

文章编号: 1001-3806(2009)06-0667-03

序贯验后加权检验法在激光告警试验中的应用

巨养锋, 张曼菊, 邵 铭, 高俊光
(中国人民解放军 63891 部队, 洛阳 471003)

摘要: 为了减少试验样本数、降低试验消耗和缩短试验周期, 采用序贯验后加权检验法, 利用试验数据的验前信息进行序贯决策, 以减小试验所需样本数。以激光告警试验为例, 将序贯验后加权检验法与经典的数据处理方法进行对比。结果表明, 采用序贯验后加权检验法可以减少所需的试验样本数, 而且试验指标取值以及犯两类错误概率取值对试验样本数有较大影响。

关键词: 激光技术; 序贯验后加权检验; 小子样; 激光告警试验

中图分类号: TN97 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2009.06.031

Sequential posterior odd test approach in laser warning system test

JU Yang-feng, ZHANG Man-ju, SHAO Ming, GAO Jun-guang
(63891 Unit of People's Liberation Army, Luoyang 471003, China)

Abstract: Sequential posterior odd test approach can be used to reduce the size of the test samples and test cost, shorten the test period owing to its adoption of the test data information before test. Taking laser warning test for example, comparing with the traditional test data processing method, the sequential posterior odd test approach needs smaller samples, not only the test target value but also the probability of two kind errors have great influence on test sample size.

Key words: laser technique; sequential posterior odd test; small sample; laser warning test

引 言

经典的试验数据统计分析是在大样本或较大样本的前提下进行的, 如果试验次数较少, 则经典统计方法的置信度或效函数将不是良好的, 或者说作统计评估时, 将冒较大的风险。但如果增大样本容量, 就会使得试验成本急剧增加, 因此, 人们总是期望能够在较小的样本容量之下进行统计推断, 如果采用经典统计方法, 为了使得研制方和使用方风险都比较小, 所需试验次数较多。而采用序贯的检验方法正是减小样本容量的一条非常有效的途径。关于序贯的检验方法, 人们通常所熟悉的是 WALD 提出的序贯概率比检验 (sequential probability ratio test, SPRT) 方法^[1]。这种方法的平均试验次数较之经典的检验方法要少, 易于组织实施。但是, 由于这种方法没有考虑验前的信息, 以致试验次数还比较大, 因此, 为了得到小子样试验方法, 必须在充分考虑验前信息的情况下, 对序贯检验方法进行改进, 这就是序贯验后加权检验 (sequential posterior odd

test, SPOT) 方法。

建立在 BAYES 统计推断基础上的小子样试验方法^[1-6]的核心是序贯验后加权检验法, 在实际试验过程中, 除了运用关于未知参量 θ 的验前信息之外, 决策的过程也将是序贯的, 即在每次试验后进行统计推断, 看能否采用某种决策行为, 如果此时还不能作出决定, 那么再进行下一次试验, 因此, 这种决策过程的样本容量不是事先固定的, 而是视试验过程中出现的样本而定, 即试验次数是随机的。

1 Bayes 统计分析方法

Bayes 法解决统计问题的思路不同于经典统计方法。它的一个显著特点就是在保证决策风险尽可能小的情况下, 尽量应用所有可能的信息。这不仅仅是试验现场的信息, 还包括试验现场之前的信息, 如装备在研制中的信息、仿真试验的信息、同类装备的试验信息等。而真正的现场试验次数可以是少量的。因此, 在上述验前信息存在的情况下, Bayes 法可以用于小子样试验分析。下面以产品检验为例, 说明 Bayes 法与经典数理统计的差别: 假定有 10 件产品, 在检验时全部合格, 则根据经典数理统计方法, 其废品率为 0; 如果采用 Bayes 法^[1], 其废品率的估计值为 1/12, 由此看出, 采用两种不同的方法, 所得废品率的估计是不同

