

文章编号: 1001-3806(2010)01-0135-03

稳定腔激光模式理论的再研究

曹三松

(西南技术物理研究所, 成都 610041)

摘要: 为了完善和发展激光器谐振腔的模式理论, 要求对稳定腔激光器模式理论进行再研究。采用一种解析方法对稳定腔激光模式的光场分布进行了求解, 得出稳定腔激光模行波光场分布的一种解析表达式, 并用图视的方法给出了一台平-凹谐振腔 Nd:YAG 激光器的几个低阶模光强分布的计算结果, 以此深化了对稳定谐振腔激光模式理论的认识。

关键词: 激光器; 模; 谐振腔; 场分布; 解析解

中图分类号: TN241; TN248.1

文献标识码: A

doi: 10.3969/j.issn.1001-3806.2010.01.038

Study on the transverse modes in stable optical resonators

CAO San-song

(Southwest Institute of Technical Physics, Chengdu 610041, China)

Abstract: In order to develop laser modes in stable resonators, an analytical method was adopted to resolve the field distribution of the laser modes in stable optical resonators. The expressions for the laser modes were derived after seeking simple solutions to Maxwell's equations. The plots of the field intensity distribution corresponding to some laser modes in plan-concave Nd:YAG laser were shown. The theory of laser modes in stable resonators was enhanced.

Key words: lasers; mode; resonator; field distribution; analytical solution

引言

稳定光学谐振腔激光器的模式理论给出了它的输出光束的基本特征以及它与谐振腔结构之间的关系。一个谐振腔中可能激励的激光模式与腔型结构、损耗大小和激励水平等因素有关, 不同的模式对应于不同的场分布和谐振频率, 只有满足谐振条件的那些频率才能在谐振腔内产生激光振荡, 形成纵向(z 轴方向)的稳定光场分布, 这就是激光的纵模。除了纵向外, 腔内光所产生的电磁场在垂直于传播方向的横向(x - y 平面)所形成稳定的场分布, 构成了不同的横模。因此, 激光的模式就是光学谐振腔内电磁场可能存在的、不随时间改变的、具有特定的场振幅分布和相位分布的本征态。国外学者曾经从共焦腔出发得出稳定光学谐振腔内的光场分布函数^[1-2], YARIV 和 SVELTO 也给出了在直角坐标系下, 稳定光学谐振腔内的光场分布函数即光场的电矢量 $E(x, y, z)$ 的近似表达式^[3-4]。在国内, 曾有作者在基模参量条件下推导证明了这一公式^[5-6]。作者采用更为一般的解析方法, 对稳定腔激

光模式理论中的场分布公式重新进行推导, 得出了一种新的结果。

1 公式推导

稳定腔激光模式理论是以共焦腔模的解析理论为基础的, 根据菲涅耳-基尔霍夫衍射积分公式, 可以求出激光模在方形镜共焦腔镜面上的场振幅分布为角向长椭球函数, 在共焦腔镜面中心附近这一近似条件下, 角向长椭球函数可以表示为厄米多项式和高斯分布函数的乘积, 因此, 共焦腔镜面上激光场振幅的表达式为^[7]:

$$|E(x, y)|_{mn} = C_{mn} H_m\left(\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda L}}x\right) H_n\left(\sqrt{\frac{2\pi}{\lambda L}}y\right) \times \exp\left[-\frac{\pi}{\lambda L}(x^2 + y^2)\right] \quad (1)$$

式中, C_{mn} 为归一化系数, m 和 n 为 0 或正整数, $H_m(x)$ 为厄米多项式, λ 为激光波长, L 为共焦腔的腔长。

知道了上述共焦腔镜面上的场分布形式, 利用电磁场理论公式, 可以求出共焦腔内或腔外任意一点 $P(x, y, z)$ 的光场分布函数, 即当激光束在谐振腔内或腔外沿 z 轴传播时, 光波场应有如下形式:

$$E(x, y, z) = f(x, y, z) \exp(-ikz) \quad (2)$$

激光所产生的光波场是一种电磁波, 因此, 光波场分布函数 $E(x, y, z)$ 应满足电磁场理论中的麦克斯韦方程

作者简介: 曹三松(1959-), 男, 高级工程师, 主要从事激光技术物理的研究。

E-mail: office@xiwu.net

收稿日期: 2008-09-05; 收到修改稿日期: 2008-11-22

组。由麦克斯韦方程组,可以得出如下的亥姆霍兹方程^[8,9]:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad (3)$$

