

文章编号: 1001-3806(2010)04-0565-04

湍流大气中 J_0 相关部分相干平顶光束的传输特性

朱焯炜, 徐建才, 仓吉

(江南大学理学院, 无锡 214122)

摘要: 为了研究相干度为零阶贝塞尔函数的部分相干平顶光束的传输特性, 采用广义惠更斯-菲涅耳公式得到了 J_0 相关部分相干平顶光束通过湍流大气的平均光强分布, 并利用空间 2 阶矩法得到了均方根束宽的解析表达式; 分析了传输距离、相干长度、大气折射率结构常数、阶数对光强分布特性和光束扩展的影响。结果表明, J_0 部分相干平顶光束的阶数越高, 相干长度越小, 光束受湍流的影响就越小; 改变光源的相干度可以使光束在湍流大气中的中心光强达到最大。

关键词: 大气与海洋光学; J_0 相关部分相干平顶光束; 湍流大气; 传输特性

中图分类号: P425.2; TN012 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2010.04.035

Propagation properties of J_0 -correlated partially coherent flat-topped beams in a turbulent atmosphere

ZHU Zhuo-wei, XU Jian-cai, CANG Ji

(School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, China)

Abstract: In order to study propagation properties of J_0 -correlated partially coherent flat-topped beams in atmospheric turbulence, the average intensity distribution were derived based on extended Huygens-Fresnel principle, and the analytical expression of beams waist width was obtained with the second-order moment method. Then, the effects of propagation distance, correlation lengths of source, structure constant and orders of flat-topped beams on average intensity distribution and beam width were analyzed. It was show that higher order flat-topped beam was less affected by atmospheric turbulence and it was less broadened. Results also show that maximum central intensity value can be obtained by adjusting the correlation lengths of source.

Key words: atmospheric and ocean optics; J_0 -correlated partially coherent flat-topped beam; turbulent atmosphere; propagation properties

引言

激光光束在大气中的传输特性对于大气遥感、激光通讯、激光雷达等相关领域有十分重要的作用。在实际中, 大部分光束是部分相干, 完全相干和完全不相干的光束严格来说是不存在的。因此, 研究部分相干光束的传输特性具有非常实际的意义。近来, 相干性由零阶贝塞尔函数表示的传输和聚焦特性引起了人们的注意。GBUR 等人^[1]对 J_0 相关光束的聚焦特性进行了研究, 指出这类光束经过透镜聚焦时, 通过选择合适的相干度可在几何焦点附近获得空心或平顶光束。WANG 和 PU^[2]研究了 J_0 部分相干空心光束通过湍流大气的传输特性, CANG^[3]等人研究了聚焦 J_0 相关部分相干光束通过斜程湍流大气的传输特性。到目前为

止, 关于 J_0 相关部分相干平顶光束在湍流大气中的传输变化规律的研究还未见报道。然而, 研究这种光束在湍流大气中的传输特性对于研究激光光束在大气中的传输有着相当重要的意义。作者详细研究了 J_0 相关部分相干平顶光束通过湍流大气的传输特性, 分析了平顶光束的阶数、光源相干性、传输距离、湍流强度等对平均光强分布和光束的束宽的影响, 并对结果给出了合理的解释。

1 J_0 相关部分相干平顶光束通过湍流大气的平均光强分布

在源平面处, 平顶光束的场强可视为具有不同光斑尺寸的基模高斯光束相干叠加的结果, 如下^[4-7]:

$$E_N(\vec{r}, z=0) = \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n-1}}{N} \begin{bmatrix} N \\ n \end{bmatrix} \exp\left(-\frac{nr^2}{w_0^2}\right) \quad (1)$$

式中, r 为光源平面位置矢量 \vec{r} 的模, w_0 为高斯光束的束宽, $\begin{bmatrix} N \\ n \end{bmatrix}$ 表示二项式系数, N 是平顶光束的阶数 ($N=0,$

作者简介: 朱焯炜 (1981-), 男, 助教, 硕士, 主要从事激光传输与变换的研究。

E-mail: zhuzhuowei2004@163.com

收稿日期: 2009-07-10; 收到修改稿日期: 2009-09-09

1, 2, 3, ...)。当 $N=1$ 时, (1) 式就还原成为高斯光束。

对于 J_0 相关部分相干平顶光束而言, 其在光源平面内光场的交叉谱密度表示为:

$$\Gamma_N(\vec{r}_1, \vec{r}_2, z=0, \omega) = \langle E^*(\vec{r}_1, 0, \omega) E(\vec{r}_2, 0, \omega) \rangle = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{(-1)^{m+n-2}}{N^2} \begin{bmatrix} N \\ n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix} \times \exp\left[-\left(\frac{nr_1^2 + mr_2^2}{w_0^2}\right)\right] J_0[\alpha|\vec{r}_1, \vec{r}_2|] \quad (2)$$