作者简介: 巨养锋 (1968-), 男, 副研究员, 研究方向为光电技术应用与对抗。

E-mail: juyangfeng@163.com

收稿日期: 2008-08-29; 收到修改稿日期: 2008-12-18

的, Bayes 法对废品率的估计看来要合理一些。

2 激光告警探测概率试验数据特点

激光告警^[7-8]探测概率指激光告警装备对来袭的激光信号的探测概率。

激光告警探测概率试验数据经过处理后, 试验结果只有两个可能值, 即告警或未告警。所以, 激光告警试验是一个独立的 n 重伯努利试验, 在 n 次试验中告警的次数 X 服从 2 项分布 $b(n, p)$, 其中, p 是该分布的未知参量。2 项分布的共轭验前分布是贝塔分布^[1,3] $B(\alpha_1, \beta_1)$, 其中, α_1, β_1 为验前分布的未知参量, 也称超参量。

3 2 项分布未知参量 p 的 SPOT 方法^[9]

设 p_0 为待试激光告警设备的告警概率指标值, p 为试验中的实际告警概率值, 对于该指标的检验, 提出以下统计假设: $H_0: p < p_0, H_1: p \geq p_0$ 。令 $\Theta_0 = \{p: p < p_0\}, \Theta_1 = \{p: p \geq p_0\}$ 。则 $\Theta_0 \cup \Theta_1 = \Theta, \Theta_0 \cap \Theta_1 = \Phi, \Theta$ 为参量空间。

由于 p 的验后边缘密度仍是贝塔分布 $B(\alpha_2, \beta_2)$, 其中, $\alpha_2 = \alpha_1 + X, \beta_2 = \beta_1 + n - X, \alpha_2$ 与 β_2 为验后分布参量, 于是验后加权比为:

$$O = \frac{\int_{p_0}^1 p^{\alpha_1+X-1} (1-p)^{\beta_1+n-X-1} dp}{\int_0^{p_0} p^{\alpha_1+X-1} (1-p)^{\beta_1+n-X-1} dp} = \frac{B(\alpha_2, \beta_2) - \int_0^{p_0} p^{\alpha_2-1} (1-p)^{\beta_2-1} dp}{\int_0^{p_0} p^{\alpha_2-1} (1-p)^{\beta_2-1} dp} = \frac{1 - B_{p_0}(\alpha_1, \beta_1)}{B_{p_0}(\alpha_1, \beta_1)} \quad (1)$$

式中, $B_{p_0}(x, y) = \frac{\Gamma(x+y)}{\Gamma(x)\Gamma(y)} \int_0^{p_0} p^{x-1} (1-p)^{y-1} dp$ 表示服从参量为 (x, y) 的贝塔分布的变量小于 p_0 的概率, 其中, $\Gamma(\alpha)$ 是常用的 Gamma 函数。

p 的验前边缘密度为:

$$h(p) = \frac{\Gamma(\alpha_1, \beta_1)}{\Gamma(\alpha_1) + \Gamma(\beta_1)} p^{\alpha_1-1} (1-p)^{\beta_1-1} \quad (2)$$

由此, 可得: $P_{H_0} = B_{p_0}(\alpha_1, \beta_1)$ (3)

$$P_{H_1} = 1 - P_{H_0} = 1 - B_{p_0}(\alpha_1, \beta_1) \quad (4)$$

因此, 2 项分布未知参量 p 的 SPOT 方案如下: 取定犯“弃真”和“取伪”两类错误的概率分别为 α, β , 使之满足:

$\alpha < P_{H_0}, \beta < P_{H_1}$ 。分别计算 $A = \frac{\beta}{P_{H_0} - \alpha}, B =$

$\frac{P_{H_1} - \beta}{\alpha}$ 。在每次试验后, 计算加权比 $O =$

$\frac{1 - B_{p_0}(\alpha_2, \beta_2)}{B_{p_0}(\alpha_2, \beta_2)}$ 。当 $O \leq A$ 时, 采纳假设 H_0 ; 当 $O \geq B$ 时, 采纳假设 H_1 ; 当 $A < O \leq B$ 时, 则不进行决策, 继续进行下一次试验。

4 计算分析实例

下面讨论在激光告警试验中采用经典数理统计和序贯法时需要的试验次数。

4.1 经典统计方法

当 n 足够大时, 2 项分布将逼近正态分布, 当给定置信水平 $(1 - \alpha)$ 可由标准正态函数表确定界限值 $z_{\alpha/2}$, 则可以得到试验次数 n 为^[10]:

$$n \approx \left[\frac{z_{\alpha/2}^2}{\delta^2 / (p(1-p))} \right]^2 \quad (5)$$