显然,光波场分布函数 $E(x, y, z)$ 应满足上述亥姆霍兹方程。把(2)式代入(3)式,考虑到与因子 e^{-ikz} 比较而言,场振幅分布函数 $f(x, y, z)$ 是 z 的缓变函数,所以运算中可以忽略 $\partial^2 f / \partial z^2$ 项,因此,可将(3)式简化为:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial f}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

根据(1)式,可以将共焦腔形成的行波激光场即(2)式中的 $f(x, y, z)$ 设为如下形式:

$$f(x, y, z) = X(x)Y(y)G(z)\exp[-F(z)(x^2 + y^2)] \quad (5)$$

式中, $X(x), Y(y), G(z), F(z)$ 是待定函数。由共焦腔的等价性原理^[7],一般稳定腔中的行波激光光场分布函数也应具有(5)式这个形式。将(5)式代入(3)式中进行微分运算,整理得到:

$$2(2F^2 + ik \frac{dF}{dz})(x^2 + y^2) + (\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} - \frac{4xF}{X} \frac{dX}{dx} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} - \frac{4yF}{Y} \frac{dY}{dy} - \frac{2ik}{G} \frac{dG}{dz} - 4F) = 0 \quad (6)$$

上式应对任意 x, y 都成立,因此变量 x, y 前的系数项等于0,即:

$$2F^2 + ik \frac{dF}{dz} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} - \frac{4xF}{X} \frac{dX}{dx} + \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} - \frac{4yF}{Y} \frac{dY}{dy} - \frac{2ik}{G} \frac{dG}{dz} - 4F = 0 \quad (8)$$

解微分方程(7)式,得到解为:

$$F(z) = \frac{1}{A - \frac{2z}{k}i} \quad (9)$$

式中, A 为积分常数,通过选择 z 轴的原点,可使 A 为实数,则上式可以表示为:

$$F(z) = \frac{1 + \frac{2z}{kA}i}{A[1 + (\frac{2z}{kA})^2]} \quad (10)$$

令

$$A = w_0^2 \quad (11)$$

$$A[1 + (\frac{2z}{kA})^2] = w_0^2[1 + (\frac{2z}{kw_0^2})^2] = w^2(z) \quad (12)$$

所以(10)式就可以写为:

$$F(z) = \frac{1}{w^2(z)}(1 + \frac{2z}{kw_0^2}i) \quad (13)$$

由镜面场分布形式(1)式可知,(5)式中的函数 $X(x)$

和函数 $Y(y)$ 与自然数 m 与 n 有关,因此可以引入 m 与 n 两个自然数, $m = 0, 1, 2, 3, \dots; n = 0, 1, 2, 3, \dots$, 这样可以通过分离变量将方程(8)式表述为3个方程:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} - \frac{4xF}{X} \frac{dX}{dx} + 4mF = 0 \quad (14)$$

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} - \frac{4yF}{Y} \frac{dY}{dy} + 4nF = 0 \quad (15)$$

$$\frac{2ik}{G} \frac{dG}{dz} + 4(m + n + 1)F = 0 \quad (16)$$

式中,函数 $F(z)$ 可由(9)式或(13)式表示,将(9)式表示的 $F(z)$ 代入(16)式,解之,得到:

$$G(z) = \frac{E_0}{(1 - \frac{2z}{kA}i)^{m+n+1}} \quad (17)$$

式中, E_0 为另一积分常数。通过(11)式和(12)式,就得到了函数 $G(z)$ 的表达式:

$$G(z) = E_0 \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^{m+n+1} \exp \left[i(m+n+1) \arctan \left(\frac{2z}{kw_0^2} \right) \right] \quad (18)$$

最后对方程(14)式和(15)式进行求解,令:

$$\xi = \sqrt{2F}x, \eta = \sqrt{2F}y \quad (19)$$

则方程(14)式和(15)式可以写成:

$$\frac{d^2 X}{d\xi^2} - 2\xi \frac{dX}{d\xi} + 2mX = 0 \quad (20)$$

$$\frac{d^2 Y}{d\eta^2} - 2\eta \frac{dY}{d\eta} + 2nY = 0 \quad (21)$$

这两个方程与 m 阶或 n 阶厄米多项式的微分方程相同^[10],因此,函数 $X(x), Y(y)$ 的解分别是 m 阶与 n 阶的厄米多项式,即:

$$\begin{cases} X(x) = H_m(\xi) = H_m(\sqrt{2F}x) \\ Y(y) = H_n(\eta) = H_n(\sqrt{2F}y) \end{cases} \quad (22)$$