式中, $J_0(\cdot)$ 为零阶 Bessel 函数, \vec{r}_1, \vec{r}_2 为光源平面内任意两点的位置矢量, ω 为光束的角频率, α 表示光源相干性的参量, α^{-1} 表示相干长度, $*$ 为复共轭, $\langle \cdot \rangle$ 表示系综平均。

根据广义惠更斯-菲涅耳原理, 在 $z>0$ 平面内, 任意一点光场 $E_N(\vec{\rho}, z, \omega)$ 可以由光源平面光束 $E_N(\vec{r}, 0, \omega)$ 确定如下^[8]:

$$E_N(\vec{\rho}, z, \omega) = -\frac{i}{\lambda z} \exp(ikz) \iint E(\vec{r}, 0, \omega) \times \exp\left[\frac{ik}{2z}(\vec{r} - \vec{\rho})^2 + \varphi(\vec{r}, \vec{\rho}, z, \omega)\right] d^2\vec{r} \quad (3)$$

式中, $\vec{\rho}$ 为观察平面上任意点的位置矢量, $\varphi(\vec{r}, \vec{\rho}, z, \omega)$ 为光束从光源平面传输到观察平面的过程中大气湍流引入的复相位扰动, $k=2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长。

由(2)式和(3)式可得出大气湍流中的交叉谱密度函数为:

$$\Gamma_N(\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2, z, \omega) = \langle E^*(\vec{\rho}_1, z, \omega) E(\vec{\rho}_2, z, \omega) \rangle = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \iint d^2\vec{r}_1 \iint d^2\vec{r}_2 \Gamma_N(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0, \omega) \times \exp\left[-ik \frac{(\vec{\rho}_1 - \vec{r}_1)^2 - (\vec{\rho}_2 - \vec{r}_2)^2}{2z}\right] \times \langle \exp[\varphi^*(\vec{\rho}_1, \vec{r}_1, z, \omega) + \varphi(\vec{\rho}_2, \vec{r}_2, z, \omega)] \rangle_m \quad (4)$$

式中, $\vec{\rho}_1, \vec{\rho}_2$ 为观察平面内任意两点的位置矢量, 系综统计平均 $\langle \cdot \rangle_m$ 可用 Rytov 位相结构函数的 2 次近似表示为^[9-13]:

$$\langle \exp[\varphi^*(\vec{\rho}_1, \vec{r}_1, z, \omega) + \varphi(\vec{\rho}_2, \vec{r}_2, z, \omega)] \rangle_m = \exp\{-\rho_0^{-2}[(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2 + (\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)^2 + (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)(\vec{\rho}_1 - \vec{\rho}_2)]\} \quad (5)$$

式中, $\rho_0 = (0.545C_n^2 k^2 z)^{-3/5}$ 为球面波在湍流大气中传输时的相干长度, C_n^2 为折射率结构常数, 它表征湍流的强弱。

将(5)式代入(4)式, 并令 $\vec{\rho}_1 = \vec{\rho}_2 = \vec{\rho}$, 则可得到

$z>0$ 平面内的平均光强分布为:

$$I(\vec{\rho}, z) = \Gamma_N(\vec{\rho}, \vec{\rho}, z; \omega) = \left(\frac{k}{2\pi z}\right)^2 \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{(-1)^{m+n-2}}{N^2} \iint d^2\vec{r}_1 \iint d^2\vec{r}_2 \times \exp\left(-\frac{n\vec{r}_1^2 + m\vec{r}_2^2}{w_0^2}\right) J_0[\alpha|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|] \times \exp\left[-\frac{ik}{2z}(\vec{r}_1 - \vec{\rho})^2 + \frac{ik}{2z}(\vec{r}_2 - \vec{\rho})^2\right] \times \exp\left[-\frac{1}{\rho_0^2}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2\right] \quad (6)$$

为了计算方便, 引入变量变换: $\vec{a} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}$, $\vec{b} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ 。

利用积分关系式^[10]:

$$\int_0^{+\infty} \exp(-a^2 x^2) J_p(bx) J_p(\epsilon x) x dx = \frac{1}{2a^2} \exp\left(-\frac{b^2 + \epsilon^2}{4a^2}\right) I_p\left(\frac{b\epsilon}{2a^2}\right) \quad (7)$$

