

文章编号: 1001-3806(2010)01-0124-04

矩形光阑限制下高斯光束的衍射特性分析

唐晓珊, 郭福源*, 李连煌, 高 瑞, 彭玉家

(福建师范大学 激光与光电子技术研究所 光子技术福建省重点实验室, 福州 350007)

摘要: 为了研究矩形光阑边长与透镜像方焦面处光束光斑尺寸以及光斑内所包含功率的关系, 根据高斯光束经矩形光阑和透镜变换后在透镜像方焦面的衍射场分布表达式, 采用 MATLAB 进行数值计算的方法, 进行了理论分析。结果表明, 当光阑对光束的衍射影响明显时, 光束衍射场的中央亮条纹的宽度随着光阑边长的增大而减小; 当光阑对光束的衍射影响极小时, 中央亮条纹的宽度随着光阑边长的增加而阶跃变化, 中央亮条纹强度的半最大值宽度随着光阑边长的增大而减小; 当光阑对光束衍射影响极小时, 中央亮条纹半最大值宽度趋近于一定值。给出的中央亮条纹强度半最大值宽度与矩形光阑边长关系的拟合表达式, 可为激光应用装置的设计提供理论支持。

关键词: 激光光学; 高斯光束; 矩形光阑; 中央亮条纹; 半峰全宽; 桶中功率

中图分类号: O436.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2010.01.035

Analysis of the diffraction characters of the Gaussian beams restricted by a rectangular aperture

TANG Xiao-shan, GUO Fu-yuan, LI Lian-huang, GAO Rui, PENG Yu-jia

(Fujian Provincial Key Laboratory of Photonic Technology, Institute of Laser & Optoelectronics Technology, Fujian Normal University, Fuzhou 350007, China)

Abstract: Based on the expression of diffractive field distribution of the Gaussian beams restricted by a rectangular aperture and focalized by a lens, the relationship between the width of the rectangular aperture and the spot size of the restricted beam, as well as the relationship between the aperture width and the power in the bucket, was numerically calculated with MATLAB. It was illuminated that the width of the centre bright fringe decreased along with the increasing width of the rectangular aperture when the effect of the aperture on the beam couldn't be ignored, however, the width of centre bright fringe step changed with increase of the size of the aperture when the effect could be ignorable, the width of the half maximum intensity of the centre bright fringe decreased along with the accretion of the width of the aperture and then it tends to a constant. The piecewise function of the relationship between the full width at half maximum (FWHM) of the centre bright fringe and the rectangular aperture width was put forward as well. The conclusions are useful for the design of a laser facility.

Key words: laser optics; Gaussian beam; rectangular aperture; central bright fringe; full width at half maximum; power in the bucket (PIB)

引 言

在许多实际应用中激光束传输受到矩形光阑的限制, 如在激光扫描系统中的振镜或多面镜对光束的传输影响均可以等效为矩形光阑对光束的限制影响^[1-2]。激光束通常以高斯光束的形式在空间传播, 因此, 研究在矩形光阑限制下的高斯光束的衍射特性具有实际应

用意义。目前许多学者对矩形光阑限制下高斯光束的传输变化进行了探讨^[3-5], 对有关矩形光阑限制下光束经过透镜变化后的光斑尺寸的分析较少^[4], 受限后光束场分布不再为高斯形式, 以光强降至中心光强 $1/e^2$ 处距中心的距离作为光斑半径定义^[6]分析光斑的传输变化不再适宜。

根据矩形光阑限制下高斯光束经透镜传输后的衍射场分布的表达式, 提出采用光强分布的中央亮条纹的宽度和半峰全宽^[7] (full width at half maximum, FWHM) 作为透镜像方焦面光斑宽度的定义, 数值分析两种方法定义的光斑半径以及光斑束内功率所适用的情况。通过函数拟合的方法得出像方焦面中央亮条纹半峰全宽与矩形光阑边长的拟合函数表达式, 为激光

基金项目: 福建省科技厅 F5 类基金资助项目 (2007F5040)

