

文章编号: 1001-3806(2010)06-0747-03

激光轨道角动量态的湍流倾斜、像散和慧差效应

张逸新¹, 徐建才¹, 司丛芳¹, 王建宇², 贾建军²

(1. 江南大学 理学院, 无锡 214122; 2. 中国科学院 上海技术物理研究所, 上海 200083)

摘要: 为了分析斜程大气信道中湍流像差对激光束轨道角动量态的作用, 数值研究了湍流 z -倾斜像差、湍流像散和湍流慧差对激光束轨道角动量态测量概率的影响, 得出了此 3 种湍流像差随折射率结构常数、传输距离和天顶角起伏影响光束轨道角动量态测量概率的规律。结果表明, 随着地面湍流强度增强、信道长度增长和天顶角的增大, 湍流 z -倾斜像差使激光束原轨道角动量态的测得概率进一步降低, 湍流慧差仅在天顶角增大时才出现激光束原轨道角动量态的测得概率进一步降低现象, 湍流像散对激光束原轨道角动量态测得概率的影响随此 3 参量变化时基本不变。

关键词: 大气与海洋光学; 湍流像差; 轨道角动量; 大气传输; 激光束

中图分类号: TN929.12; P427.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2010.06.008

Effect of turbulent tilt, coma and astigmatism on orbital angular momentum state of laser beam

ZHANG Yi-xin¹, XU Jian-cai¹, SI Cong-fang¹, WANG Jian-yu², JIA Jian-jun²

(1. School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China; 2. Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

Abstract: In order to analyze influence of the turbulent aberrations on orbital angular momentum states of laser beam propagating in slant atmosphere-channel, effect of z -tilt aberration, astigmatism aberration and coma aberration on the detection probability of the orbital angular momentum states of laser beam was simulated and the impact regularity of the three aberrations as a function of index-of-refraction, propagation distance and zenith angle of communication channel on the detection probability of the orbital angular momentum states was obtained. The results show that with the increase of the zenith angle of communication channel, the atmospheric turbulence and the channel distance, the detection probability of the orbital angular momentum states of laser beams induced by z -tilt aberration decreases more. For turbulence coma aberration, only when the zenith angle of communication channel increases, the detection probability of the orbital angular momentum states of laser beams will decrease more. The effect of astigmatism aberration on the detection probability of the orbital angular momentum states of laser beam is independent of the change of these three factors and can be ignored.

Key words: atmospheric and ocean optics; turbulent aberration; orbital angular momentum; atmospheric propagation; laser beam

引言

光子所携带的自旋和轨道角动量构成了实现量子位和保密单光子通信的基础^[1], 与光子轨道角动量相对应的数量无限的空间分布波函数或轨道角动量本征态, 为实现任意 N -位数据传输提供载体^[2]。考虑到大气量子光通信信道的通信介质是湍流大气, 所以, 必须考虑湍流大气介质对信道内所传输信号的影响。大气湍流引起光传输信道折射率的空间分布的起伏, 从而

导致传输光信号振幅和相位的空间分布起伏^[3]。由于光子轨道角动量对应于相应波函数的空间分布, 因此, 大气湍流对轨道角动量的影响是必须考虑的因素^[4-7]。正因为如此, PATERSON^[4-5]在湍流引起光波复振幅的相位近似下, 研究了 Kolmogorov 谱型大气湍流对水平大气量子光链路中单光子轨道角动量的影响, ANGUITA 等人^[6]研究了修正 Kolmogorov 谱型大气湍流引起的多路自由空间轨道角动量通信光链路间的串话效应, GLENN 等人^[7]研究了大气量子光通信信道的量子编码湍流损失, AKSENOV^[8]采用经典电磁理论研究了 Kolmogorov 谱型大气湍流对拉盖尔-高斯 (Laguerre-Gaussian, LG) 光束的轨道角动量的影响。但是, 系统分析地面湍流强度、信道传输距离、信道天顶角和测量孔径等参量对斜程大气单光子轨道角动量

