

文章编号: 1001-3806(2010)02-0272-03

短脉冲强激光在次临界密度等离子体中的传播

熊 晗¹, 刘三秋^{2*}, 廖晶晶², 刘笑兰²

(1. 南昌航空大学 无损检测技术教育部重点实验室, 南昌 330063; 2. 南昌大学 物理系, 南昌 330031)

摘要: 为了更完善地研究强的短脉冲激光在次临界密度冷等离子体中传播时的自聚焦现象, 采用了包括洛伦兹项和牵连项的更为完整的有质动力形式。通过理论推导可知, 牵连项的加入对自聚焦有一定的影响, 使得产生自聚焦的非线性效应更强。同时也考虑到在激光达到一定强度的时候, 需要计入相对论效应。结果表明, 相对论效应的计入虽然增强了体系的非线性度, 但与长脉冲激光中的相对论自聚焦效应不一样的是, 它减弱了非线性效应对自聚焦的影响。

关键词: 激光物理; 有质动力; 理论推导; 自聚焦

中图分类号: O532+.13 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2010.02.035

Self-focusing of intense laser pulse propagating in underdense plasma

XIONG Han¹, LIU San-qiu², LIAO Jing-jing², LIU Xiao-lan²

(1. Key Laboratory of Nondestructive Test (Ministry of Education), Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China; 2. Department of Physics, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

Abstract: In order to study self-focusing phenomenon of an intense short laser beam propagating in cold, underdense plasma, the more complete ponderomotive force of laser beam propagating with implicate term and Lorenz term was used. Calculation show that the implicate term has stronger nonlinear effect on self-focusing. Meanwhile the relativistic effect should be considered when laser pulse becomes strong enough. Although the consideration of relativistic effect makes the system nonlinearity larger, it could decrease the nonlinear effect on self-focusing. This is different from the relativistic self-focusing of long laser pulse.

Key words: laser physics; ponderomotive force; theoretical derivation; self-focusing

引 言

强的短脉冲激光在等离子体中的传播, 会导致出现尾波场电子加速^[1]、高次谐波的产生^[2]、X射线^[3]以及自生磁场^[4]等等现象, 是目前受控热核聚变^[5]研究中的一个重要及热点方向。其中激光在传播过程中出现的非线性项对传播过程有重要影响, 会影响到等离子体介质的折射率, 并有可能导致调制不稳定的出现, 以及产生自聚焦和成丝^[6-7]等等现象, 对于研究受控核聚变中的打靶具有一定的意义。在研究激光脉冲在次临界密度冷等离子体中传播时的自聚焦现象时, JHA 等人^[8]在考虑激光脉冲不是很强的前提下略去牵连项。作者在前人的基础上加入牵连项, 一是为采用更完善的流体方程, 二是因为牵连项正是有质动力的重要来源^[9]。当在等离子体中传播的激光脉冲达

到一定强度时, 有质动力也就会变得比较强, 因此流体方程中的牵连项便变得重要, 不能忽略。事实上, 本文中的计算结果也表明, 强激光脉冲条件下牵连项对自聚焦的影响是比较大的。由于是强激光脉冲, 当光强达到 10^{19} W/cm^2 的时候, 在其中的电子的颤动速度将接近于光速, 通常来讲, 相对论效应会导致激光产生自聚焦, 但这种自聚焦要求激光是长脉冲, 正如 SPRANGLE 等人^[10-11]的研究所表明, 相对论自聚焦只适用于长脉冲激光。本文中考虑了短脉冲条件下相对论效应对激光脉冲的自聚焦传播的影响。

1 理论推导

1.1 非相对论情况

在等离子体中, 有如下强激光短脉冲的控制方程:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \mathbf{E} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} \quad (1)$$