作者简介: 唐晓珊 (1983-), 女, 硕士研究生, 主要从事光束传输理论及其应用的研究。

* 通讯联系人。E-mail: guofy@fjnu.edu.cn

收稿日期: 2008-08-26; 收到修改稿日期: 2009-07-15

应用装置的设计提供理论基础。

1 高斯光束经矩形光阑后在透镜像方平面的衍射场分布

高斯光束经矩形光阑和理想薄透镜的传输变换如图 1 所示,以薄透镜的中心为坐标原点,主光轴为 z

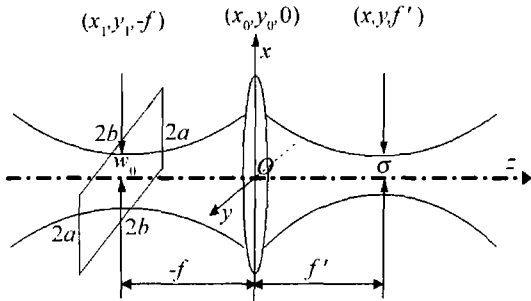


Fig. 1 Transform of the Gaussian beams passing through a rectangular aperture and a lens

轴,建立直角坐标系。 f 为薄透镜的物方焦距, f' 为薄透镜的像方焦距,当透镜位于空气中时,取透镜焦距 $f' = -f = 30\text{mm}$, a 为矩形光阑在 x 方向上的半边长, b 为光阑在 y 方向上的半边长。矩形光阑和入射高斯光束的束腰均位于透镜的物方焦面,出射光束的束腰位于透镜的像方焦面^[8]。

若透镜的孔径相对于透镜入射面上的光斑半径足够大,其对光束的衍射影响极小,故只讨论矩形光阑对光束的限制影响。根据高斯光束经过矩形光阑在透镜入射面上衍射场分布^[9]以及光束在透镜出射面上的场分布^[10],可得光束在透镜的像方焦面的衍射场分布为^[11]:

$$\psi'(x, y, f') = \frac{\exp[ik(2f' + d)]}{i\lambda f'} \times \int_{-a}^a \int_{-b}^b \exp\left(-\frac{x_0^2 + y_0^2}{w_0^2}\right) \exp\left(\frac{2\pi i x x_0 + y y_0}{f'}\right) dx_0 dy_0 \quad (1)$$

式中, $k = 2\pi/\lambda$ 为高斯光束的波数, λ 为入射高斯光束的波长, d 为透镜中心的厚度, $\exp[-(x_0^2 + y_0^2)/w_0^2]$ 为基模高斯光束的场分布, w_0 为入射高斯光束束腰半径。

在计算归一化光强时可以不考虑常数项的相移因子 $\exp[ik(2f' + d)]/(i\lambda f')$ 对光强的影响,光强与振幅的平方成正比,则光束在透镜像方平面的光强分布可表示为:

$$I(x, y, f') \propto |\psi'(x, y, f')|^2 \quad (2)$$

由(1)式和(2)式可知,光束在 x 方向和 y 方向上的光强分布形式相同,因此,仅讨论光束在 x 方向的光强分布。以 He-Ne 激光器输出的高斯光束为例,入射光束的束腰半径 $w_0 = 0.2244\text{mm}$, 波长 $\lambda = 632.8\text{nm}$, 矩形光阑半边长 a 和束腰半径 w_0 的比值分别为 $a/w_0 = 0.5$, $a/w_0 = 1.0$ 和 $a/w_0 = 1.7$, 由(2)式可得光束在透

