P_0}(r,\theta,z)$ 经过大气湍流传输后在接收端的复振幅 $E(r,\theta,z)$ 可以用角动量为 L 的本征态函数叠加构成:

$$E(r,\theta,z) = \sum_P \sum_L L_{P,L}(r,\theta,z) = \sum_P \sum_L a_{L,P}(z) R_{L,P}(r) \frac{\exp(iL\theta)}{\sqrt{2\pi}} \quad (3)$$

式中, $a_{L,P}$ 由傅里叶变换得出:

$$a_{L,P}(z) = \iint R_{L,P}^*(r) \frac{\exp(-iL\theta)}{\sqrt{2\pi}} R(r,\theta,z) r dr d\theta \quad (4)$$

另一方面,LG光束复振幅 $E(r,\theta,z)$ 也可以利用Rytov

近似^[10],用下式描述:

$$E(r,\theta,z) = L_{L_0,P}(r,\theta,z) \exp[i\phi(r,\theta)] \quad (5)$$

式中, $\phi(r,\theta)$ 为大气湍流引入的相位。

从(4)式即可以得到通过大气传输后光束中参量为 P,L 的模式权重为:

$$|a_{L,P}(z)|^2 = \iint R_{L,P}^*(r) R_{L,P}(r) \frac{\exp[-iL(\theta_1 - \theta_2)]}{\sqrt{2\pi}} \times \langle E(r_1,\theta_1,z) E^*(r_2,\theta_2,z) \rangle r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\theta_1 d\theta_2 \quad (6)$$

式中, $\langle \rangle$ 表示对大气湍流进行统计平均,光束复振幅大气湍流统计平均可以表示为:

$$\langle E(r_1,\theta_1,z) E^*(r_2,\theta_2,z) \rangle = E_0(r_1,\theta_1,z) E_0^*(r_2,\theta_2,z) \times \langle \exp[i(\phi(r_1,\theta_1) - \phi(r_2,\theta_2))] \rangle \quad (7)$$

(6)式表示以 P_0,L_0 为参量的光子在大气湍流的作用下,传输了距离 z 后在接收端探测到的以 P,L 为参量的光子的探测概率。由(6)式可以知道,光子态经历了湍流后的光子态分布情况和大气湍流对不同光子态的影响规律。这样可以更深入地了解大气湍流对光子态的影响,可以为单光子通信提供理论依据。

采用Rytov相位结构函数的2次近似后, $\langle \exp[i(\phi(r_1,\theta_1) - \phi(r_2,\theta_2))] \rangle$ 可以写成如下^[11]:

$$\langle \exp[i(\phi(r_1,\theta_1) - \phi(r_2,\theta_2))] \rangle = \frac{1}{\rho_0} [r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)] \quad (8)$$

式中, $\rho_0^2 = \left[1.45k^2 \int_{z_0}^{z_1} C_n^2(z) \left(\frac{z_1 - z}{z_1 - z_0} \right)^{5/3} dz \right]^{-6/5}$ 是湍

流大气中传输球面波的空间相干长度, $C_n^2(z)$ 是斜程大气路径的折射率结构常数,目前常用的描述斜程大气光通信信道内的折射率结构常数变化规律的模型为Hufnagel-Velly模型^[10],即:

$$C_n^2(z \cos \alpha) = 0.00594 (v/27)^2 (z \cos \alpha \times 10^{-5})^{10} \times \exp(-z \cos \alpha / 1000) + 2.7 \times 10^{-16} \exp(-z \cos \alpha / 1500) + C_n^2(0) \exp(-z \cos \alpha / 100) \quad (9)$$

式中, $z \cos \alpha = h$ 是接收端高度, $v = 2.1 \text{ m/s}$ 是均方根风速, $C_n^2(0)$ 是地面折射率结构常数, α 是光通信信道的天顶角。

利用积分公式^[12]:

$$\int_0^{2\pi} \exp[-in\theta_1 + \eta \cos(\theta_1 - \theta_2)] d\theta_1 = 2\pi \exp(-in\theta_2) I_n(\eta) \quad (10)$$