基金项目: 上海市科学技术委员会科研计划资助项目 (08dz1400700)

作者简介: 张逸新 (1956-), 男, 教授, 目前主要研究方向为大气量子光通信。

E-mail: zyx@jiangnan.edu.cn

收稿日期: 2010-01-25; 收到修改稿日期: 2010-03-31

量子信道中低阶湍流像差效应调制的研究报道很少^[9]。

作者在参考文献[9]的基础上,数值研究了湍流z-倾斜、湍流像散和湍流慧差3个低阶泽尼克展开湍流子像差单独存在的量子光通信信道内,LG型单光子发射轨道角动量态测得概率随大气湍流强度、信道传输距离、信道天顶角和测量孔径尺度的变化规律。

1 光子轨道角动量态的检测概率

参考文献[1]和参考文献[2]中的研究表明,自由空间中传输的LG模 $L_{l_0,p}(r,\varphi,z)$ 是轨道角动量算子 $\hat{L}_z = -i\hbar\partial/\partial\varphi$ 的本征态。为此,作者采用LG模研究单光子轨道角动量量子信道的大气湍流效应。设LG模光束在柱坐标系 (r,φ,z) 内沿z轴方向传输,则z点位置处的归一化 $L_{l_0,p}(r,\varphi,z)$ 模可以用下式表示^[1]:

$$L_{l_0,p}(r,\varphi,z) = R_{l_0,p}(r,z)\exp(iL_0\varphi) \times \exp[-i(2P + |L_0| + 1)\delta]/\sqrt{2\pi} \quad (1)$$

式中, L_0 和 P 分别是径向模阶和方位模阶, L_0 是光子的轨道角动量子数, φ 是方位角, r 是柱坐标径向分量,Gouy相位 δ 和角动量本征值 $L_z = L_0\hbar$ 的LG束场分布的径向基函数 $R_{l_0,p}(r)$ 为:

$$R_{l_0,p}(r,z) = \frac{1}{w} \sqrt{\frac{P!}{(P + |L_0|)!}} \left(\frac{r}{w}\right)^{|L_0|} \times L_{l_0,p}\left(\frac{r^2}{w^2}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{2w^2}\right) \exp\left(-\frac{ikr^2}{4R}\right) \quad (2)$$

式中, $L_{l_0,p}$ 是连带Laguerre多项式, $w = w_0 \times \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$ 是光斑尺度, $z_R = \frac{1}{2}kw_0^2$ 是Rayleigh距离, k 是光波波数, w_0 是光束束腰, $R = 2[1 + (z_R/z)^2]$ 是波前的曲率半径。

在Rytov近似下^{[9][10]135-178}, $L_{l_0,p}$ 模光束通过稳态各向同性弱湍流大气传输z距离后,由下式描述:

$$L_{l_0,p}(r,\varphi,z) = L_{l_0,p}(r,\varphi,z)\exp[iS(r,\varphi,z)] = R_{l_0,p}(r,z)\exp(iL_0\varphi)\exp[-i(2P + |L| + 1)\delta]/\sqrt{2\pi} \quad (3)$$

式中, $S(r,\varphi,z) = a_1 + S_{\text{tilt}} + S_{\text{ast}} + S_{\text{coma}} \dots$ 是湍流大气中传输球面波因大气湍流干扰而引入的随机相位^[11], $S_{\text{tilt}}(r,\varphi) = 2a_2 r \cos\varphi + 2a_3 r \sin\varphi$ 是泽尼克波面倾斜像差, $S_{\text{ast}}(r,\varphi) = [a_5 \sqrt{6}r^2 \sin 2\varphi + a_6 \sqrt{6}r^2 \cos 2\varphi]$ 是泽尼克像散像差, $S_{\text{coma}}(r,\varphi) = a_7 \sqrt{8}(3r^3 - 2r) \sin\varphi + a_8 \times \sqrt{8}(3r^3 - 2r) \cos\varphi$ 是泽尼克慧差像差, a_1 是常相位。

