

文章编号: 1001-3806(2010)01-0085-03

## 顺电相 KTN 晶体中相位栅的衍射效率分析

宋艳生<sup>1</sup>, 季家榕<sup>1\*</sup>, 窦文华<sup>2</sup>, 温昌礼<sup>1</sup>

(1. 国防科技大学 光电科学与工程学院, 长沙 410073; 2. 国防科技大学 计算机学院, 长沙 410073)

**摘要:** 为了在应用中提高读出光的衍射效率, 必须合理选择参量。采用将 KOGELNIK 的耦合波理论与 Kukhtarev 方程相结合, 可以得出顺电相 KTN 晶体中透射型相位栅衍射效率的解析式。对影响光栅衍射效率的各因素进行计算分析, 发现衍射效率对入射角、晶体厚度以及外加电场的变化敏感, 而 45° 入射角附近出现较宽的高衍射区。另外, 晶体的吸收对衍射效率的影响可以忽略。结果表明, 该计算分析有助于在实践中调整参量以获得较高的读出光衍射效率。

**关键词:** 非线性光学; 衍射效率分析; 耦合波理论; 光折变效应; 顺电相; 全息相位栅

**中图分类号:** O438.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2010.01.024

## Diffraction efficiency analysis of the phase grating in paraelectric KTN crystal

SONG Yan-sheng<sup>1</sup>, JI Jia-rong<sup>1</sup>, DOU Wen-hua<sup>2</sup>, WEN Chang-li<sup>1</sup>

(1. College of Opto-Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China; 2. College of Computer, National University of Defense Technology, Changsha 410037, China)

**Abstract:** In order to improve the diffraction efficiency of read out light, reasonable parameters must be selected. Combining Kogelnik coupling wave theory with the Kukhtarev equations, the expression of the diffraction efficiency of the transmission grating in paraelectric KTN crystal was obtained. After analyzing the factors affecting the diffraction efficiency of a grating, it was found that the reading diffraction efficiency was sensitive to incident angle, crystal thickness and applied field. A high diffraction efficiency district existed in close vicinity of 45° incident angle. The influence of absorption of crystal on reading diffraction efficiency was negligible. The results provide useful guides to choose the optimal parameters for high reading diffraction efficiency in application.

**Key words:** nonlinear optics; diffraction efficiency analysis; coupling wave theory; photorefractive effect; paraelectric phase; holographic phase grating

## 引言

在顺电相光折变晶体中存储全息相位光栅是研制一种新型的电控全息光开关的有效途径。基于 2 次电光效应(克尔效应), 用两束相干光在顺电相光折变晶体钽铌酸钾( $\text{KTa}_{1-x}\text{Nb}_x\text{O}_3$ , KTN)中写入全息光栅, 通过外加电场控制全息光栅的“显”与“隐”, 故实现对光束传输路径的切换。在外加电场作用下, 计算读出光的衍射效率。为简单起见, 假定读出光为写入光中的任意一束, 且不考虑光栅的衰减。

KOGELNIK 的耦合波理论<sup>[1]</sup>给出了体相位栅的衍射效率的一般计算方法, 而具体到顺电相晶体中的

全息相位栅的衍射效率计算, 则需要更进一步的探讨。由 Kukhtarev 方程求解出晶体内部的空间电荷场, 结合 KOGELNIK 的耦合波理论最终可求得衍射效率的解析表达式, 为讨论衍射效率的影响因素提供了基础。对该型全息相位栅的衍射效率的计算分析有助于新型电控全息光开关的研制工作。

## 1 顺电相 KTN 晶体中的全息相位栅

铁电材料只在某一温度范围内才具有铁电性, 它有一临界温度  $T_c$ , 当温度高于  $T_c$  时, 铁电材料发生结构相转变, 这个临界温度  $T_c$  就称为铁电材料的居里温度。铁电体在居里温度以上呈无极性的相组成, 不显示自发极化, 对应于这种状态的相称为顺电相, 如  $\text{BaTiO}_3$  晶体在居里温度(约 130°C)以上已由四方铁电相转变为顺电相,  $\text{SrTiO}_3$  和 KTN(含  $\text{KNbO}_3$  的质量分数为 0.35)等晶体在室温已为顺电相<sup>[2]</sup>。一般采用顺电相作为介质材料, 其介电常数虽明显不及铁电相, 但材料的介电常数随温度的变化率极小, 常成线性变化, 且介

