

文章编号: 1001-3806(2010)03-0343-04

多色 GSM 光束通过杨氏双缝后谱强度的一般式

王劭予, 杨林, 刘巧君, 左浩毅, 罗时荣*
(四川大学 物理科学与技术学院, 成都 610064)

摘要: 为了统一地研究多色高斯-谢尔模型(GSM)光束通过杨氏双缝衍射后在近场和远场的光谱移动和光谱开关现象, 利用部分相干光的广义衍射积分公式, 得到了多色 GSM 光束通过杨氏双缝和 ABCD 光学系统后的谱强度解析表达式。从该式可看出, 多色 GSM 光束轴上光谱移动的成因是不同频率成分的光具有不同的菲涅耳数。利用谱强度解析式并以自由空间作为 ABCD 光学系统的典型代表, 对多色 GSM 光束在近场轴上和远场轴外的光谱移动和光谱开关现象作了数值计算研究。结果表明, 所得谱强度解析表达式对 GSM 光束通过杨氏双缝衍射后的光谱移动和光谱开关现象的研究有一定的理论价值。

关键词: 物理光学; 谱强度解析表达式; 多色高斯-谢尔模型光束; 杨氏双缝; ABCD 光学系统; 光谱移动; 光谱开关
中图分类号: O436 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2010.03.016

General spectral density formula of polychromatic GSM beam passing through the Young's double slits

WANG Jie-yu, YANG Lin, LIU Qiao-jun, ZUO Hao-yi, LUO Shi-rong
(School of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: In order to study the spectral shift and spectral switch phenomena in the near field and far field of polychromatic Gaussian-Schell model (GSM) beam uniformly, based on the general diffraction integral formula of partially coherent light, the analytical spectral density formula of polychromatic GSM beam passing through the Young's double slits and ABCD optical system was derived. From the general spectral density formula it can be shown that the Fresnel number varies with the frequency, which is the physical reason of the axial spectral shift of the polychromatic GSM beam. Taking the free space as a typical example of the ABCD optical system, the on-axis spectral shift and spectral switch in the near field and the off-axis spectral shift and spectral switch in the far field were studied numerically by means of the general formula. The result shows that the analytical spectral density formula has some theoretical value in researching spectral shift and spectral switch phenomenon of GSM beam diffracted by Young's double slits.

Key words: physical optics; analytical spectral density formula; polychromatic Gaussian-Schell model beam; Young's double-slit; ABCD optical system; spectral shift; spectral switch

引言

因物质发出的光与组成物质的微观粒子的能级跃迁有关, 因此, 长久以来人们认为光在自由空间中传输时其光谱保持不变。直到 1986 年, WOLF 指出当光源光谱的相干度不满足“定标律”时相关会诱导光谱变化^[1]。PU 等人^[2]在对多色部分相干光通过光阑的衍射作了研究, 发现了光阑衍射也会诱导光谱变化, 并提出光谱开关新概念。因各种物理机制诱导的光谱变化

在物理学、计量学和天文学中的精密光谱测量和光学互连等方面有着诱人的应用前景, 吸引了大量研究者对各种情况的光谱移动和光谱开关现象作了广泛的理论研究^[3-7], 有些结果还得到实验验证^[8]。参考文献[9]中将高斯-谢尔模型(Gaussian-Schell model, GSM)光束在传输中的远场轴外光谱移动归结为不同频率成分的光具有不同的发散角, 但未涉及轴上光谱移动的成因。杨氏双缝衍射实验是物理学中的重要实验, PAN 等人研究了多色谢尔模型光束通过杨氏双缝的光谱移动和光谱开关^[4], ZHAO 等人推导出多色 GSM 光束通过杨氏双缝的谱强度公式^[7], 但已有研究工作大多是针对杨氏双缝与自由空间组成的光学系统。作者利用部分相干光的传输理论, 得到了多色 GSM 光束通过杨氏双缝和 ABCD 矩阵表示的光学系统后的谱强

基金项目: 中国博士后科学基金资助项目(20080441212)

作者简介: 王劭予(1985-), 男, 硕士研究生, 主要从事光束传输与控制的研究。

* 通讯联系人。E-mail: luosr@scu.edu.cn

收稿日期: 2009-05-16; 收到修改稿日期: 2009-07-15

度一般解析表达式,分析从该式导出的轴上谱强度公式,对 GSM 光束在传输过程中轴上光谱移动形成原因作了适当的物理解释。利用该式对多色 GSM 光束通过杨氏双缝衍射后的近场轴上和远场轴外的光谱移动和光谱开关现象作了数值计算和分析。