由于 x, y 是实数,所以在(22)式中的 $F(z)$ 应取它的表达式(13)式的实部,即:

$$X(x) = H_m \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z)} x \right], Y(y) = H_n \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z)} y \right] \quad (23)$$

把(23)式、(18)式和(13)式代入(5)式,得:

$$f(x, y, z) = E_0 \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^{m+n+1} H_m \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z)} x \right] \times H_n \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z)} y \right] \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right] \exp \left\{ -i \left[\frac{2z(x^2 + y^2)}{kw_0^2 w^2(z)} - (m+n+1) \arctan \left(\frac{2z}{kw_0^2} \right) \right] \right\} \quad (24)$$

令

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{2z}{kw_0^2} \right)^2 \right] \quad (25)$$

对(24)式中的相位部分 $(x^2 + y^2)$ 项进行变换,则(24)式可写为:

$$f(x, y, z) = E_0 \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^{m+n+1} H_m \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z)} x \right] H_n \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z)} y \right] \times \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right] \exp \left\{ -i \left[\frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)} - (m+n+1) \arctan \left(\frac{2z}{kw_0^2} \right) \right] \right\} \quad (26)$$

再将(26)式代入(2)式中,就得到激光光束在方形镜稳定谐振腔内或腔外光场分布的理论公式为:

$$E(x, y, z) = E_0 \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^{m+n+1} H_m \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z)} x \right] H_n \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z)} y \right] \times \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right] \exp \left\{ -i \left[kz + \frac{k(x^2 + y^2)}{2R(z)} - (m+n+1) \arctan \left(\frac{2z}{kw_0^2} \right) \right] \right\} \quad (27)$$

采用与上面相似的推导方法,在柱坐标系下,可以得出激光光束在圆形镜稳定谐振腔内或腔外光场分布的理论公式:

$$E(r, \varphi, z) = E_0 \left[\frac{w_0}{w(z)} \right]^{m+2n+1} \left[\frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right]^m L_n^m \left[\frac{2r^2}{w^2(z)} \right] \times \exp \left[-\frac{r^2}{w^2(z)} \right] \exp \left\{ -i \left[kz + \frac{kr^2}{2R(z)} - (m+2n+1) \arctan \left(\frac{2z}{kw_0^2} \right) \right] \right\} \exp[-i m \varphi] \quad (28)$$

式中, $L_n^m \left[\frac{2r^2}{w^2(z)} \right]$ 为缔合拉盖尔多项式。

2 结果讨论

YARIV 和 SVELTO 给出的直角坐标系下,稳定光学谐振腔内的光场分布函数即光场的电矢量近似^[3,4]

为:

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} H_m \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z)} x \right] H_n \left[\frac{\sqrt{2}}{w(z)} y \right] \times \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)} \right] \exp \left\{ -i \left[kz + k \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} - (m+n+1) \arctan \left(\frac{2z}{kw_0^2} \right) \right] \right\} \quad (29)$$

由这个公式可以知道激光在稳定谐振腔中的横模和纵模特征。

本文中推导出的(27)式的第2项与参考文献[3]~参考文献[7]中所给出的(29)式略有不同,本文中得到的(27)式中的第2项既是数学推理得出的必然结果,也是具有确定的物理意义。在公式中,随着高阶模的出现, m 和 n 值变得较大,厄米多项式与高斯分布函数的乘积值增加较快,光场振幅剧增,但由(12)式可知, $w(z) \geq w_0$ 通过第2项这个带 m 和 n 的指数项的平衡,就会得到稳定的激光光场强度分布。

根据(27)式,计算一台腔长 $L = 30\text{cm}$ 的平凹稳定谐振腔 Nd:YAG 激光器,如果凹面全反镜的曲率半径 $R_1 = 65\text{cm}$,则在距输出镜 6cm 处观察面上的 TEM_{00}