镜像方焦面的归一化光强分布,如图 2 所示。

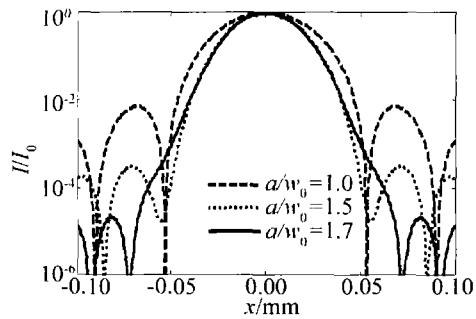


Fig. 2 Normalized intensity distribution of diffraction field

由图 2 可知,光束在透镜像方焦面的光强分布与平面波单缝衍射远场相似,存在明暗相间的条纹。光场分布的中央为亮条纹(主极大),次极大的光强比主极大的光强小得多,对于同一 a/w_0 值的次极大,离开中央位置越远,光强越弱。随着矩形半边长 a 的增大,次极大光强的最大值越来越小,说明光阑对光束限制的影响减小。当 $a/w_0 = 0.15$ 时,光束第 1 次极大最大光强与主极大最大光强的比值为 0.04623,平面波第 1 次级大最大光强与主极大最大光强的比值为 0.04641,其相对误差为 0.38%,光束在透镜像方焦面的衍射场分布接近于平面波的衍射场分布。当 $a \ll w_0$ 时,光强分布也是同样接近于平面波衍射场分布^[4]。当 $a/w_0 = 1.7$ 时,第 1 次级大最大光强与主极大最大光强值的比值为 2.05×10^{-5} ,相对于主极大,次级大可忽略不计,光强分布近似为高斯分布,当 $a \gg w_0$ 时,光强分布也同样近似为高斯分布。

2 中央亮条纹宽度及中央亮条纹所包含的功率

在实际应用中,激光束的光斑尺寸是一个重要的参量。由参考文献[3]和参考文献[4]可知,像方焦面上光束的光斑宽度受矩形光阑对光束的传输限制影响。因此,分别以光强分布中央亮条纹的宽度的和半峰全宽定义光斑宽度,数值分析光斑宽度与矩形光阑边长的关系,并讨论光斑所包含的功率与光阑边长关系。

2.1 中央亮条纹宽度

中央亮条纹半峰全宽定义为光强分布的第 1 极小值点与光强的最大值点之间的宽度。透镜像方焦面光强分布的中央亮条纹半峰全宽 σ 和矩形光阑半边长 a 与高斯光束束腰半径 w_0 比值 a/w_0 的关系如图 3 所示。

由图 3 可知,当半边长 $a/w_0 < 1.7$ 时,随着半边长 a 的增大,中央亮条纹半峰全宽 σ 单调减小。说明随着矩形光阑边长的增大,光阑对光束的衍射影响逐渐减小。其中,当 $a/w_0 < 0.15$ 时, $\sigma = 0.2835\text{mm}$,平面波单缝衍射场光强分布的中央亮条纹半峰全宽为 0.2820mm,

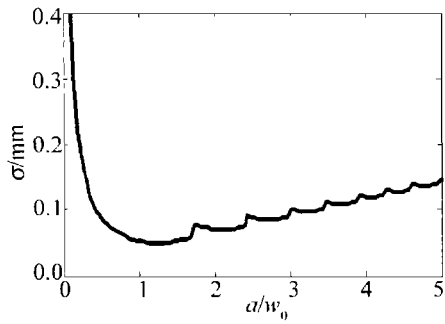


Fig. 3 The curve of FWHM of centre bright fringe and a/w_0

其相对误差为 0.53%。当 $a/w_0 \ll 0.15$ 时, σ 的极限值可由入射光束为平面波计算得到 $\sigma = \sigma'$, $\sigma' = 0.5\lambda f'/a$ 为平面波衍射场光强分布的中央亮条纹半峰全宽。

当 $a/w_0 > 1.7$ 时, 在某些点处, 中央亮条纹半峰全宽 σ 出现突增而后又缓慢减小的周期变化。以 σ 的第 1 个突变为例说明, 在 $a/w_0 = 1.7$ 附近, 随着 a 的增加, 光阑对光束的限制越来越小, 光强分布的第 1 极小值也越来越大, 即第 1 暗条纹越来越不明显, 当 $a/w_0 = 1.7$ 时, 第 1 暗条纹外移至原来的第 2 暗条纹处, 以第 1 极小值定义的中央亮条纹半峰全宽也就突然增大。此后随着矩形光阑半边长 a 的继续增大, 光阑对光束的影响继续减小, 第 1 极小值逐渐增大, 中央亮条纹半峰全宽 σ 也随之减小。