式中, c 是光速, t 是时间, \mathbf{E} 是电场强度, \mathbf{J} 是由自由电子运动产生的等离子体电流密度。设电场为沿 x 方向极化的线偏振场, 形式为: $\mathbf{E}(x, z, t) = \frac{1}{2} E_0(x, z, t) \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] \hat{e}_x + \text{c. c.}$, 式中, E_0 为激光脉冲的

基金项目: 南昌大学科技创新团队建设计划资助项目; 江西省自然科学基金资助项目(2007GZW2054)

作者简介: 熊 晗(1980-), 男, 硕士研究生, 现主要从事激光等离子体方向的研究。

* 通讯联系人。E-mail: sqliu@ncu.edu.cn

收稿日期: 2008-12-01; 收到修改稿日期: 2009-03-06

缓变振幅, k_0 及 ω_0 分别是激光脉冲的波数和频率, \hat{e}_x 是 x 方向的单位矢量, x 和 z 是坐标轴。由于考虑的激光脉冲很短, 因此, 激光与等离子体的作用时间很短, 等离子体中的离子因质量很大而来不及对激光脉冲作出反应, 故这里采用离子静态背景, 认为离子是不动的。在冷等离子体中有如下电子的洛伦兹受力方程和连续性方程:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{e\mathbf{E}}{m} - \frac{e}{mc} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (2)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0 \quad (3)$$

式中, \mathbf{v} 为粒子运动的速度, \mathbf{B} 为自洽磁场, e 为电子电荷, n 是电子数密度, m 为电子质量。而(2)式中的洛伦兹项经由 Maxwell 方程可写为: $\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{ck_0}{\omega_0} \mathbf{v} \times (E\hat{j})$, 式中, $E\hat{j} = \frac{1}{2}E_0(x, z, t) \exp[i(k_0z - \omega_0t)]\hat{e}_y + \text{c. c.}$, \hat{j} 和 \hat{e}_y 是 y 方向的单位矢量。将相关湍动量按辐射场进行级数展开^[3], 并截止至第3级, 则有:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{v}^{(1)} + \mathbf{v}^{(2)} + \mathbf{v}^{(3)}) + (\mathbf{v}^{(1)} \cdot \nabla)\mathbf{v}^{(1)} + (\mathbf{v}^{(1)} \cdot \nabla)\mathbf{v}^{(2)} + (\mathbf{v}^{(2)} \cdot \nabla)\mathbf{v}^{(1)} = -\frac{e\mathbf{E}}{m} - \frac{ek_0}{m\omega_0}(\mathbf{v}^{(1)} + \mathbf{v}^{(2)}) \times (E\hat{j}) \quad (4)$$

式中, $\mathbf{v}^{(1)}$, $\mathbf{v}^{(2)}$ 和 $\mathbf{v}^{(3)}$ 分别是1级、2级和3级速度。按级数分开可得1级方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v}^{(1)} = -\frac{e}{m}\mathbf{E} \quad (5)$$

从而有:
$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{J}^{(1)} = \frac{e^2n_0}{m}\mathbf{E} \quad (6)$$

式中, n_0 为未扰电子数密度, $\mathbf{v}^{(1)} = \frac{e\mathbf{E}}{im\omega_0}$ 。

(4)式中又有2级方程为: $\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v}^{(2)} + (\mathbf{v}^{(1)} \cdot \nabla)\mathbf{v}^{(1)} = -\frac{ek_0}{m\omega_0}\mathbf{v}^{(1)} \times (E\hat{j})$, 其中可证明 $(\mathbf{v}^{(1)} \cdot \nabla)\mathbf{v}^{(1)}$ 要远小于 $-\frac{ek_0}{m\omega_0}\mathbf{v}^{(1)} \times (E\hat{j})$, 因此略去。代入上面得到的1级速度, 解之可得2级速度: $\mathbf{v}^{(2)} = -\frac{e^2k_0}{8m^2\omega_0^3}|E_0|^2 \exp[2i(k_0z - \omega_0t)]\hat{e}_x + \text{c. c.}$, 式中 \hat{e}_x 是 x 方向的单位矢量。同理有3级方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{v}^{(3)} = -(\mathbf{v}^{(1)} \cdot \nabla)\mathbf{v}^{(2)} - (\mathbf{v}^{(2)} \cdot \nabla)\mathbf{v}^{(1)} - \frac{ek_0}{m\omega_0}\mathbf{v}^{(2)} \times (E\hat{j}) \quad (7)$$