式中, δ 为置信区间半峰全宽; $z_{\alpha/2}$ 为正态分布 $N(0, 1)$ 变量的临界值。

当告警概率为 0.98 时, 给定置信水平 $(1 - \alpha) = 0.95$, 置信区间 $\delta = 0.02$ 时, 可以得到需要的试验次数 $n = 188$ 次。

4.2 SPOT 法

以某装备定型试验中的激光告警试验数据作为历史数据, 通过计算可得: 验前均值 $\bar{p} = 0.9925$, 验前方差 $S_p^2 = 9.1667 \times 10^{-5}$ 。利用它们得到 p 的验前分布中的超参量为: $\alpha_1 = 79.602, \beta_1 = 0.602$ 。则得 $P_{H_0} = 0.0954, P_{H_1} = 0.9046$ 。

分别取定犯两类错误的概率 $\alpha = 0.02, \beta = 0.03$, 则可得: $A = 0.3977, B = 43.7280$ 。

如果在某次试验中, 进行 70 次试验, 装备指标值为 0.98, 若全部告警, 则 $\alpha_2 = 149.602, \beta_2 = 0.602$, 此时的加权比 $O = 51.1131 > B$ 。

因此, 采纳假设 H_1 , 即指标满足要求; 若其中 69 次告警, 则 $\alpha_2 = 149.602, \beta_2 = 1.602$, 由于此时的加权比 $A < O = 7.0337 < B$, 因此不进行决策, 继续进行下一次试验。

如果允许出现一次未告警, 则在试验次数 $n = 167$ 次, 对应的加权比 $O = 43.7591 > B$ 时, 才可以认为装备的指标满足要求。

若其中有 66 次告警, 则 $\alpha_2 = 149.602, \beta_2 = 4.602$, 此时的加权比 $O = 0.3140 < A$ 。此时可以采纳假设 H_0 , 即认为指标不合格, 终止试验。

如果装备指标值调整为 0.97, 其它参量不变, 则: $A = 1.7181, B = 46.6270$ 。

如果要求 $O \geq B$, 则可得到当试验次数 $n = 18$ 次, 且全部告警时, 即可认为装备的指标满足要求, 如果有

一次未告警,则试验次数必须达到 87 次,才可以认为装备的指标满足要求。

从以上计算可以看出,在其它参量不变时,装备的指标值对于试验次数有很大影响。

如果装备指标值为 0.98 保持不变,犯两类错误的概率变为 $\alpha = 0.05, \beta = 0.05$, 则:当试验次数为 24 次,且全部告警时,即可认为装备的指标满足要求,如果有一次未告警,则试验次数必须达到 117 次,才可以认为装备的指标满足要求。

同样从以上计算可以看出,在其它参量不变时,犯两类错误的概率取值对于试验次数同样有很大影响。

5 结 论

序贯法在试验过程中未出现未告警时与经典数理统计法相比,可以显著减小试验次数,从而可以缩短试验周期,降低试验消耗。但其不足是每次试验后需要计算 O , 看能否采取某种决策,给实际使用带来不便。同时,计算结果表明:装备的指标值和犯两类错误的概率取值对需要的试验次数具有很大影响。