当光阑半边长 a 的继续增大时, 第 1 极小值不断变大, 即第 1 暗条纹接连变得不明显而后外移, 主极大半峰全宽 σ 也周期性地突然增大而后缓慢减小。从图 3 中可以看出, 光斑半峰全宽 σ 的这种变化周期不断的缩短, 说明第 1 极小值外移越来越快, 第 1 极小值向无限远处延伸, 光斑半峰全宽 σ 也就趋于无穷大, 光束在透镜像方焦面上的衍射场分布可近似为高斯分布。

2.2 中央亮条纹所包含的功率

桶中功率是衡量激光束能量集中度的标准之一。桶中功率定义为给定的光斑宽度内所围的功率^[12], 桶中功率与分布场的总功率的比值可表示为:

$$R = \frac{\int_{-\sigma_x}^{\sigma_x} I(x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} I(x) dx} \quad (3)$$

式中, $I(x)$ 为光束在透镜像方焦面上的 x 方向上的光强分布, σ_x 为透镜像方焦面上光斑在 x 方向的半峰全宽。基于光强分布中央亮条纹半峰全宽定义的光斑半峰全宽, 由(3)式计算可得, $a/w_0 = 1.0$ 时, $R = 0.9818$; 当 $a/w_0 = 1.5$ 时, $R = 0.9980$; 当 $a/w_0 = 1.7$ 时, $R = 0.9999$ 。随着矩形光阑半边长 a 的增加, R 值越来越

大, 矩形光阑对光束的限制影响越来越小。

为了说明矩形光阑对主极大内所包含的功率的影响, 由(3)式可以得出 R 与矩形光阑半边长的关系, 如图 4 所示。

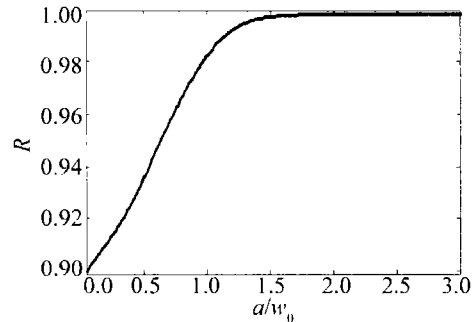


Fig. 4 The curve between the ratio PIB of the power the centre bright fringe and the total power and a/w_0

由图 4 可知, 当 $a/w_0 \leq 1.7$ 时, R 随着矩形光阑半边长 a 的单调增大, 当 $a/w_0 = 0.15$ 时, 由(3)式可得透镜像方焦点光束桶中功率与分布场的总功率的比值 $R = 0.9022$, 平面波的 $R = 0.9049$, 其相对误差为 0.29%, 与以上讨论得出的光束在透镜像方焦面的衍射场分布接近于平面波的衍射场分布的结论相符。当 $a/w_0 = 1.7$ 时, $R = 0.9999$, 次极大所包含的能量为主极大所包含能量的 0.01%, 当 $a/w_0 > 1.7$ 时, R 趋近 1, 主极大内包含大部分的能量, 与由以上讨论得出的光束在透镜像方焦面上的衍射场分布可近似为高斯分布的结论相符。

3 半峰全宽及半峰全宽所包含的功率

3.1 半峰全宽

半峰全宽是指光强下降到最大值的一半时光斑宽度, 相关文献中^[7,13]采用半峰全宽作为激光光斑尺寸的参量。数值计算可得半峰全宽 σ_{FWHM} 与矩形光阑半边长 a 之间的关系, 如图 5 所示。