光束在湍流大气中传输时,由于湍流干扰,在z处光束振幅应由 $L \neq L_0$ 本征态叠加给出:

$$L(r,\varphi,z) = \sum_p \sum_L a_{L,p}(z) L_{L,p}(r,\varphi,z) \quad (4)$$

系数 $a_{L,p}(z)$ 由基的映射给出:

$$a_{L,p}(z) = (2\pi)^{-1/2} \iint R_{L,p}^*(r) \exp(-iL\varphi) \times \exp[i(2P + |L| + 1)\delta] L(r,\varphi,z) r dr d\varphi \quad (5)$$

式中,*表示复共轭。

由参考文献[9],有检测到轨道角动量子数L的光子的概率:

$$P(L) = \int_0^\infty |R_{L_0,p}(r,z)|^2 \times \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left[-\frac{1}{2}D_p(|2r\sin(\Delta\varphi/2)|)\right] \times \exp[-i(L - L_0)\Delta\varphi] d(\Delta\varphi) \right\} r dr \quad (6)$$

式中, $D_p(|2r\sin(\Delta\varphi/2)|)$ 是相位结构函数, $\Delta\varphi = \varphi - \varphi'$ 。为了包含大气湍流内外尺度效应,采用修正Kolmogorov大气折射率起伏谱^{[10]135-178}:

$$\phi_n(k) = 0.033 C_n^2(z) \times \exp(-k^2/k_m^2) k^{-11/3}, k_m = 5.92/l_0 \quad (7)$$

式中, l_0 是湍流内尺度, $C_n^2(z)$ 是斜程大气路径的折射率结构常数, k 表示空间波数,本文中采用Hufnagel-Velly模型^{[10]478-553}:

$$C_n^2(z \cos\theta) = 0.00594 (v/27)^2 (z \cos\theta \times 10^{-5})^{10} \times \exp(-z \cos\theta/1000) + 2.7 \times 10^{-16} \times \exp(-z \cos\theta/1500) + C_n^2(0) \exp(-z \cos\theta/100) \quad (8)$$

式中, $z \cos\theta = h$ 是接收端高度, $v = 2.1\text{m/s}$ 是均方根风速, $C_n^2(0)$ 是地面折射率结构常数, θ 是信道的天顶角。

当大气湍流z-倾斜像差单独存在时,对应测量轨道角动量概率为^[9]:

$$P(L) = \int_0^\infty \frac{1}{w^2} \frac{P!}{(P + |L_0|)!} \left(\frac{r}{w}\right)^{2|L_0|} \times \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) L_{l_0,p}\left(\frac{r^2}{w^2}\right) L_{L_0,p}^*\left(\frac{r^2}{w^2}\right) \Theta(r, L - L_0) r dr \quad (9)$$

式中, $\rho_0^2 = \left[1.45k^2 \int_{z_0}^{z_1} C_n^2(z) \left(\frac{z_1 - z}{z_1 - z_0}\right)^{5/3} dz\right]^{-6/5}$ 是湍流大气中传输球面波的空间相干长度, $\Theta(r, L - L_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[-i(L - L_0)\Delta\varphi + \cos\Delta\varphi] \exp(0.130D^2r^2/\rho_0^2) d(\Delta\varphi)$ 是湍流大气影响因子, D 是成像圆孔直径。

慧差影响下的测量轨道角动量概率:

$$P(L) = \exp(-0.02(D/\tilde{\rho}_0)^{5/3}) \int_0^\infty \frac{1}{w^2} \frac{P!}{(P + |L_0|)!} \times \left(\frac{r}{w}\right)^{2|L_0|} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) L_{l_0,p}\left(\frac{r^2}{w^2}\right) L_{L_0,p}^*\left(\frac{r^2}{w^2}\right) \times \Theta(r, L - L_0) r dr \quad (10)$$