1 多色 GSM 光束通过杨氏双缝和 ABCD 光学系统后的谱强度

设交叉谱密度为 $W^{(0)}$ 的多色 GSM 光束入射到图 1 所示的杨氏双缝实验装置上:

$$W^{(0)}(x_1, x_2, z=0, \omega) = S^{(0)}(\omega) \times \exp\left[-\frac{x_1^2 + x_2^2}{w_0^2}\right] \times \exp\left[-\frac{(x_1 - x_2)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1)$$

式中, $S^{(0)}(\omega)$ 为源光谱, ω 为圆频率, w_0 和 σ 分别为入射面 ($z=0$ 平面) 上激光束的束宽和空间相干长度, x_1, x_2 是双缝中任意两点的坐标。

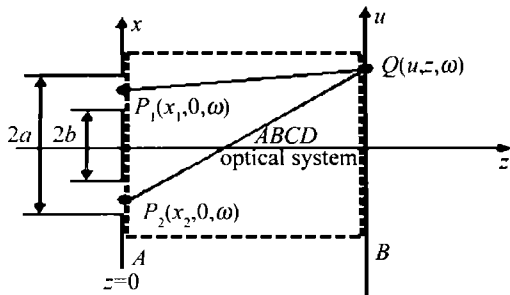


Fig. 1 Schematic illustration of Young's experiment setup

将(1)式代入近轴近似下部分相干光的传输公式^[10]:

$$S(x, z, \omega) = \frac{k}{2\pi B} \int_A \int_A W^{(0)}(x_1, x_2, z=0, \omega) \times \exp\left\{-\frac{ik}{2B}[A(x_1^2 - x_2^2) - 2x(x_1 - x_2)]\right\} dx_1 dx_2 \quad (2)$$

式中, x 为观察屏所在 z 平面上场点的横向位置坐标; A 和 B 为杨氏双缝后的光学系统变换矩阵 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 的矩阵元; $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ 为波数, $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ 为波长, c 为光在真空中的传播速度; 积分区间 A 遍及两狭缝。经推导得到多色 GSM 光束通过双缝后在观察屏 B 上任意点 Q 的光谱强度, 表示为:

$$S(u, z, \omega) = S^{(0)}(\omega) M(u, z, \omega) \quad (3)$$

式中,

$$M(u, z, \omega) = \frac{z_0}{2B} \frac{\omega}{\omega_0} \sqrt{\frac{\pi}{F}} \times \left[\int_{-1}^{-\varepsilon} H(u_1, u, \omega, z) du_1 + \int_{\varepsilon}^1 H(u_1, u, \omega, z) du_1 \right] \quad (4)$$

$$H(u_1, u, \omega, z) = \exp\left[-\frac{M_1 u_1^2 + M_2 u_1 u - Q^2}{F}\right] \times$$

$$\left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{F - Q - a^2 u_1}{\sqrt{F}}\right] + \operatorname{erf}\left[\frac{F + Q + a^2 u_1}{\sqrt{F}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{F\varepsilon + Q + a^2 u_1}{\sqrt{F}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{F\varepsilon - Q - a^2 u_1}{\sqrt{F}}\right] \right\} \quad (5)$$

$$F = \frac{a^2}{w_0^2} + \frac{a^2}{2\sigma^2} + i\pi F_{\omega} \quad (6)$$

$$Q = ika^2 u / (2B) \quad (7)$$

$$M_1 = \frac{a^4}{w_0^2 \sigma^2} + \frac{a^4}{w_0^4} + \pi^2 F_{\omega}^2 \quad (8)$$

$$M_2 = \frac{a^4}{B} \left(\frac{ik}{w_0^2} - \frac{\pi k F_{\omega}}{a^2} \right) \quad (9)$$

$$z_0 = a^2 / \lambda_0 \quad (10)$$

式中, $F_{\omega} = Aa^2 / (\lambda B)$ 是圆频率为 ω 的光用缝参量 a 定义的非涅耳数, $\varepsilon = b/a$ 是双缝中心遮拦比, λ_0 为源光谱中心频率 ω_0 对应的波长, erf 为误差函数, $u_1 = x_1/a$, $u = x/a$ 分别为入射面上和出射面上沿 x 方向的相对坐标。(3)式是多色 GSM 光束通过杨氏双缝和 ABCD 光学系统后的谱强度一般式, 由(3)式可知: 观察屏上的 GSM 光束谱强度表示为源光谱 $S^{(0)}(\omega)$ 和光谱调制函数 $M(u, z, \omega)$ 的乘积, 双缝衍射和 ABCD 光学系统对谱强度的影响表现为 $M(u, z, \omega)$ 对 $S^{(0)}(\omega)$ 的调制。利用(3)式可对多色 GSM 光束通过杨氏双缝和 ABCD 光学系统后的轴上和轴外光谱移动和光谱开关现象作统一研究。并且多色高斯光束、多色谢尔模型光束通过杨氏双缝和 ABCD 光学系统后的谱强度公式都可作为它的特例导出。