取横向电流密度, 并略去谐波^[8], 考虑如下电流密度

形式: $\mathbf{J}^{(3)} = -en_0\mathbf{v}^{(3)} - en^{(2)}\mathbf{v}^{(1)}$, 其中密度扰动可从将(3)式做级数展开得到, 1级密度求出为一个常数 A , 这里可以取 $A = 0$ ^[12], 2级密度可得如下: $n^{(2)} = -\frac{e^2n_0k_0^2}{8m^2\omega_0^4}|E_0|^2 \exp[2i(k_0z - \omega_0t)] + \text{c. c.}$, 并利用上面所求的各级速度(其中第3级速度不需求出, 只需要其时间导数项, 也即是上面第(7)式)和密度可得:

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathbf{J}^{(3)} = -\frac{e^4n_0k_0^2}{2m^3\omega_0^4}|E_0|^2\mathbf{E} - \frac{e^4n_0k_0^2}{4m^3\omega_0^4}|E_0|^2\mathbf{E} \quad (8)$$

上式由两部分组成, 第1部分来自于(2)式中的非线性项 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$, 第2部分来自于(2)式中的牵连项 $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$ 。这两部分联合起来就是有质动力的影响^[4]。考虑 \mathbf{E} 在的传播方向 z 和时间 t 上的缓变和延迟坐标 $z' = z$ 和 $t' = t - \frac{z}{v}$ 下, 方程(1)可化为(为方便, 以下去掉撇号):

$$(\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \frac{\partial}{\partial z})E_0 = \frac{\omega_{pe}^2}{c^2}E_0 - \frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \frac{3e^2k_0^2}{4m^2\omega_0^4}|E_0|^2E_0 \quad (9)$$

取 E_0 为高斯形式, 即 $E_0(x, z, t) = B(x, z, t) \times e^{i\theta(z)} e^{-[1+i\alpha(z)]x^2/R^2(z)}$, 其中 $B(x, z, t)$ 为脉冲振幅, $\theta(z)$ 为相位, $\alpha(z)$ 为曲率, $R(z)$ 为光斑直径。把(9)式写为下面形式:

$$(\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \partial/\partial z)E_0 = M(x, z, t)E_0 \quad (10)$$

其中取: $M = N|E_0|^2 + \frac{\omega_{pe}^2}{c^2}$, $N = -\frac{\omega_{pe}^2}{c^2} \frac{3e^2k_0^2}{4m^2\omega_0^4}$, 式中, ω_{pe} 是电子等离子体频率。引入 SPRANGLE^[10] 的源项相关展开 (source-dependent expansion, SDE) 方法, 有如下4个方程:

$$\begin{cases} \frac{1}{BR} \frac{\partial(BR)}{\partial z} = F_i \\ \frac{\partial\theta}{\partial z} + \frac{(1+\alpha^2)}{k_0R^2} + \frac{\alpha}{R} \frac{\partial R}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial\alpha}{\partial z} = -F_r \\ \frac{1}{R} \frac{\partial R}{\partial z} + \frac{2\alpha}{k_0R^2} = -G_i \\ \frac{1}{2} \frac{\partial\alpha}{\partial z} + \frac{(1+\alpha^2)}{k_0R^2} = -G_r - \alpha G_i \end{cases} \quad (11)$$