式中, $\Theta(r, L - L_0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[-i(L - L_0) \Delta\varphi] \exp\{-0.021(D/\rho_0)^{5/3} [2r \sin(\Delta\varphi/2)]^4\} d(\Delta\varphi)$ 。

像散像差影响下的测量轨道角动量概率:

$$P(L) = \exp[-0.02(D/\tilde{\rho}_0)^{5/3}] \int_0^\infty \frac{1}{w^2} \frac{P!}{(P + |L_0|)!} \times \left(\frac{r}{w}\right)^{2|L_0|} \exp\left(-\frac{r^2}{w^2}\right) L_{L_0, P} \left(\frac{r^2}{w^2}\right) \times L_{L_0, P}^* \left(\frac{r^2}{w^2}\right) \Theta(r, L - L_0) r dr \quad (11)$$

式中, $\Theta(r, L - L_0)$ 的取值同(10)式。

2 数值研究

图1~图3中分别给出了单光子在3种低价大气湍流像差单独存在的信道中传输时,接收到发射状态轨道角动量态的概率。

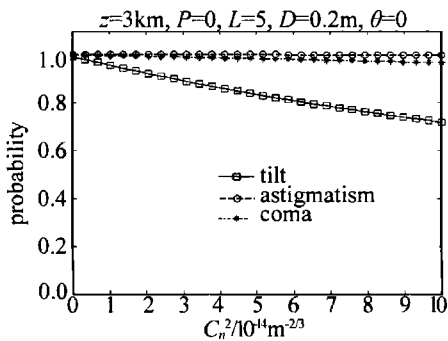


Fig. 1 The effect of z-tilt, coma and astigmatism on the detection probability of orbital angular momentum with different turbulence fluctuation

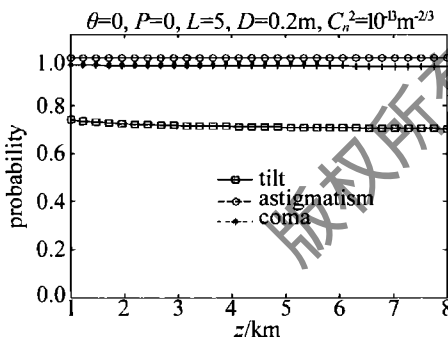


Fig. 2 The effect of z-tilt, coma and astigmatism on the detection probability of orbital angular momentum with different the propagation distance

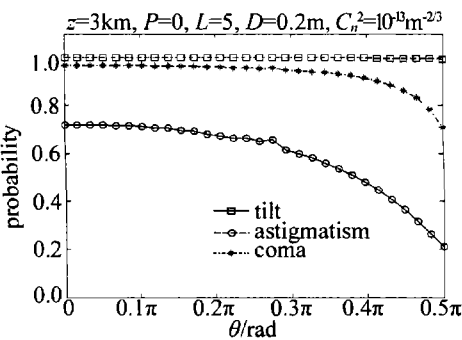


Fig. 3 The effect of z-tilt, coma and astigmatism on the detection probability of orbital angular momentum with different the zenith angle of communication channel

图1中给出了单光子在路径长度 $z = 3\text{km}$ 的垂直信道 ($\theta = 0$) 中传输和地面湍流强度变化的情况下,其轨道角动量态分别受湍流 z -倾斜、湍流像散和湍流慧差3种像差影响的比较。在发射端孔径的直径 $D = 2w_0 = 0.2\text{m}$ 、光子轨道角动量量子数 $L = 5$ 和光斑参量 $P = 0$ 条件下,随地面湍流强度增加一个量级,湍流像散对光子原始轨道角动量态的影响基本相同、湍流慧差和 z -倾斜对光子原始轨道角动量态的影响以近似线性形式增加,但湍流慧差造成测得原始轨道角动量态的概率下降小于3%, z -倾斜造成测得原始轨道角动量态的概率下降近30%。