2 多色 GSM 光束轴上光谱移动的形成机理

将 $u=0$ 代入(3)式可得多色 GSM 光束通过杨氏双缝和 ABCD 光学系统后的轴上谱强度公式, 表示为:

$$S(0, z, \omega) = S^{(0)}(\omega) M(0, z, \omega) \quad (11)$$

式中,

$$M(0, z, \omega) = \frac{F_{\omega}}{2A} \sqrt{\frac{\pi}{F}} \times$$

$$\left[\int_{-1}^{-\varepsilon} H(u_1, 0, \omega, z) du_1 + \int_{\varepsilon}^1 H(u_1, 0, \omega, z) du_1 \right] \quad (12)$$

$$H(u_1, 0, \omega, z) = \exp\left[-\frac{M_1 u_1^2}{F}\right] \times$$

$$\left\{ \operatorname{erf}\left[\frac{F - a^2 u_1 / (2\sigma^2)}{\sqrt{F}}\right] + \operatorname{erf}\left[\frac{F + a^2 u_1 / (2\sigma^2)}{\sqrt{F}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{F\varepsilon + a^2 u_1 / (2\sigma^2)}{\sqrt{F}}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{F\varepsilon - a^2 u_1 / (2\sigma^2)}{\sqrt{F}}\right] \right\} \quad (13)$$

从(11)式~(13)式可知, 若双缝参量一定, 多色 GSM 光束的轴上谱强度由菲涅耳数 F_{ω} 和 ABCD 光学系统

的矩阵元 A 确定。 A 在公式中对于所有频率成分作用相同, 但 $F_{a\omega_0}$ 与光的频率有关, 因此, 推断多色 GSM 光束在传输过程中轴上光谱移动形成是因不同频率成分的光在同一位置处具有不同 $F_{a\omega_0}$, 从而使它们在此处光谱出现差异。

3 数值计算和分析

利用(3)式对多色 GSM 光束通过杨氏双缝衍射后的光谱移动和光谱开关现象作了详细的数值计算, 在计算中使用的源光谱为洛伦兹线型, 即:

$$S^{(0)}(\omega) = S_0 \frac{\Gamma^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \Gamma^2} \quad (14)$$

式中, S_0 是一个正常数, Γ 是线宽, ω_0 是源光谱中心频率。光学系统为自由空间, 其矩阵为:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

空间相关长度 σ 满足定标律, 即 $\sigma = \sigma_0 \omega_0 / \omega$, 其中 σ_0 是源光谱中心频率 ω_0 对应的长度。为了讨论方便, 采用归一化光谱 $S(\omega) = S(u, z, \omega) / S_{\max}(u, z, \omega)$ 和归一化光谱移动 $\delta\omega / \omega_0 = (\omega_{\max} - \omega_0) / \omega_0$, 其中 S_{\max} 和 ω_{\max} 分别为考察情况(近场轴上或远场某面上)的谱强度最大值和对应的频率。

将(14)式和(15)式代入(3)式所作的典型计算结果列于图 2 ~ 图 5 中。

图 2 中给出了多色 GSM 光束在近场 $1/F_{a\omega_0} = 0.07$ 到 1 范围内的轴上 ($u = 0$) 归一化光谱移动 $\delta\omega / \omega_0$ 随 $1/F_{a\omega_0}$ 的变化曲线。 $F_{a\omega_0}$ 是用源光谱中心频率 ω_0 和缝参量 a 定义的非涅耳数。其它计算参量为 $\omega_0 = 3.6 \times 10^{15}$ rad/s, $\Gamma = 0.4 \times 10^{15}$ rad/s, $\omega_0 = 6$ mm, $a = 1$ mm, $\varepsilon = 0.7$ 。从图 2 可知: 在 $1/F_{a\omega_0} = 1$ 处, 多色 GSM 光束轴上光谱有一小的红移, 随着 $1/F_{a\omega_0}$ 的减小, 轴上光谱红移量逐渐增加, 当 $1/F_{a\omega_0}$ 减小到某临界值时, 光谱移动突然由红移变为蓝移, 光谱发生异变, 出现了 1 级光谱开关。随着 $1/F_{a\omega_0}$ 进一步减小, 出现了第 2 级和第 3 级光谱开关。相干长度对光谱开关出现的临界位置影响不大, 但对光谱跃变量有影响, 随着