式中, $J_p(\cdot)$ 是 p 阶第 1 类贝塞尔函数, $I_p(\cdot)$ 是 p 阶修正贝塞尔函数, 经过复杂的积分运算可得 J_0 相关部分相干平顶光束通过湍流大气在 z 处的平均光强的解析表达式:

$$I(\vec{\rho}, z) = \frac{k^2}{2\pi z^2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N \frac{1}{2\delta} \frac{(-1)^{n+m-2} w_0^2 \pi \begin{bmatrix} N \\ n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix}}{N^2(m+n)} \times \exp\left[-\frac{k^2 \rho^2 + z^2 \alpha^2}{4\eta z^2}\right] I_0\left(\frac{k\rho\alpha}{2\eta z}\right) \quad (8)$$

式中, $\eta = \frac{(m+n)}{4w_0^2} - \frac{(m-n)^2}{64w_0^2(m+n)} + \frac{(w_0 k)^2}{4z^2(m+n)} - \frac{i(m-n)k}{8z(m+n)} + \frac{1}{\rho_0^2}$ 。

2 J_0 相关部分相干平顶光束通过湍流大气的光束扩展

湍流大气中光束扩展可以用均方根束宽来描述, 而均方根束宽可用空间 2 阶矩表示^[4]:

$$w^2(z) = \frac{\int_0^\infty \rho^2 I(\vec{\rho}, z) d\rho}{\int_0^\infty I(\vec{\rho}, z) d\rho} \quad (9)$$

将(8)式代入(9)式, 并利用积分公式^[10]:

$$\int_0^\infty \rho^\nu \exp(-\epsilon \rho^2) J_\mu(\delta \rho) d\rho = \frac{\delta^\nu \Gamma[0.5(\mu + \nu + 1)]}{2^{\mu+1} \epsilon^{0.5(\nu+\mu+1)} \Gamma(\mu + 1)} \times {}_1F_1\left(\frac{\nu + \mu + 1}{2}; \mu + 1; -\frac{\delta^2}{4\epsilon}\right) \quad (10)$$

式中, ${}_1F_1(a; b; c)$ 是合流超几何函数, Γ 为伽马函数。计算相关的积分后, 可得出光束长期扩展的解析关系:

$$w^2(z) = \frac{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n+m-2} 4\pi\eta w_0^2 z^2}{N^2 k^2 (m+n)} \begin{bmatrix} N \\ n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4\eta}\right) {}_1F_1\left(2; 1; \frac{\alpha^2}{4\eta}\right)}{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^{n+m-2} \pi w_0^2}{N^2 (m+n)} \begin{bmatrix} N \\ n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ m \end{bmatrix} \exp\left(-\frac{\alpha^2}{4\eta}\right) {}_1F_1\left(1; 1; \frac{\alpha^2}{4\eta}\right)} \quad (11)$$

3 数值分析

图 1 中给出了在光源参量取波长 $\lambda = 1064\text{nm}$ 、束

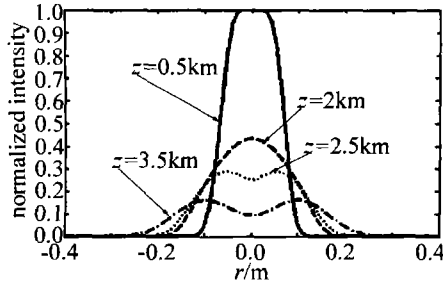


Fig. 1 Normalized average intensity of a J_0 -related partially coherent flat-topped beam in a turbulent atmosphere at different propagation distances

腰 $w_0 = 0.05\text{m}$ 、相干参量 $\alpha = 200\text{m}^{-1}$ 和 $N = 8$ 、水平路径大气折射率结构常数取为 $C_n^2 = 10^{-14}\text{m}^{-2/3}$ 的情况下, J_0 相关部分相干平顶光束通过不同距离(z 分别为 $0.5\text{km}, 2\text{km}, 2.5\text{km}, 3.5\text{km}$) 时, 光束在水平路径湍流大气中的平均光强分布特性。从图 1 中可以看出, 该光束在湍流大气中传输时, 其焦面光强变化经历了 3 个阶段, 随着传输距离的增加, 平顶光束逐渐变为高斯分布, 最后变为空心分布。如果距离足够远, 最后光强分布转变为高斯形状。