图2表示单光子在湍流强度 $C_n^2 = 10^{-13} \text{m}^{-2/3}$ 的垂直信道 ($\theta = 0$) 传输和在传输距离变化的情况下,湍流 z -倾斜、湍流像散和湍流慧差3种像差分别对光子原始轨道角动量态的影响的比较。传输条件:发射端孔径的直径为 $D = 0.2\text{m}$,光子轨道角动量量子数为 $L = 5$,光斑参量 $P = 0$ 。由图2可见,各像差对光子原始轨道角动量态的测量概率影响随传输距离的变化基本相同。在同一位置上, z -倾斜导致光子原始轨道角动量态的测量概率下降最大。

图3表示单光子在路径长度 $z = 3\text{km}$ 和信道顶角增加的传输环境中,湍流 z -倾斜、湍流像散和湍流慧差3种像差分别对光子原始轨道角动量态的变化规律。在发射端孔径的直径为 $D = 2w_0 = 0.2\text{m}$,光子轨道角动量量子数为 $L = 5$,地面大气湍流起伏 $C_n^2 = 10^{-13} \text{m}^{-2/3}$ 和光斑参量 $P = 0$ 的传输条件,天顶角的增加都将使 z -倾斜、慧差像差对原发射轨道角动量态的测量概率影响非线性增大,其中 z -倾斜作用下的原发射轨道角动量态的测量概率随天顶角增大下降大于50%,慧差作用时原发射轨道角动量态的测量概率下降30%。而像散作用与天顶角的相关度很小,接收到原始轨道角动量的概率几乎是不变的。

3 结论

数值研究了影响以轨道角动量为信息载体的通信系统性能的3个大气湍流低级像差,即湍流 z -倾斜、湍流像散和湍流慧差单独存在时导致光子发射轨道角动量态概率降低问题。

研究表明,在所研究的这3种大气湍流低级像差中,湍流 z -倾斜的存在所产生的原发射轨道角动量的测量概率降低最大,其次是湍流慧差,湍流像散最小。这表示就以轨道角动量为通信载体的系统而言,在这3种低价大气湍流像差的自适应校正中应重点校正大气湍流 z -倾斜,其次是像散,最后才是慧差。

(下转第801页)

根据图6和图8的理论和实验透射曲线得出(图1中的结构经计算,损耗太大,实用性不是很好,因此不再对其进行实验验证),中心波长透过率和通带半峰全宽以及次极大的值基本相等,只存在一些微小的差别。可以认为,这种微小差别是由石英晶体的厚度误差以及测量误差造成的。在调制过程中,关键是要光线垂直滤波器入射,将滤波器各器件黏贴后,固定于一平行板上,从而增加滤波器在测量过程中的准确性。实验得到的石英晶体旋光光学滤波器的透射曲线和理论曲线变化规律基本一致,实现了提高光谱透过率的目的。

4 结论

设计了一种利用石英晶体旋光作用的新型滤波器,与原有多级石英晶体旋光光学滤波器(3级)改造结构比较表明:利用理论透射曲线和推导的计算公式得出在保持主透射峰自由光谱范围和通带半峰全宽不变的情况下,考虑各器件损耗的情况,新型低损耗改造结构的出射光透过率远高于原有改造结构的出射光透过率;与参考文献[11]中YE提及的石英晶体旋光滤波器进行比较,不仅改善了主透射峰自由光谱范围和通带半峰全宽,而且减小了次极大光强,有效改善了滤波器的通带结构,从而提高了滤波片观察像的衬度。由于设计中减少了所用偏光镜的数目,则整个滤波器的透射比提高了约10%,并且通过实验进行了验证。由此可见,这种低损耗滤波器具有实际的应用价值。