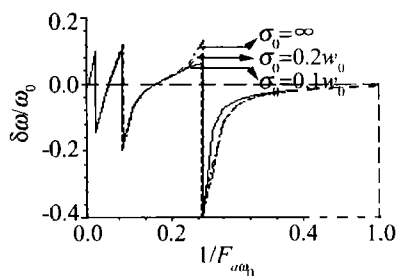


Fig. 2 Variety of normalized on-axis spectral shift $\delta\omega / \omega_0$ in the near field with $1/F_{a\omega_0}$

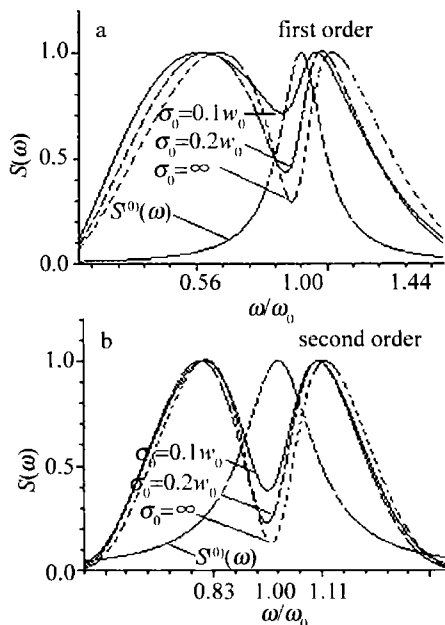


Fig. 3 Normalized spectra $S(\omega)$ distributions at the critical positions of the first-order and the second-order spectral switches corresponding to Fig. 2

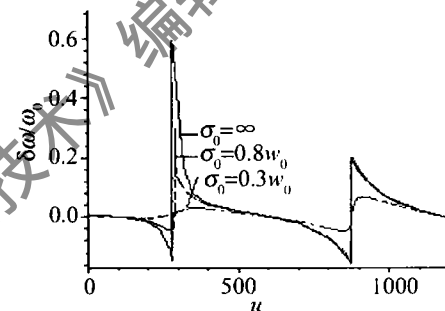


Fig. 4 Variety of normalized off-axis spectral shift $\delta\omega / \omega_0$ in the far field with u

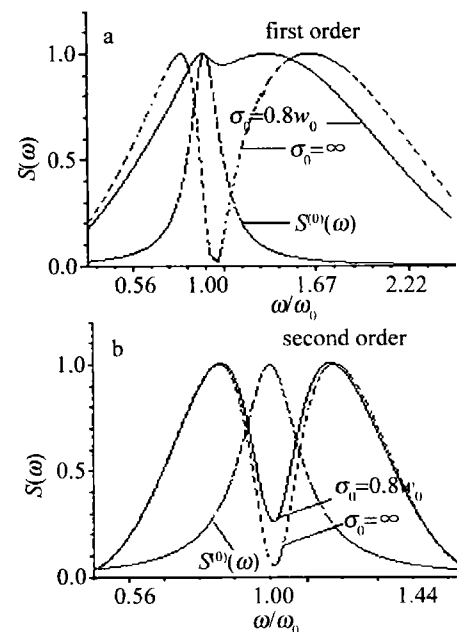


Fig. 5 Normalized spectra $S(\omega)$ distributions at the critical positions of the first-order and the second-order spectral switches corresponding to Fig. 4

相干长度的增加, 相对光谱跃变量增大, 不过这种影响

随阶次的增大而越来越小。

图3a和图3b中分别给出了对应于图2的1阶和2阶光谱开关临界位置处的归一化谱强度分布。图3表明:对于近场同阶轴上光谱开关,相干长度越大谱开关的中心凹陷程度越深;1阶光谱开关(见图3a)的相对光谱宽度随相干长度的增加而变宽,而2阶光谱开关(见图3b)的相对光谱宽度几乎与相干长度无关。