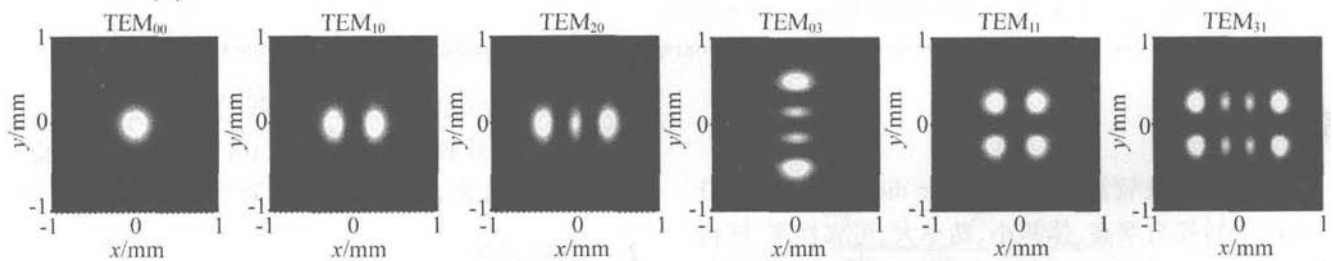


Fig. 1 Near-field intensity distributions of some low-order laser beam modes (dimensions: mm × mm)

模、 TEM_{10} 模、 TEM_{20} 模、 TEM_{03} 模、 TEM_{11} 模和 TEM_{31} 模的横向光强空间分布如图 1 所示,镜面 x 方向和 y 方向的尺寸单位为 mm 。

3 结论

谐振腔是激光器的关键部分,根据激光模式的理论,可以设计满足实际应用要求的各种激光器。在应用中,许多激光器都采用稳定谐振腔,因而稳定腔的激光模式理论和光束质量具有广泛和重要的实践意义^[11-12]。本文中通过对稳定腔激光模式理论的再研究,得出了稳定腔激光模行波光场分布的一种解析表达式,深化了对稳定谐振腔激光模式理论的认识。

在撰写过程中,曾与韩凯老师、陈亦庆老师进行过讨论,在工作中得到了钟鸣研究员和项目组其他同志

的支持、帮助,作者对他们表示感谢。

参 考 文 献

- [1] BOYD G D, GORDON J P. Confocal multimode resonator for millimeter through optical wavelength masers [J]. Bell System Technical Journal, 1961, 40: 489-508.
- [2] BOYD G D, KOEGLINK H. Generalized confocal resonator theory [J]. Bell System Technical Journal, 1962, 41: 1347-1369.
- [3] YARIV A. Quantum electronics [M]. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1975: 118.
- [4] SVELTO O. Principles of lasers [M]. 4th ed. Beijing: World Book Publish Company, 2007: 157 (in Chinese).
- [5] WEI G H, ZHU B L. Laser beam optics [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1988: 38-43 (in Chinese).
- [6] LU Y X, YU X C, ZHANG X X. Laser physics [M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2005: 19-20 (in Chinese).

(下转第 140 页)

过低没有起振。各单元激光的线宽则被压窄至 0.1 nm, 这和模拟结果的趋势基本相符; 单个单元线宽为模拟结果的两倍, 估计是由于光谱仪的精度偏低造成的(光谱仪的精度为 0.1 nm)。

图 6 为 LDA 功率-电流特性曲线。由图可知, 前

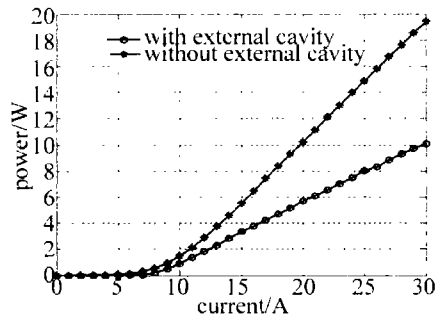


Fig. 6 Power vs. current

腔面镀 5% 反射膜的标准 LDA 自由运转时, 当注入电流为 30A 时, 输出功率为 19.6W, 斜效率为 0.91W/A; 在注入电流为 30A 时, 得到 10.1W 连续输出, 斜效率为 0.45W/A。光谱合束比前腔面镀 5% 反射膜自由运转的标准 LDA 的功率和斜效率小 50%, 这是因为: (1) 光栅的绝对衍射效率为 85% 左右, 往返经过光栅必然造成输出功率降低; (2) 透镜像差造成二极管激光与外腔耦合效率降低, 且耦合效率随着 LDA 发光单元离轴距离增加和光场横模阶次提高而降低, 因此, 部分高阶模无法起振而造成光谱合束的功率比自由运转时的功率偏低。