基金项目: 国家八六三高技术研究发展计划资助项目(2007AA01Z2a5)

作者简介: 宋艳生(1981-), 男, 博士研究生, 现主要从事信息光学方面的研究。

\* 通讯联系人。E-mail: jijiarong@hotmail.com

收稿日期: 2008-11-07; 收到修改稿日期: 2008-12-18

质损耗显著下降。

将 KTN 晶体沿 [100] 方向切割尺寸为  $2\text{mm} \times 1.5\text{mm} \times 1\text{mm}$ , 在垂直于光学轴线的两个面上 ( $x$  方向) 各溅射一个金电极, 用于施加电压, 外加电场与光栅矢量方向平行<sup>[3,4]</sup>。入射的两束相干光在晶体内产生干涉条纹, 进而激发出相应的空间电荷分布。在顺电相中, 晶体存在对称中心, 空间电荷场通过 2 次电光效应引起折射率变化<sup>[5,6]</sup>, 即:

$$\Delta n(\mathbf{r}) = (1/2)n_0^3 g_{\text{eff}} [\mathbf{E}(\mathbf{r})]^2 \quad (1)$$

式中,  $n_0$  为晶体原折射率,  $g_{\text{eff}}$  为晶体的有效 2 次电光系数。设外电场为  $\mathbf{E}_0$ , 晶体内部空间电荷所形成的空间电荷场为  $\mathbf{E}_{\text{sc}}(\mathbf{r})$ , 则晶体内总电场:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_{\text{sc}}(\mathbf{r}) \quad (2)$$

由布喇格衍射条件, 晶体有效相位栅的折射率调制幅度为:

$$\Delta n(\mathbf{r}) = n_0^3 g_{\text{eff}} \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_{\text{sc}}(\mathbf{r}) \quad (3)$$

## 2 透射型相位栅的衍射效率

由 KOEGLNIK 的耦合波理论<sup>[1]</sup>, 全息透射型相位栅的衍射效率为:

$$\eta = \frac{\sin^2(\nu^2 + \xi^2)^{1/2}}{1 + (\nu/\xi)^2} \cdot \exp(-\alpha l) \quad (4)$$

式中,  $\nu = \frac{\pi \Delta n d}{\lambda (\cos\theta_r \cos\theta_s)^{1/2}}$ ,  $\xi = \frac{\delta d}{2 \cos\theta_s}$ ,  $\alpha$  为光栅介质的吸收系数,  $d$  为光栅厚度,  $\theta_s$  和  $\theta_r$  分别为物光和参考光的入射角,  $\delta$  为电荷栅与干涉条纹间的相移,  $\Delta n$  为折射率的变化幅度。

当两束等强度光对称入射时, 令  $\theta_r = \theta_s = \theta$ , 则有:

$$\eta = \exp\left(-\frac{\alpha d}{\cos\theta}\right) \cdot \frac{\sin^2\left\{\frac{\pi \Delta n d}{\lambda \cos\theta} \left[1 + \left(\frac{\lambda \delta}{2\pi \Delta n}\right)^2\right]^{1/2}\right\}}{1 + \left(\frac{\lambda \delta}{2\pi \Delta n}\right)^2} \quad (5)$$

由  $\left(\frac{\lambda \delta}{2\pi \Delta n}\right)^2 \ll 1$ , 则有:

$$\eta = \exp\left(-\frac{\alpha d}{\cos\theta}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{\pi \Delta n d}{\lambda \cos\theta}\right) \quad (6)$$

在光折变效应中, 光激发载流子的产生、迁移和复合过程, 可采用 KUKHTAREV 等人提出的带运输模型来描述<sup>[7,8]</sup>。假设电荷载流子为电子, 则有:

$$\begin{cases} \frac{\partial N_d^+}{\partial t} = (SI + \beta)(N_d - N_d^+) - \gamma_r N_d^+ n_e \\ \frac{\partial n_e}{\partial t} = \frac{\partial N_d^+}{\partial t} + \frac{1}{e} \nabla \cdot \mathbf{J}_e \\ \mathbf{J}_e = e\mu_e n_e \mathbf{E} + \mu_e k_B T \nabla n_e + \beta_p I \\ \nabla \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = e(N_d^+ - N_a - n_e) \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $N_a$  表示单位体积中受主的数目,  $N_d, N_d^+$  分别表示施主和离化的施主数密度,  $n_e$  表示进入导带的电子数密度,  $S$  是光电离截面,  $I$  为光强,  $\beta$  是电子的热产生率,  $\gamma_r$  表示电子与陷阱心的复合率,  $\mu$  表示电子的迁移率,  $k_B$  为玻尔兹曼常数,  $\beta_p$  为光生伏打张量,  $e$  为单位电荷电量,  $\epsilon$  为介电常数。