式中, F_i, F_r, G_i 和 G_r 的下标 i 和 r 分别表示取复函数 F 及 G 的虚部和实部。且有:

$$F(z) = \frac{1}{2k_0} \int_0^{\infty} M(x, z, t) \exp(-2x^2/R^2) d\left(\frac{2x^2}{R^2}\right), G(z) = \frac{1}{2k_0} \int_0^{\infty} M(x, z, t) \exp(-2x^2/R^2) \left(1 - \frac{2x^2}{R^2}\right) d\left(\frac{2x^2}{R^2}\right)$$
, 从中可以化出如下式子:

$$\frac{R^2}{R_0^2} = 1 + \frac{4}{k_0^2R_0^4} \left(\frac{NB_0^2R_0^2}{8} + 1 \right) z^2 \quad (12)$$

式中, B_0 和 R_0 分别为初始的脉冲振幅和光斑直径。当 z 取任意值, $R = R_0$ 时, 可得临界功率 P_c 。做以下取值^[5]: 取功率 $P(z) = \pi R^2(z)I(z)/2$, 其中 $I(z) = cn_0 B^2(z)/8\pi$, 并取瑞利长度 $z_R^2 = k_0 R_0^2/2$, (12) 式可化为:

$$\frac{R^2}{R_0^2} = 1 - \left(\frac{P}{P_c} - 1\right) \frac{z^2}{z_R^2} \quad (13)$$

由(13)式看出, 当入射波功率大于临界功率时, 波就出现自聚焦, 小于则发散。设不考虑牵连项时的临界功率为 P_c , 考虑牵连项的临界功率为 P_{cq} , 取 $P_c \approx 1.4P_{cq}$, 并取 $P/P_c = 2$ 。则可得图 1, 图中两条线分别描述了在非相对论情况下, 考虑牵连项(实线)和不考虑牵连项(星线)条件下, 光斑直径随传播距离的变化。由图中可看出, 牵连项的加入使自聚焦的趋势更快。

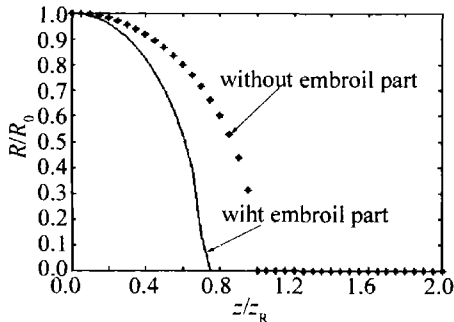


Fig. 1 Spot size evolution with propagation distance

1.2 相对论情况

如果考虑相对论效应, 则有如下方程:

$$\frac{\partial \gamma \mathbf{v}}{\partial t} + (\gamma \mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{e\mathbf{E}}{m_0} - \frac{e}{m_0 c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (14)$$

式中, γ 为洛伦兹因子, m_0 为电子静止质量。考虑在冷等离子体中, 展开洛伦兹因子 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} =$

$1 + \frac{v^2}{2c^2} + D(v^2)$, 式中, $D(v^2)$ 为 4 级以上的展开项, 考虑在弱相对论情况下, 略去 $D(v^2)$, 使 γ 的展开项截止在 $v^2/(2c^2)$ 。把洛伦兹因子的展开式代入(14)式中, 并按非相对论的处理方法同理得到:

$$\frac{\partial \mathbf{J}^{(3)}}{\partial t} = -\frac{e^4 n_0 k_0^2}{4m_0^3 \omega_0^4} |E_0|^2 \mathbf{E} - \frac{e^4 n_0 k_0^2}{2m_0^3 \omega_0^4} |E_0|^2 \mathbf{E} + \frac{n_0 e^4}{4m_0^3 \omega_0^2 c^2} |E_0|^2 \mathbf{E} \quad (15)$$

式中, 第 1 部分为牵连项影响, 第 2 部分为 $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ 的影响, 第 3 部分为相对论效应影响。可知相对论效应和非相对论效应的临界功率不一样, 导致在同一入射功率下, 两者聚焦速度不一样。考虑相对论效应的临界功率 $P_{cr} \approx 1.5P_c$, 并取在 $P/P_c = 2$ 的条件下, 得到图 2 中的图形。