LDA 的单个单元的慢轴方向光束质量 $M_x^2 \approx 60$, 整个 LDA 的光束质量 $M_x^2 > 2000$ 。经过光栅-外腔反馈后, 部分激光单元的部分高阶模由于耦合效率过低而不能起振, 从而提高单个单元的光束质量, 光栅将各个单元的光束在空间重叠, 必然会使得整个阵列慢轴方向的



Fig. 7 Measurement result of beam quality

光束质量提高。当注入电流为 30A 时, 整个阵列合束后慢轴方向光束质量因子 $M_x^2 = 17.6$ (见图 7), 慢轴方向光束质量相对于自由运转的 LDA 有很大提高。

3 结论

对基于光栅-外腔的二极管激光光谱合束技术进行了实验研究。在注入电流为 30A 时, 得到了 10.1W 连续输出, 斜效率为 0.45W/A, 慢轴方向光束质量因子 $M_x^2 = 17.6$, 输出激光光谱展宽为 15nm, 并呈梳状分布, 各单元激光光谱被压窄为 0.1nm。实验结果表明: (1) 基于光栅-外腔的光谱合束技术能有效提高 LDA 的光束质量; (2) 光栅衍射损失和透镜的离轴像差是 LDA 光谱合束后相比标准 LDA 输出功率下降的主要原因。进一步试验可以采用像差更小的透镜, 以提高耦合效率和衍射效率更高的光栅来降低衍射损失, 从而提高光谱合束的功率和效率。

参考文献

- [1] BACHMANN F. Industrial application of high power diode lasers in materials processing [J]. Applied Surface Science, 2003, 208/209: 125-136.
- [2] DANEU V, SANCHEZ A, FAN T Y, et al. Spectral beam combining of a broad-stripe diode laser array in an external cavity [J]. Opt Lett, 2000, 25(6): 405-407.
- [3] LIU B, ZHANG X, ZHAO P F, et al. Improving beam quality of diode laser array by wavelength beam combining [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2007, 19(12): 1951-1954 (in Chinese).
- [4] ZHANG Y, ZHANG B, ZHU S J. Analysis of the property of the beam after spectral beam combining [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(8): 4590-4595 (in Chinese).
- [5] HUANG R K, CHAN N B, MISSAGGIA L J, et al. High-brightness wavelength beam combined semiconductor laser diode arrays [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2007, 19(4): 209-211.
- [6] HAMILTON C E, TIDWELL S C, MEEKHOF D, et al. High power laser source with spectrally beam combined diode laser bars [J]. Proc SPIE, 2004, 5336: 1-10.
- [7] FAN T Y, SANCHEZ A. Coherent (phased array) and wavelength (spectral) beam combining compared [J]. Proc SPIE, 2005, 5709: 157-164.
- [8] YU Y, WANG W M, LU Y H, et al. Simulation of spectrally beam combined diode laser based on grating-cavity [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2008, 20(2): 189-192 (in Chinese).
- [9] ZHOU P, HOU J, CHEN Z L, et al. Comparison for coherent combining and spectrum combining of fiber lasers [J]. Laser Technology, 2008, 32(4): 413-416 (in Chinese).
- [10] ZOU S X. Quantum mechanics [M]. Beijing: Higher Education Press, 2008: 38-41 (in Chinese).
- [11] ZHOU S H. Stable resonator transverse mode-selecting techniques [J]. Laser & Infrared, 1980, 10(3): 1-9 (in Chinese).
- [12] QIU J L. The beam quality of high power lasers and its influences on the laser processing [J]. Laser Technology, 1994, 18(2): 86-91 (in Chinese).

(上接第 137 页)

- [7] ZOU B K, GAO Y Zh, CHEN T R, et al. Principles of lasers [M]. 5th ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2004: 49-69 (in Chinese).
- [8] GUO S H. Electrodynamics [M]. 3rd ed. Beijing: Higher Education Press, 2008: 140-144 (in Chinese).
- [9] CHEN J. Optical electromagnetic [M]. Beijing: Science Press, 2005: 43-46 (in Chinese).