参 考 文 献

- [1] TANG X M, ZHANG J H. Test analysis and evaluation of weapon system in small-sample circumstances [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2001: 68-77 (in Chinese).
- [2] ZHAO L, LI J Y. Research on small example maintainability experimentation and evaluation of bayes-based theory [J]. Ship Electronic Engineering, 2006, 26(1): 113-117 (in Chinese).
- [3] KANG L, DONG Sh G, GUO N L. Armament test evaluation and load calculation based on bayesian assessment [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2003, 4(6): 30-33 (in Chinese).
- [4] WANG L D, SHEN X J, WANG G Y. Evaluation method for radar equipment test in small-subsample circumstances [J]. Systems Engineering and Electronics, 2003, 25(5): 523-525 (in Chinese).
- [5] TANG X M, ZHOU B Zh, LI R. Integrated test design and evaluation technology of weapon system in small sample situation [J]. Tactical Missile Technology March, 2007(2): 51-56 (in Chinese).
- [6] LI Zh Sh, LI J Sh, ZHANG J T, et al. The application of bayes fusion method in weapon small-sample test circumstances [J]. Command Control & Simulation, 2006, 28(3): 64-67 (in Chinese).
- [7] YANG Z F, QIAN H W, GAO G H. Development of laser warning technology [J]. Laser Technology, 2004, 28(1): 28-32 (in Chinese).
- [8] GE Q Sh, GONG Ch K. Reconnaissance performance analysis for vehicular laser warning device [J]. Laser & Infrared, 2003, 32(3): 4-7 (in Chinese).
- [9] WANG G Y, SHEN X J, WANG L D, et al. Small-sample test theory and technique of electronic system [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003: 144-148 (in Chinese).
- [10] CHEN X L, CHEN J, JIANG P Ch, et al. Radar test [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004: 182 (in Chinese).
- [1] TANG X M, ZHANG J H. Test analysis and evaluation of weapon system in small-sample circumstances [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2001: 68-77 (in Chinese).
- [2] ZHAO L, LI J Y. Research on small example maintainability experimentation and evaluation of bayes-based theory [J]. Ship Electronic Engineering, 2006, 26(1): 113-117 (in Chinese).
- [3] KANG L, DONG Sh G, GUO N L. Armament test evaluation and load calculation based on bayesian assessment [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2003, 4(6): 30-33 (in Chinese).
- [4] WANG L D, SHEN X J, WANG G Y. Evaluation method for radar equipment test in small-subsample circumstances [J]. Systems Engineering and Electronics, 2003, 25(5): 523-525 (in Chinese).
- [5] TANG X M, ZHOU B Zh, LI R. Integrated test design and evaluation technology of weapon system in small sample situation [J]. Tactical Missile Technology March, 2007(2): 51-56 (in Chinese).
- [6] LI Zh Sh, LI J Sh, ZHANG J T, et al. The application of bayes fusion method in weapon small-sample test circumstances [J]. Command Control & Simulation, 2006, 28(3): 64-67 (in Chinese).
- [7] YANG Z F, QIAN H W, GAO G H. Development of laser warning technology [J]. Laser Technology, 2004, 28(1): 28-32 (in Chinese).
- [8] GE Q Sh, GONG Ch K. Reconnaissance performance analysis for vehicular laser warning device [J]. Laser & Infrared, 2003, 32(3): 4-7 (in Chinese).
- [9] WANG G Y, SHEN X J, WANG L D, et al. Small-sample test theory and technique of electronic system [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2003: 144-148 (in Chinese).
- [10] CHEN X L, CHEN J, JIANG P Ch, et al. Radar test [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2004: 182 (in Chinese).

(上接第 666 页)

- [3] HU H W, HU Q Q. Beam scanning and inversion method for lidar detecting wind [J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(6): 720-731 (in Chinese).
- [4] TAO Z Y. A study of Doppler radar VAD technique [J]. Quarterly Journal of Applied Meteorology, 1995, 6(1): 109-113 (in Chinese).
- [5] SUN J Z, FLICKER D W, LILLY D K. Recovery of three-dimensional wind and temperature field from simulated single-doppler radar data [J]. Journal of the Atmospheric Sciences, 1991, 48(6): 876-890.
- [6] WALDTEUFEL P, CORBIN H. On the analysis of single-Doppler radar data [J]. Journal of Applied Meteorology, 1979, 18(4): 532-542.
- [7] THOMAS M, SRIVASTAVA R C. An improved version of the extended velocity-azimuth display analysis of single-Doppler radar data [J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 1991, 8(4): 453-466.
- [8] ROBERT R, DUSAN Z. Subsynchronous-scale vertical wind revealed by dual Doppler-radar and VAD analysis [J]. Journal of the Atmospheric Sciences, 1980, 37(8): 644-654.
- [9] SRIVASTAVA R C. A method for improving rain estimates from vertical-incidence Doppler radar observations [J]. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 1990, 7(5): 769-773.
- [10] WAN R, TANG D Zh, ZHANG P, et al. VAD elementary analysis of nonlinear wind field [J]. Scientia Meteorologica Sinica, 2003, 23(3): 314-324 (in Chinese).