图 2 中给出了在传输距离 $z = 3\text{km}$ 、光源相干性分

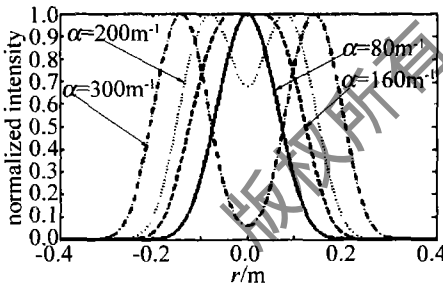


Fig. 2 Normalized average intensity of a J_0 -related partially coherent flat-topped beam in a turbulent atmosphere at different correlation lengths 别取 α 为 $80\text{m}^{-1}, 160\text{m}^{-1}, 200\text{m}^{-1}, 300\text{m}^{-1}$ 条件下, J_0 相关部分相干平顶光束在接收平面处的光强分布 (光源参量同图 1)。从图 2 中可以看出, 随着相干参量 α 的减小, 光强分布由中央凹陷状逐渐变为平顶分布, 最后过渡到高斯分布; 而且 α 越大, 光斑宽度越宽。这一现象是由这种部分相干平顶光束本身的衍射特性所决定的, 即这种形式的部分相干平顶光束在自由空间中的传播方向是发散的, 光源的相干性越差, 光束发散得越厉害, 而大气湍流可抑制光束的发散。由此可知, 通过调整光源的相干长度可以使湍流大气中焦斑光强

分布为平顶分布。

图 3a 和图 3b 中分别给出了在相干参量 $\alpha = 160\text{m}^{-1}$ 、

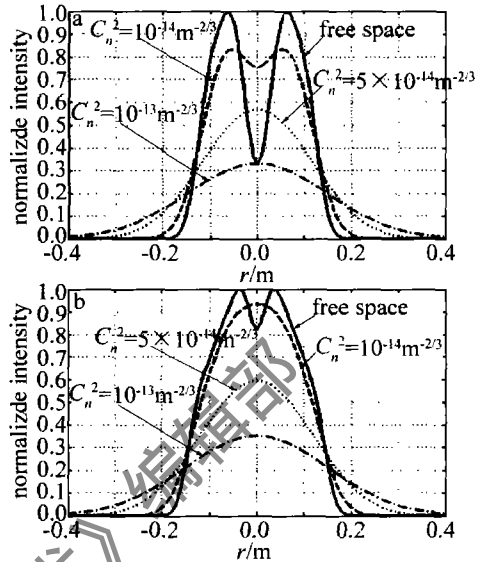


Fig. 3 The normalized intensity distribution of J_0 -related partially coherent flat-topped beams in turbulent atmosphere (four different values of structure constant C_n^2) for different values of N a— $N=4$ b— $N=12$

波长 $\lambda = 1064\text{nm}$ 、传输距离 $z = 3\text{km}$ 、阶数分别取 $N = 4$ 和 $N = 12$ 、光强随大气折射率结构常数取不同值 (C_n^2 分别为 $0, 10^{-14}\text{m}^{-2/3}, 5 \times 10^{-14}\text{m}^{-2/3}, 10^{-13}\text{m}^{-2/3}$) 条件下的变化规律。由图 3a 和图 3b 中可以看出, 随着湍流强度 C_n^2 的增大, 光束的束宽逐渐扩展, 光强迅速减弱。光束在湍流大气中传输时, 其光强的中央凹陷状随着湍流强度的增加而逐渐变浅, 最后变为高斯分布。这是由于大气湍流导致光束相干性降低, 从而对光强分布起到平滑调制作用的结果。比较图 3a 和图 3b 可以看出, 当光源相干长度、湍流强度和传输距离一定时, 平顶光束的阶数越高, 在接收面上的光强峰值越大。原因是: 阶数越高代表叠加的子光束越多, 光束的空间相干性就越差, 而相干性越差的光束受到湍流的影响就越小。

图 4 和图 5 中给出了传输距离 $z = 4\text{km}$ 条件下, 波

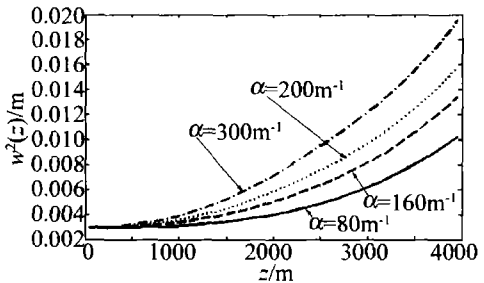


Fig. 4 The squared beam width of J_0 -related partially coherent flat-topped beams for different source coherence