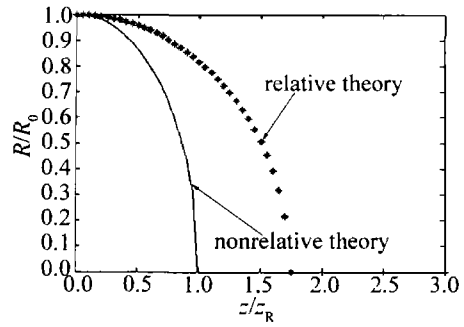


Fig. 2 Spot size evolution with propagation distance under the condition of relativity or non-relativity

图 2 是在同样的入射激光脉冲的功率条件下, 考虑非相对论效应(实线)和相对论效应(星线), 光斑直径随传播距离的变化。由图可以看出相对论效应的计入使得自聚焦的趋势减缓。这是与长脉冲激光的相对论自聚焦不一样的。相对论自聚焦适用于长脉冲激光, 却不适用于短脉冲激光。

2 小 结

作者研究了强的短脉冲激光在次临界密度冷等离子体中传播时的自聚焦现象。当在等离子体中传播的激光脉冲较强的时候, 激光脉冲的有质动力也会较强。作为有质动力的一个重要来源的牵连项便不可被忽略。作者在前人的基础上加上牵连项进行研究, 计算得出牵连项的加入使非线性效应对激光脉冲传播的影响更强烈, 产生自聚焦的趋势更快。同时, 考虑到目前激光的强度较大, 光场中的电子振荡速度也能接近光速, 因此, 本文中也分析了相对论效应的影响。计算得出相对论效应的计入使得激光脉冲在传播的过程中产生自聚焦的趋势减缓, 这与长脉冲激光的情况不一样。

参 考 文 献

- [1] EDER D C, AMENDT P, DASILVA L B, et al. Tabletop X-ray lasers [J]. Physics of Plasmas, 1994, 1(5): 1744-1752.
- [2] ZENG G H, ZHU H W, XU Z Z. Relativistic even-ordered Harmonics generated in underdense plasma [J]. Acta Physics Sinica, 2001, 50(10): 1946-1949 (in Chinese).
- [3] SPRANGLE P, ESAREY E. Interaction of ultrahigh laser field with beams and plasmas [J]. Phys Fluids, 1992, B4(7): 2241-2248.
- [4] ZHOU S Y, LIU S Q, TAO X Y. Simulation of density solitons and self-generated magnetic field in laser plasma [J]. Laser Technology, 2007, 31(1): 8-11 (in Chinese).
- [5] DUAN Z L, CHEN J P, FANG Z B, et al. Evolvement of filamentation of femtosecond laser pulses of a kHz repetition rate propagating in air [J]. Acta Physics Sinica, 2004, 53(2): 473-477 (in Chinese).
- [6] ZHANG J T, LIU S F, HU B L. Filamentation instability of intense laser in partially ionized plasma [J]. Acta Physics Sinica, 2003, 52(7): 1668-1671 (in Chinese).
- [7] TABAK M, HAMMER J, GINSKY M E, et al. Ignition and high gain with ultra-powerful lasers [J]. Physics of Plasmas, 1994, 1(5): 1626-1634.