式中, $I_n(\eta)$ 为修正的 n 阶贝塞尔函数。

$$\int_0^{2\pi} \exp\left[-i(L - L_0)\theta_1 + \frac{2r_1 r_2}{\rho_0} \cos(\theta_1 - \theta_2)\right] d\theta_1 = 2\pi \exp[-i(L - L_0)\theta_2] I_n\left(\frac{2r_1 r_2}{\rho_0}\right) \quad (11)$$

整理得:

$$|a_{L,P}(z)|^2 = \iint R_{L,P}^*(r_1, z) R_{L,P}(r_2, z) \times \exp\left[-\frac{r_1^2 + r_2^2}{\rho_0}\right] I_n\left(\frac{2r_1 r_2}{\rho_0}\right) R_{L_0, P_0}(r_1) R_{L_0, P_0}^*(r_2) r_1 r_2 dr_1 dr_2 \quad (12)$$

2 数值计算

作者分别在不同地面湍流强度的情况下,数值研究了 LG 光束光子在天顶角为 30° 的斜程信道传输时光子态的变化规律。图 1 中给出了 $\alpha = 30^\circ, z = 1\text{km}, \lambda = 1550\text{nm}, L_{1,0}$ 光子经大气信道后在接受端的各态权重。由图 1 可以看出,在地面湍流强度 $C_n^2 = 10^{-13}\text{m}^{-2/3}$ 的情况下,像面获得原发射光子态的概率仅有 0.3576,其余因大气散射转化为新的光子态。通过分析可以发现,模式参量 P, L 偏离原发射光束光子

态参量 P_0, L_0 差距较小的光子态的权重比差距较大的权重大。同时,通过对所有 $L_0 - m$ 或 $L_0 + m$ 的新光子态权重求和,可以发现两者的权重基本相等(见表 1)。产生上述结果的原因是光子态是空间分布函数,

Table 1 The total weight of the photon state with the same parameter L at the receiving plane ($\alpha = 30^\circ, z = 1\text{km}, \lambda = 1550\text{nm}, L_{1,0}, C_n^2 = 10^{-13}\text{m}^{-2/3}$)

L	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
sum	0.0112	0.0311	0.0813	0.1918	0.3576	0.1918	0.0813	0.0311	0.0112
L	-7	-6	-5	-4	6	7	8	9	10
sum	0.0001	0.0004	0.0013	0.0039	0.0039	0.0013	0.0004	0.0001	0

大气湍流导致空间不均匀性势必会造成光子态函数的改变从而引起光束模式的改变。 $L=0, L=2$ 模式出现概率相同的原因来自此两种情况的跃迁的轨道角动量能级宽度 ΔL 相同。

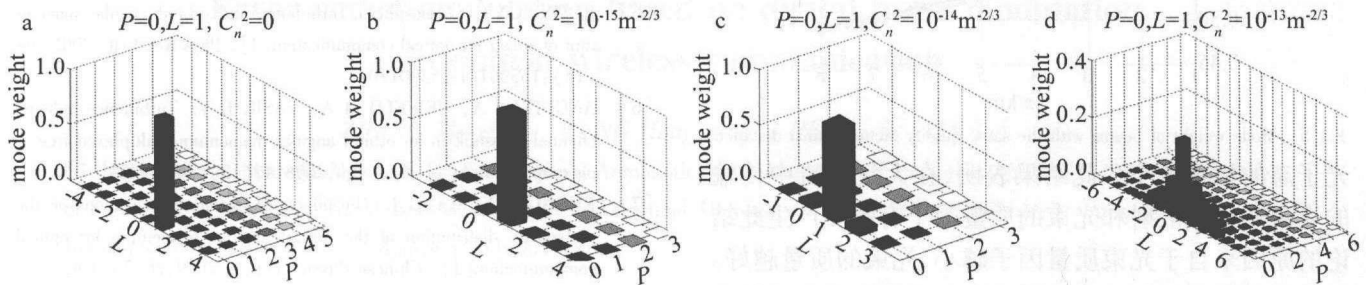


Fig. 1 3-D plot of $L_{1,0}$ photon state after propagating through atmospheric turbulence