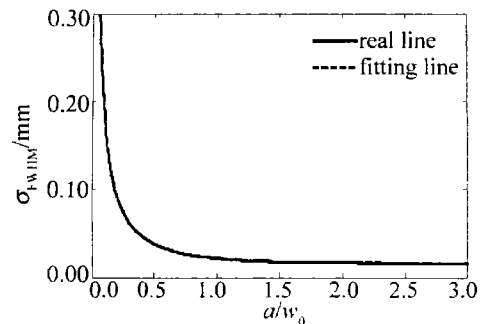


Fig. 5 The curve between FWHM and a/w_0

由图 5 可知, 当 $a/w_0 < 0.5$ 时, σ_{FWHM} 随着矩形光阑半边长 a 的增大而迅速减小, 其中, 当 $a/w_0 = 0.15$ 时, $\sigma_{FWHM} = 0.1275$ mm, 平面波的半峰全宽为 0.1280 mm, 其相对误差为 0.39%, 当 $a/w_0 \ll 0.15$ 时, 可以由平面波计算得到 σ_{FWHM} 的极限值为 $0.4527\sigma'$;

当 $0.5 < a/w_0 < 1.7$ 时, σ_{FWHM} 随着光阑半边长 a 的增大而缓慢减小; 当 $a/w_0 > 1.7$ 时, σ_{FWHM} 逐渐趋近于一定值, 其中, 当 $a/w_0 = 1.7$ 时, $\sigma_{FWHM} = 0.01595\text{mm}$, 高斯光束的半峰全宽为 0.01587mm , 其相对误差为 0.5% , 当 $a/w_0 > 1.7$ 时, 可以根据高斯光束的场分布计算 σ_{FWHM} 的极限为 $0.5893w'$, $w' = \lambda f' / \pi w_0$ 为在自由空间传输的高斯光束束腰半径。

为了得到 σ_{FWHM} 和矩形光阑半边长 a 与高斯光束束腰半径的比值 a/w_0 的直接解析表达式, 作者提出采用模型 $y = cx^d \exp(hx^e) + k$ 拟合图 5 中的实线, 得到半峰全宽定义下的光斑半径与 a/w_0 的拟合函数表达式为:

$$\sigma_{FWHM}' = -0.01594(a/w_0)^{-1.051} \times \exp[-1.014(a/w_0)^{1.508}] + 0.01587 \quad (4)$$

由(4)式可知, 拟合得到的 σ_{FWHM}' 和矩形光阑的半边长与高斯光束束腰半径的比值 a/w_0 的关系曲线如图 5 中的点线所示, 由图可见, 拟合曲线与计算曲线可以很好地吻合。为了更直接地说明拟合函数的精确度, 根据相对误差的定义, 可以得到 σ_{FWHM}' 的拟合函数 σ_{FWHM}' 的相对误差 $\delta = (\sigma_{FWHM}' - \sigma_{FWHM}) / \sigma_{FWHM}$ 和 a/w_0 的关系曲线如图 6 所示。

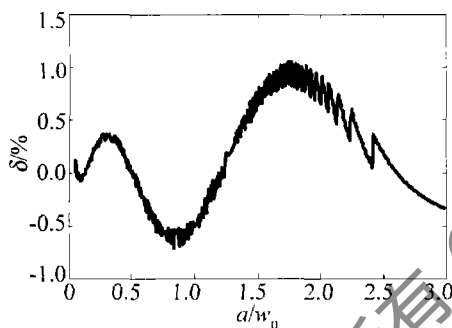


Fig. 6 Relative error of the fitting spot width

数值计算表明, 在图 6 中, 由拟合得到的光斑半径 σ_{FWHM}' 与函数解析式(4)式得出的光斑半径 σ_{FWHM} 的相对误差不超 1.1% 。由上述讨论可知, 当 $a \gg w_0$ 时, 拟合表达式得出的 σ_{FWHM}' 趋近于常数 0.01587mm , 这与根据高斯光束的场分布计算得到 σ_{FWHM} 值一致, 拟合曲线与实际曲线几乎完全重合。

3.2 半峰全宽所含的功率

根据半峰全宽的定义, FWHM 内所包含的功率与总功率的比值可由(3)式计算得出, 当 $a/w_0 = 1.0$ 时, $R = 0.7785$; 当 $a/w_0 = 1.5$ 时, $R = 0.7696$; 当 $a/w_0 = 1.7$ 时, $R = 0.7605$, 随着矩形光阑半边长 a 的增加, R 值并没有增大, 而是逐渐减小。