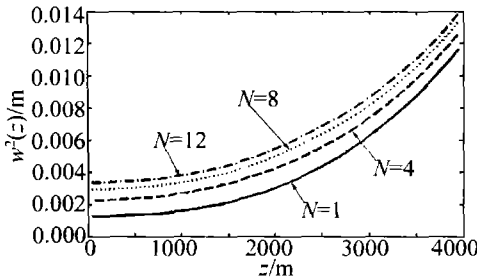


Fig. 5 The squared beam width of J_0 -correlated partially coherent flat-topped beams for different orders

长为 1064nm、束腰为 0.05m 的 J_0 相关部分相干平顶光束的光束均方根束宽随传输距离的变化。

图 4 中给出了不同光源相干性(α 分别为 80m^{-1} , 160m^{-1} , 200m^{-1} , 300m^{-1}) 条件下光束的均方根束宽随传输距离的变化规律。图 4 的数值结果表明,光源相干性越弱,光束扩展越大,亦即光束发散越严重。由此可知,可以通过降低该类光束的初始相干性来提高其抵御大气湍流光束扩展的能力。图 5 中给出了在不同阶数(N 分别为 1, 4, 8, 12) 条件下光束的均方根束宽随传输距离的变化。从图 5 中可以看到,虽然在近场中高阶平顶光束有更大的束宽,但是随着传输距离的增加,低阶和高阶平顶光束的束宽差距越来越小。图 5 再一次表明,高阶的平顶光束受到大气湍流的影响要小于低阶的平顶光束。因此,可以得出平顶光束阶数 N 越小(相干性越好),光束的空间扩展越厉害。由此结论可知,可以通过提高平顶光束的阶数来提高其抵御大气湍流的能力。

4 小结

基于广义惠更斯-菲涅耳原理导出了 J_0 相关部分相干平顶光束,在湍流大气中的传输的平均光强分布和均方根束宽。分析了光源的相干长度、阶数、大气折射率结构常数对平均光强分布和均方根束宽的影响。研究表明,当传输距离给定时,随着光源相干性的提高,光强由中央凹陷状分布逐渐向平顶分布过渡,最后变为高斯分布,此结果表明,可以通过调整光源的相干

长度来控制焦斑光强的分布。在传输距离和湍流强度给定时,光源相干长度越小,阶数 N 越大, J_0 相关部分相干平顶光束的均方根束宽受到湍流大气的影响就越小。因此,可以通过降低该类光束的初始相干性和增加其阶数来提高其抵御由大气湍流引起光束扩展的能力。这些结果对部分相干平顶光束在湍流大气传输中的光强和光束扩展控制提供了有意义的参考。

参考文献

- [1] GBUR G, VISSER T D. Coherence vortices in partially coherent beams[J]. Opt Commun, 2003, 222(1/6):117-125.
- [2] WANG T, PU J X. Propagation of Bessel-correlated partially coherent hollow beams in the turbulent atmosphere[J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(11):6754-6759 (in Chinese).
- [3] CANG J, ZHANG Y X. The propagation properties of J_0 -correlated partially coherent beams in the slant atmosphere [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(4):57-60 (in Chinese).
- [4] LI Y J. Light beam with flat-topped profiles[J]. Opt Lett, 2002, 27(12):1007.
- [5] LI Y J. Flat-topped light beam with non-circular cross-sections[J]. Journal of Modern Optics, 2003, 50(13):1957.
- [6] LI Y J. New expressions for flat-topped beams[J]. Opt Commun, 2002, 206(4):225-234.
- [7] ZENG Q, ZHANG B, CHU X L. Propagation of flat-topped light beams passing through ABCD optical systems [J]. Laser Technology, 2004, 28(2):144-146 (in Chinese).
- [8] ANDREWS L C, PHILLIPS R L. Laser beam propagation through random media[M]. Washington: SPIE Press, 1998:258-263.
- [9] WANG S Ch, APLONUS M. Optical beam propagation for a partially coherent source in the turbulent atmosphere[J]. J O S A, 1979, 69(9):1297-1304.
- [10] LEADER J C. Atmospheric propagation of partially coherent radiation[J]. J O S A, 1978, 68(2):175-185.
- [11] SHIRAI T, DOGARIU A, WOLF E. Mode analysis of spreading of partially coherent beams propagating through atmospheric turbulence [J]. J O S A, 2003, A20(6):1094-1102.
- [12] EYYUBOGLU H T, CAGLAR A, BAYKAL Y. Flat-topped beams and their characteristics in turbulent media[J]. Optics Express, 2006, 14(10):4196-4207.
- [13] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of integrals series and products[M]. New York: Academic Press, 2000:158-160.