参 考 文 献

- [1] FRANCON M. Optical filters for radiations separation[M]. Beijing: Science Press, 1984:37-42(in Chinese).
- [2] YAN J X, WEI G H, HA L Zh, *et al.* Matrix optics[M]. Beijing: Ordnance Industry Press, 1995:180-190(in Chinese).
- [3] ZHANG Sh, WU F Q, WU W D. Characteristics of multistage quartz optical filter based on the optical rotatory dispersion effect[J]. Acta Physics Science, 2008, 57(8):5020-5026(in Chinese).
- [4] YE Ch. Wavelength-tunable spectral filter based on the optical rotatory dispersion effect[J]. Appl Opt, 2003, 42(22):4505-4513.
- [5] YE Ch. Liquid-crystal bandpass filter based on the optical rotatory dispersion effect[J]. Appl Opt, 2004, 43(20):4007-4010.
- [6] YE Ch. Low-loss tunable filter based on optical rotatory dispersion [J]. Appl Opt, 2006, 45(6):1162-1168.
- [7] LIANG W, LIANG Zh X, ZHANG Ch Q. Study on computer aided design of lyot filter[J]. Journal of Jinan University, 2003, 17(2): 157-159(in Chinese).
- [8] ZHANG Sh, WU F Q, WU W D, *et al.* Quartz optical filter for wavelength selection of frequency-doubled laser based on optical rotatory dispersion effect[J]. Chinese Optics Letters, 2007, 5(12):717-719.
- [9] ZHANG Sh, WU F Q, HAO D Zh, *et al.* A spectrometer method for determining thickness of quartz plate along the crystal axis[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(11):2082-2086(in Chinese).
- [10] ZHANG Sh, WU F Q, WANG T, *et al.* The analysis of the optical design for extra cavity frequency-doubled Laser based on the optical rotatory dispersion effect [J]. Journal of Qufu Normal University (Natural Science), 2007, 33(4):52-54(in Chinese).
- [11] LIANG Zh X, LI G H, SHAO W D. Study of the thickness ratio the birefringent filter[J]. Chinese Journal of Lasers, 2000, 27(5):601-605(in Chinese).
- [12] YIN Y X, WU F Q, WANG Q, *et al.* Optical design of sideband energy of a rotatory quartz filter[J]. Laser Technology, 2010, 34(1): 102-104(in Chinese).

(上接第749页)

参 考 文 献

- [1] ALLEN L, BEIJERSBERGEN M W, SPREEUW R J C, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Phys Rev, 1992, A45(11): 8185-8189.
- [2] MOLINA-TERRIZA G J, TORRES P, TORNER L. Management of the angular momentum of light: preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum[J]. Phys Rev Lett, 2002, 88(24):257901/1-257901/4.
- [3] ZHANG Y X, TAO Ch K. Wave structure function of light wave propagating in turbulent atmosphere [J]. Laser Technology, 2004, 28(4):337-339(in Chinese).
- [4] PATERSON C. Atmospheric turbulence and orbital angular momentum of singer for optical communication[J]. Phys Rev Lett, 2005, 94(15):153901/1-153901/4.
- [5] PATERSON C. Atmospheric turbulence and free-space optical communication using orbital angular momentum of single photons[J]. Proc SPIE, 2004, 5572:187-198.
- [6] ANGUITA J A, NEIFELD M A, VASIC B V. Turbulence-induced channel crosstalk in an orbital angular momentum-multiplexed free-space optical link [J]. Appl Opt, 2008, 47(13):2414-2429.
- [7] GLENN A T, ROBERT W B. Influence of atmospheric turbulence on the propagation of quantum states of light carrying orbital angular momentum[J]. Opt Lett, 2009, 34(2):142-144.
- [8] AKSENOV V P. Fluctuations of orbital angular momentum of vortex laser-beam in turbulent atmosphere [J]. Proc SPIE, 2005, 5892: 58921Y/1-58921Y/8.
- [9] ZHANG Y X, CANG J. Effects of turbulent aberration on probability distribution of orbital angular momentum for optical communication [J]. Chinese Physics Letters, 2009, 26(7):074220/1-074220/4.
- [10] ANDREWS L C, PHILLIPS R L. Laser beam propagation through random media[M]. Washington: SPIE, 2005:135-178, 478-553.
- [11] NOLL R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. J O S A, 1996, 66(3):207-211.