在一象限、三象限,还是二象限、四象限就下结论是不准确的,还需结合延迟量是 $\delta = 2k\pi + 2\pi/n$, 还是 $\delta = 2k\pi - 2\pi/n$ 后才能给出正确的判断。相位延迟器的相位延迟量的测量方法有很多,如旋转波片法、光学补偿法、电光补偿法、椭圆法、外差干涉法等。而在判断快慢轴的实验中对延迟量的精确度要求不高,可直接用千分尺测出波片的厚度后,转化成相位延迟量即可。

4 结论

(1) 相位延迟器 Jones 矩阵的表达式与电矢量的位相因子、主轴的选取、材料的光性、波片的相位延迟量等有关。(2) 选取光轴与 x 轴成 θ 角时,相位延迟器的 Jones 矩阵与材料的光性有关,得到两种 Jones 矩阵表达式, Jones 矩阵不统一。选取快轴与 x 轴成 θ 角时,相位延迟器的 Jones 矩阵与材料的光性无关,可统一为(4)式,且(4)式中的 $\delta > 0$ 。(3) 对 λ/n 波片,波片厚度与材料光性对偏振光产生的物理影响等效;但取快轴与 x 轴成 θ 角时,波片厚度与材料光性对 Jones 矩阵的影响不同。前者对 Jones 矩阵有影响,后者对 Jones 矩阵无影响。(4) 在利用出射光偏振态来判断 λ/n 波片快慢轴的实验中,需考虑由厚度引起的相位延迟量的不同对 Jones 矩阵的影响。

参考文献

- [1] WEI G H. Matrix optics [M]. Beijing: Weapon Industry Press, 1995:156-158 (in Chinese).
- [2] MIAO Y B. Polarized optics [M]. Beijing: Science Press, 2003:47-61 (in Chinese).
- [3] HUANG H H. Optical matrix method and Fourier method [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1991:23-29 (in Chinese).
- [4] LONG H Sh, ZHANG Zh X, TIAN H Y. Polarization of light and its application [M]. Beijing: China Machine Press, 1989:251-257 (in Chinese).
- [5] YAO Q J. Optical guide [M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2003:362-369 (in Chinese).
- [6] YU Ch R. Determination of the phase delay angle of a wave-plate with a quarter wave-plate [J]. Laser Technology, 2003, 27(4): 383-384 (in Chinese).
- [7] WANG W, LI G H, WU F Q, *et al.* A new method of measuring wave plate phase delay and fast axis azimuth [J]. Chinese Journal of Lasers, 2003, 30(12): 1121-1123 (in Chinese).
- [8] WANG G X, XU Ch J, WANG Q S. A new method of confirming the fast or slow axis azimuth of wave plate [J]. Laser & Infrared, 2006, 36(8): 699-702 (in Chinese).
- [9] WANG Zh P, LI Q B, TAN Q, *et al.* Method of measuring practical retardance value and judging the fast or slow axis of quarter-wave plate [J]. Chinese Journal of Lasers, 2005, 32(4): 523-528 (in Chinese).
- [10] REN H L, WANG J Y, LOU L R, *et al.* Measuring phase retardation and fast axis azimuth of a wave plate using michelson interferometer [J]. Chinese Journal of Lasers, 2008, 35(2): 249-253 (in Chinese).
- [11] WANG L, LI G H, KONG C, *et al.* Phase retardation measurement with two $\lambda/4$ wave-plates [J]. Laser Technology, 2007, 31(6): 663-664 (in Chinese).
- [8] JHA P, WADHWANI N, RAJ G, *et al.* Relativistic and ponderomotive effects on laser plasma interaction dynamics [J]. Physics of Plasmas, 2004, 11(5): 1834-1839.
- [9] LI X Q, ZHANG Z D, SMARTT R. Magnetic reconnection theory for coronal loop interaction [J]. Astronomy and Astrophysics, 1994, 290: 963-971.
- [10] SPRANGLE P, PENANO J R, HAFIZI B. Propagation of intense short laser pulses in the atmosphere [J]. Phys Rev, 2002, E66(2): 046418/1-046418/21.
- [11] SPRANGLE P, ESAREY E, TING A. Nonlinear theory of intense laser-plasma interactions [J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(17): 2011-2014.
- [12] LI X Q. Plasma collapse dynamics [M]. Beijing: Chinese Science and Technology Press, 2004:81 (in Chinese).

(上接第 274 页)