分析图 1a ~ 图 1d 可以看到,随着湍流强度的增加,原光子态在接受端的概率不断下降。其原因来自于:随着大气湍流起伏强度的增加,光子传输信道的空间不均匀性增加,光子波函数受湍流干扰的程度同时也增加,从而导致态函数模式转换(散射)概率也增加。

图 2 表示随着波长为 1550nm 的发射光子参量 $P,$

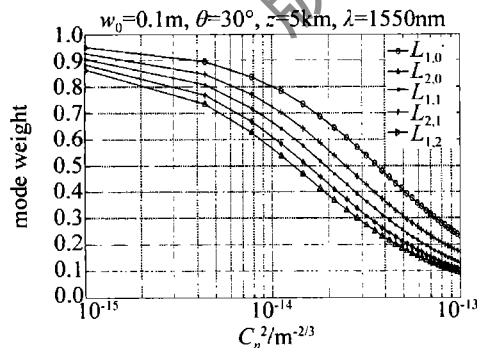


Fig. 2 Mode weight of different photon states after propagation

L 的增加,像面出现原光子态的权重不断下降。图 3 中给出了光子态出现概率随着传输距离的增加而变化的数值曲线。从图 3 可看到,随着传输距离的增加,像面处原光子态权重也在不断下降,但是其下降的斜率没有湍流强度增加来得大。产生上述差异的原因来自

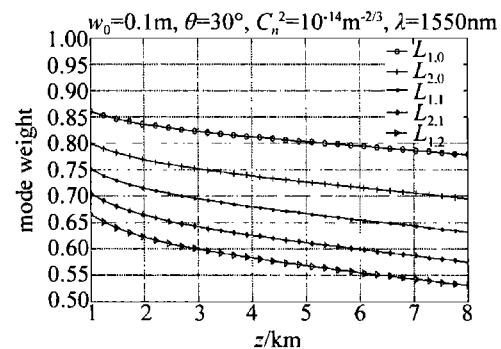


Fig. 3 Mode weight of different photon states after propagation

束腰是关于 z 的慢变化函数,所以 LG 光子态的径向变化也是关于 z 的一个慢变化函数,而方位角与 z 无关。如此光子态在近距离和远距离的衰减差异不是很大。从图中可以看到,曲线 $L_{2,0}$ 在 $L_{1,1}$ 上方, $L_{2,1}$ 在 $L_{1,2}$ 上方,这说明了参量 P 对模式散射的影响比参量 L 的影响大。这是由于光子态参量 P 的增大,意味这光子态空间分布复杂性的增加。这样一来,在大气的扰动作用下,增加了大气对光子的影响以及光子之间的相互作用。

从图 4 和图 5 的数值结果表明,只要发射光子质量因子 $M^2 = 2P_0 + |L_0| + 1$ 相同,接收端检测到的原光子态权重是相似的,并且质量因子越大检测到发射

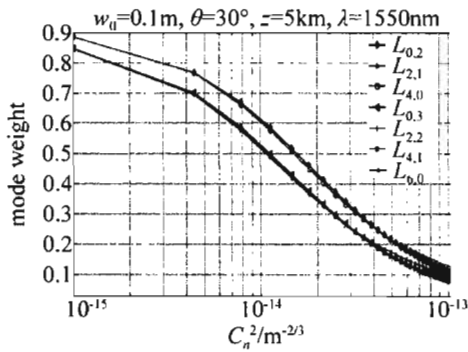


Fig. 4 Mode weight of beams with the same quality factor against turbulence intensity