为更加清楚说明矩形光阑边长对半峰全宽定义光斑内所包含的功率的影响, 由(4)式得出 FWHM 所包含的功率与矩形光阑半边长的关系, 如图 7 所示。

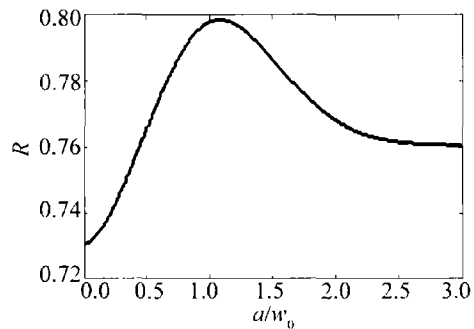


Fig. 7 The curve between the ratio PIB of the power in FWHM and a/w_0

由图 7 可以看出, 当 $a/w_0 < 1.1$ 时, FWHM 内所包含功率随着矩形光阑 a 的增大而增大, 当 $a \ll w_0$ 时, 根据平面波计算得出 $R = 0.7348$; 当 $1.1 < a/w_0 < 2.5$ 时, FWHM 内所包含功率随着矩形光阑 a 的增大而减小; 当 $a/w_0 > 2.5$ 时, FWHM 内所包含功率与总功率的比值趋近于 75.0% , 这与根据高斯光束的场分布计算得出的结果一致。

4 结论

矩形光阑限制下的高斯光束经过透镜的衍射场分布和矩形光阑边长有关。当光阑半边长小于 1.7 倍高斯光束束腰半径 w_0 时, 矩形光阑对光束的衍射影响明显, 中央亮条纹宽度随着光阑边长的增大而减小; 当光阑半边长大于 1.7 倍高斯光束束腰半径 w_0 时, 中央亮条纹内所包含的功率大于 99.99% 的总功率, 矩形光阑对光束的衍射影响可以忽略, 而中央亮条纹宽度随着光阑边长的增大近似阶跃变化, 并趋近于无穷大。当光阑半边长小于 1.7 倍入射高斯光束束腰半径 w_0 时, 半峰全宽 σ_{FWHM} 随着光阑边长的增大而减小; 当光阑半边长大于 1.7 倍入射高斯光束束腰半径 w_0 时, σ_{FWHM} 趋于定值 0.01587mm 。为了方便计算, 采用模型 $y = cx^d \exp(hx^e) + k$ 拟合 σ_{FWHM} 与矩形光阑的半边长和高斯光束束腰半径比值 a/w_0 的关系, 给出了 σ_{FWHM} 与 a/w_0 的函数表达式。

参考文献

- [1] WANG L Q, LU Z K, NI X X. Cross-talk correction in dual-labeled fluorescent microarray scanning [J]. Chinese Optics Letters, 2004, 2(3): 162-164.
- [2] ZHAO J, MA Z, LIN N, et al. Novel adaptive laser scanning sensor for reverse engineering measurement [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2007, 28(7): 1164-1169.
- [3] DUAN K L, LÜ B D. Vectorial nonparaxial propagation equation of elliptical Gaussian beams in the presence of a rectangular aperture [J]. J O S A, 2004, A21(9): 1610-1620.
- [4] FU W Y, LIU Z Q. Diffraction of Gaussian beam by a rectangular aperture [J]. College Physics, 2005, 24(8): 34-37 (in Chinese).

(下转第 131 页)

表示输出基模功率百分比大于90%,而区域A则大于95%,当 r_{gain} 和 $r_{\text{in},1}$ 取值处于该处时,基本上可以保证有效的高阶模抑制。

3 小结

根据大芯径多模双包层光纤放大器的工作机理,提出了一种用于模式控制的新型的GLM光纤结构:通过改变纤芯中掺杂的浓度、区域和材料,来控制纤芯中各个模式的激光获得增益的大小,实现模式控制。通过理论分析,对GLM光纤作为增益介质的光纤放大器输出特性进行了数值模拟,并研究了GLM的模式控制效果和优化设计方法。研究表明,这种新的模式控制方式能够有效抑制纤芯中的高阶模式,提高大芯径多模光纤放大器的输出光束质量,有较大的实用价值。