考虑 1 维情况, 设 Kukhtarev 方程有如下的近似稳态解:

$$\begin{cases} n_e = n_{e0} + [n_{e1} \exp(-iKx) + n_{e1} \exp(iKx)] \\ N_d^+ = N_{d0}^+ + [N_{d1}^+ \exp(-iKx) + N_{d1}^+ \exp(iKx)] \\ E = E_0 + [E_{\text{sc}} \exp(-iKx) + E_{\text{sc}} \exp(iKx)] \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $K = 2\pi/\Lambda$ ,  $\Lambda$  为光栅周期。由上述方程解得:

$$E_{\text{sc}} = \frac{ie}{K\epsilon} (N_{d1}^+ - n_{e1}) \quad (9)$$

将(3)式、(9)式代入(6)式得衍射效率:

$$\eta = \exp\left(-\frac{\alpha d}{\cos\theta}\right) \cdot \sin^2\left(\frac{iedn_0^3 g_{\text{eff}} E_0 N_{d1}^+}{4\epsilon \sin\theta \cos\theta}\right) \quad (10)$$

从上述表达式中不难看出, 影响衍射效率的参量较多, 在实际应用中要想合理选择参量实现较高的衍射效率, 必须直观地了解衍射效率对每一个参量的依赖关系。

## 2 结果与分析

取 KTN 晶体的折射率  $n_0 = 2.3$ , 吸收系数  $\alpha = 0.0015\text{cm}^{-1}$ , 有效 2 次电光系数  $g_{\text{eff}} = 2.2 \times 10^{-14} \text{m}^2/\text{V}^2$ <sup>[9]</sup>, 介电常数  $\epsilon = 1.33 \times 10^{-8}$ <sup>[9]</sup>,  $N_{d1}^+ = 10^{25}$ <sup>[10]</sup>。

### 2.1 衍射效率与入射角的关系

写入光的入射角度是影响全息光栅衍射效率的重要因素, 随着入射角由 0 增大到  $\pi/2$ , 衍射效率在 (0, 1) 区间作震荡变化, 衍射效率曲线关于  $\pi/4$  对称, 且以  $\pi/4$  为中心的两边有较宽的高衍射效率区域。图 1 所示  $\pi/4$  为角度附近两边区域的衍射效率曲线, 实线

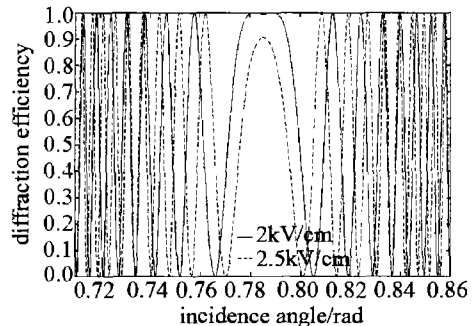


Fig. 1 Diffraction efficiency dependent on the incidence angle

和虚线分别为外加电场  $E_0 = 2\text{kV/cm}$  和  $E_0 = 2.5\text{kV/cm}$  时的变化情况。对称中心  $\pi/4$  两边的曲线作准周期变化, 离  $\pi/4$  越远其变化周期越小。外加电场增大时,  $\pi/4$  附近的高衍射区变窄, 外加电场对该高衍射区

的角度范围有压缩效应。

## 2.2 衍射效率与晶体厚度的关系

体相位栅的厚度是影响衍射效率的主要因素之一,对存储介质(如 KTN 晶体)的厚度选择必须遵循一定的规律,不可随意。设入射角为  $45^\circ$ ,外加电场为  $E_0 = 2\text{kV/cm}$ ,得到衍射效率与厚度的关系呈规则的周期变化,而且在其它条件不变的情况下,晶体厚度的微小改变就可以引起衍射效率的巨大变化。图 2 显示了晶体厚度在  $1.5\text{mm}$  附近的衍射效率曲线,其它厚度处