图4中给出了多色GSM光束经杨氏双缝衍射后在远场($1/F_{\omega_0} = 1000$)轴外 u 从0到1200区间内的归一化光谱移动,相干长度 σ_0 分别为 $0.3w_0$, $0.8w_0$, ∞ ,其它计算参量与图2相同。为便于对图4进行说明,定义光谱开关的阶次如下:离 z 轴最近的为1阶光谱开关,以后顺次为2阶、3阶…… n 阶开关。图4表明:相干长度较大(σ_0 为 $0.8w_0$, ∞)时,在 $u=0$ 到1200区间,出现了1阶和2阶光谱开关,而相干长度较小($\sigma_0=0.3w_0$)时,在 $u=0$ 到1200区间无光谱开关现象出现;相干长度对远场轴外光谱开关出现的临界位置 u_c 和光谱跃变量都有影响,相干长度越大,出现光谱开关的临界位置离轴越近(即 u_c 越小,比如1阶光谱开关,当 $\sigma_0=0.8w_0$ 时, $u_c=288.1$;当 $\sigma_0=\infty$ 时, $u_c=279.4$),光谱跃变量越大,但随着光谱开关阶次的增加,这种影响越来越小。

图5中给出了对应于图4的远场轴外1阶和2阶光谱开关位置处的归一化谱强度分布。图5表明:远场轴外光谱开关的相对光谱宽度和中心凹陷程度对相干长度的依赖关系与近场轴上的同阶光谱开关对相干长度的依赖关系相似,即同阶光谱开关的中心凹陷程度随相干长度的增大而增加。随着相干长度的增加,1阶光谱开关(见图5a)的相对光谱宽度将变宽,而2阶光谱开关(见图5b)的相对光谱宽度基本不变。

4 结 论

基于部分相干光通过ABCD光学系统的传输公

式,得到了多色GSM光束通过杨氏双缝和的ABCD光学系统后的谱强度解析表达式。说明了该公式是一普适式,利用它可统一地研究GSM光束在轴上和轴外的光谱移动,并且一些典型的光束(比如多色高斯光束,多色谢尔模型光束)通过杨氏双缝和ABCD光学系统后的谱强度公式都可作为它的特例导出。分析从普适式导出的多色GSM光束通过杨氏双缝和ABCD光学系统后的轴上谱强度公式,对多色GSM光束在传输过程中轴上光谱移动形成原因作了适当物理解释。作为该公式的一种应用,对多色GSM光束通过杨氏双缝和后面的自由空间后的光谱移动和光谱开关现象做了数值计算和分析。

参 考 文 献

- [1] WOLF E. Invariance of the spectrum of light on propagation[J]. Phys Rev Lett, 1986, 56(13):1370-1372.
- [2] PU J X, ZHANG H H, SHOJIRO N. Spectral shifts and spectral switches of partially coherent light passing through an aperture[J]. Opt Commun, 1999, 162(4):57-63.
- [3] PONOMARENKO S A, WOLF E. Spectral anomalies in a Fraunhofer diffraction pattern[J]. Opt Lett, 2002, 27(14):1211-1213.
- [4] PAN L Z, LU B D. The spectral switch of partially coherent light in Young's experiment[J]. IEEE J Q E, 2001, 37(11):1377-1381.
- [5] JI X L, LU B D. Effect of turbulence on the spectral shift of partially coherent light[J]. Chinese Journal of Lasers, 2005, 32(4):506-510 (in Chinese).
- [6] ZHAO G P, LU B D. Influence of hard edge aperture on the spectral switch of polychromatic vector beams[J]. Laser Technology, 2006, 30(2):142-144 (in Chinese).
- [7] ZHAO G P, LU B D. Spectral switches and effect in singular optics with polychromatic light field[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(4):2229-2235 (in Chinese).
- [8] KANDPAL H C. Experimental observation of the phenomenon of spectral switch[J]. J Opt, 2001, A3(4):296-299.
- [9] PU J X. Propagation of high-spectrum-band gaussian schell-model beams through a thin hologram diffraction grating[J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 1997, 14(5):442-446 (in Chinese).
- [10] MANDEL L, WOLF E. Optical coherence and quantum optics[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995:327.
- [7] YANG J Y. Study on deformation and residual stresses of titanium alloy sheet after laser shock forming[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2006:25-27 (in Chinese).
- [8] LIN L H, CHEN L G, GU M Y. The current situation of the measurement of residual stress and development trend[J]. Mechanical, 1998, 25(5):46-48 (in Chinese).
- [9] YANG J F, ZHOU J Z, FENG A X. Measure and analysis the residual stress of laser shock processing [J]. Applied Laser, 2006, 26(3):157-162 (in Chinese).
- [10] FABBRO R, PEYRE P, BERTHE L. Physics and applications of laser shock processing [J]. Journal of Laser Applications, 1998, 10(6):265-279.
- [11] CHEN Y B. Study on the laser compound forming of sheet metal based on finite element simulation and experiment [D]. Zhenjiang: Jiangsu University, 2008:16-21 (in Chinese).

(上接第305页)