参考文献

- [1] MEI L, WANG Y, WANG Zh J, *et al.* Numerical analysis of the transient-state behavior of Yb^{3+} -doped double-clad fiber laser [J]. *Laser Technology*, 2006, 30(3): 225-231 (in Chinese).
- [2] ZHANG J, CHEN Sh, FENG Y. Study on fiber laser with China-made Yb^{3+} -doped double-clad fiber [J]. *Laser Technology*, 2008, 32(4): 420-423 (in Chinese).
- [3] PASCHOTTA R, NILSSON J, TROPPER A C, *et al.* Ytterbium-doped fiber amplifiers [J]. *IEEE J Q E*, 1997, 33(7): 1049-1056.
- [4] HARDY A, ORON R. Signal amplification in strongly pumped fiber amplifiers [J]. *IEEE J Q E*, 1997, 33(3): 307-313.
- [5] HOTOLEANU M, SODERLUND M, KLINER D, *et al.* High order modes suppression in large mode area active fibers by controlling the radial distribution of the rare earth dopant [J]. *Proc SPIE*, 2006, 6102: 1-8.
- [6] GONG M L, YUAN Y Y, LI Ch, *et al.* Numerical modeling of transverse mode competition in strongly pumped multimode fiber laser and amplifiers [J]. *Optics Express*, 2007, 15(6): 3236-3246.
- [7] THEODORO F D, KOPLOW J P, MOORE S W. Diffraction-limited, 300kW peak-power pulses from a coiled multimode fiber amplifier [J]. *Opt Lett*, 2002, 27(7): 518-520.
- [8] LI L B, LOU Q H, ZHOU J, *et al.* Transverse-mode controlling of a large-mode-area multimode fiber laser [J]. *Chinese Optics Letters*, 2007, 5(9): 524-526.
- [9] LIMPERT J, ZELLMER H, TUNNERMANN A. Suppression of higher order modes in a multimode fiber amplifier using efficient gain-loss-management (GLM) [C]// *Proceedings of the Advanced Solid-state Lasers Conference*. Quebec, Canada: Optical Society of America, 2002: 112-114.
- [10] SNYDER A W, LOVE J D. *Optical waveguide theory* [M]. London: Chapman and Hall, 1983: 509-535.
- [5] CAI X B. Diffraction of Gaussian beams by a rectangular aperture and a circular aperture in an opaque screen [J]. *Journal of Nanjing Institute of Posts Telecommunications*, 1995, 15(3): 102-108 (in Chinese).
- [6] WANG W Y, TAN J C. Propagation of Gaussian beam in the optical system with aperture stop [J]. *College Physics*, 2004, 23(7): 32-34 (in Chinese).
- [7] CORBETT B, KEARNEY I, LAMBKIN P, *et al.* Engineering of In-GaAsP layer structures for low divergent long wavelength lasers [J]. *Electron Lett*, 2002, 38(11): 515-516.
- [8] LÜ B D. *Laser optics-beam characterization, propagation and transformation, resonator technology and physics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2003: 119-122 (in Chinese).
- [9] WANG M Z, DUAN L K, LÜ B D. Validity of the Fresnel approximation for hard-edged diffracted beams [J]. *Laser Technology*, 2004, 28(6): 670-672 (in Chinese).
- [10] GOODMAN W J. *Introduction to fourier optics* [M]. New York: McGraw-Hill, 1988: 96-97.
- [11] GAO R, GUO F Y, LI L H, *et al.* Study on diffraction effects of laser beam and its influences on resolving power of scanning system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 38(1): 199-204 (in Chinese).
- [12] SIEGMAN A E. *How to (maybe) measure laser beam quality* [C]// *OSA Trends in Optics and Photonics Series*. New York: Optical Society of America, 1998: 184-199.
- [13] SHANGGUAN C M S, GUO F Y, LU Y. Characteristic of far field diffraction of TE_0 Mode in planar waveguide [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2004, 15(3): 299-302 (in Chinese).

(上接第127页)