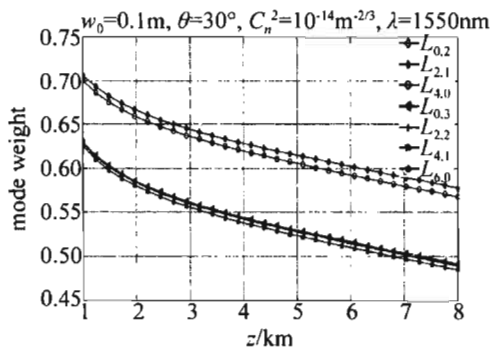


Fig. 5 Mode weight of beams with the same quality factor against distance
光子态的权重越小。此结果表明,在大气湍流中传输的光束的模式散射和光束的质量因子有关。产生此结论的原因来自于光束质量因子越小,光束的质量越好。光束质量因子的定义为实际光束的束腰宽度和远场发散角的乘积除以理想光束的束腰和远场发散角的乘积^[13]。

3 结论

在湍流大气拉盖尔-高斯光束的复振幅由各本征模式叠加给出的近似下,导出了检测光子态权重理论公式,并通过此模型对影响检测光子态权重的大气信道因素进行了数值分析。研究表明,由于大气湍流的散射,到达接收端处的光子态包含不同于发射端所拥有的新光子态。拉盖尔-高斯光束的质量因子 $M^2 = 2P_0 + |L_0| + 1$ 是调制检测模式权重的重要因子,随着光束的质量因子值的增加,检测模式权重下降,而且 P_0 参量对发射光子态权重的影响比 L_0 参量大,此

结果也说明在大气通信的系统设计过程中可以把拉盖尔光子的参量作为调整参量,调节系统的总体通信性能,以达到系统设计要求和目的。同时,散射到 $L \pm \Delta L$ 的光子态的权重和近似相同。随着大气湍流强度、信道长度的增加,发射光子态权重不断下降。

参考文献

- [1] BETH R A. Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light [J]. Phys Rev, 1936, 50(2): 115-125.
- [2] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J C, *et al.* Orbital angular-momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. Phys Rev, 1992, A45(11): 8185-8189.
- [3] TERRIZA G M, TORRES J P, TORNER L. Management of the angular momentum of light: preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum [J]. Phys Rev Lett, 2002, 88(1): 257901/1-257901/4.
- [4] PATERSON C. Atmospheric turbulence and free-space optical communication using orbital angular momentum of single photons [J]. SPIE, 2004, 5572: 187-198.
- [5] PATERSON C. Atmospheric turbulence and orbital angular momentum of single photon for optical communication [J]. Phys Rev Lett, 2005, 94(15): 153901/1-153901/04.
- [6] ANGUITA J A, NEIFELD M A, VASIC B V. Turbulence-induced channel crosstalk in an orbital angular momentum-multiplexed free-space optical link [J]. Appl Opt, 2008, 47(13): 2414-2429.
- [7] ZHANG Y X, CANG J. The effects of turbulent aberrations on the probability distribution of the orbital angular momentum for optical communication [J]. Chinese Physics Letters, 2009, 26(7): 1-4.
- [8] MA G Y, MA J, TAN L Y, *et al.* The research of single photon acquisition probability based on the fundamental-mode Gaussian beam [J]. Laser Technology, 2005, 29(5): 525-527 (in Chinese)
- [9] YAO Z X, ZHONG J W, MAO B N, *et al.* Photon with unusual orbital angular momentum [J]. Science in China Series, 2009, G39(5): 669-680 (in Chinese).
- [10] ANDREWS L C, PHILLIPS R L. Laser beam propagation through random media [M]. Washington: SPIE Press, 1998: 258-263.
- [11] EYYUBOGLU H T. Propagation of higher order Bessel-Gaussian beams in turbulence [J]. Appl Phys, 2007, B88(2): 259-265.
- [12] CANG J, ZHANG Y X, XU J C. Intensity distribution of focused hollow vortex beams with a Gaussian background in turbulent atmosphere [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(8): 2122-2125 (in Chinese)
- [13] LÜ B D. Laser optics: laser beam propagation and beam quality control [M]. Beijing: Higher Education Press, 2003: 100-106 (in Chinese).