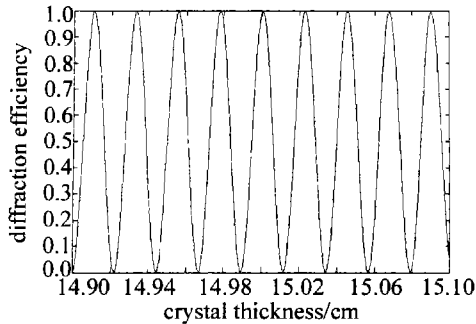


Fig. 2 Diffraction efficiency dependent on the crystal thickness

的衍射效率曲线与此相同。计算中还发现,吸收系数,对衍射效率的影响很小,几乎可以忽略。所以一般情况下,当实际使用的晶体厚度不是很厚时可以不考虑吸收系数的影响。

## 2.3 衍射效率与外加电场的关系

由(3)式可见,外加电场是 KTN 晶体中电控光折变效应不可或缺的外在因素之一,对衍射效率也有着直接的影响。设入射角为  $45^\circ$ 、晶体厚度为  $1.5\text{mm}$ ,结

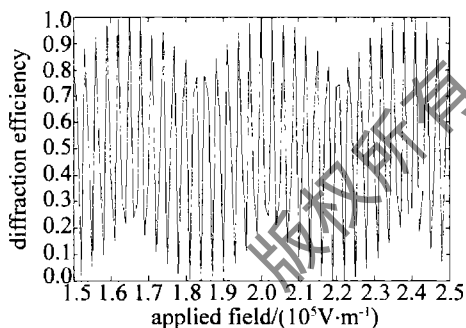


Fig. 3 Diffraction efficiency dependent on the applied field

果发现衍射效率对外加电场的变化敏感,在较大范围内出现周期变化的规律,即曲线的包络呈周期变化。图 3 中给出了在  $1.5\text{kV} \sim 2.5\text{kV}$  范围的衍射效率曲线。

## 3 结论

入射角度、晶体厚度和外加电场强度是影响顺电相中透射型全息相位栅的衍射效率的关键因素。其中任一个参量的微小改变都可以引起衍射效率的较大变化,而晶体的吸收系数对衍射效率的影响很小,几乎可以忽略。对该型全息相位栅的衍射效率的计算分析有助于在顺电相 KTN 晶体中利用电压控制的 2 次电光效应研制新型的电控全息光开关。

### 参考文献

- [1] KOGELNIK H. Coupled wave theory for thick hologram gratings [J]. The Bell System Technical Journal, 1969, 48(9): 2909-2947.
- [2] MA H B. Study on the affecting factors of ferroelectric phase transition [J]. Journal of Jilin Normal University (Natural Science Edition), 2007, 74(1): 74-78.
- [3] BITTON G, FELDMAN Y, AGRANAT A J. Relaxation processes of off-center impurities in KTN:Li crystals [J]. Journal of Non-Crystalline Solids, 2002, 305(2): 362-367.
- [4] TREPANOV V A, JASTRABIK L, KAPPAN S, et al. Phase transitions, related properties and possible applications of (K, Li)  $(\text{Ta}, \text{Nb})\text{O}_3$  crystals [J]. Optical Materials, 2002, 19(1): 13-21.
- [5] AGRANAT A J, LEYVA V, SAYANO K, et al. Photorefractive properties of  $\text{KTa}_{1-x}\text{Nb}_x\text{O}_3$  in the paraelectric phase [J]. Proc SPIE, 1989, 1148: 52-66.
- [6] AGRANAT A J, DEOLIVEIRA C, ORR G. Dielectric electrooptic gratings in potassium lithium tantalate niobate [J]. Journal of Non-Crystalline Solids, 2007, 353(47/51): 4405-4410.
- [7] YARIV A, ORLOV S S, RAKULJIC G A. Holographic storage dynamics in lithium niobate: theory and experiment [J]. J O S A, 1996, B13(11): 2513-2523.
- [8] VOLK T, WÖHLECKE M. Thermal fixation of the photorefractive holograms recorded in lithium niobate and related crystals [J]. Critical Reviews in Solid State and Materials Sciences, 2005, 30(1): 125-151.
- [9] TADAYUKI I, MASAHIRO S, KOICHIRO N, et al. Crystal growth and electro-optic properties of  $\text{KTa}_{1-x}\text{Nb}_x\text{O}_3$  [J]. Nippon Telegraph & Telephone Corporation Technical Review, 2007, 5(9): 1-8.
- [10] JI J R. Advanced optics [M]. Beijing: Science Press, 2007: 402-430 (in Chinese)