

文章编号: 1001-3806(2009)06-0657-04

## 腔内扰动对虚共焦腔模式的影响及 Zernike 像差拟合

张翔, 蔡青

(成都信息工程学院 光电技术系, 成都 610225)

**摘要:** 为实现高功率或高能激光器输出良好的光束质量和能量, 分析了腔内像差扰动对非稳腔模式的影响, 采用数值迭代法理论计算了腔内倾斜扰动对无源虚共焦非稳腔输出模式强度和相位分布的影响, 并采用 Zernike 模式法对光束相位进行了像差拟合分解, 得到了前 35 阶像差系数, 通过进一步计算得到点扩散函数和环围能量曲线等, 从而全面了解输出光束质量。结果表明, 对小菲涅耳数虚共焦型非稳腔, 腔内倾斜扰动不仅带来输出光强分布的不均匀性, 且对相位分布有明显的影 响, 使相位中的一些高阶 Zernike 像差如  $A_3$ ,  $A_7$  和  $A_{10}$  等增大。计算结果对研究高能激光器腔内像差校正有一定参考意义。

**关键词:** 激光光学; 光束质量; 迭代法; 虚共焦非稳腔; 腔内像差扰动; Zernike 像差拟合

**中图分类号:** TN243

**文献标识码:** A

**doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2009.06.028

## Effect of intracavity perturbation on modes of virtual confocal resonators and Zernike aberration fit

ZHANG Xiang, CAI Qing

(Department of Optoelectronic Technology, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China)

**Abstract:** In order to improve the output beam quality and energy for high power lasers, firstly, the influence of intracavity aberrated perturbation on the eigenmode of unstable resonators was analyzed. Then, the effect of intracavity phase-tilted perturbation on the mode intensity and phase distribution for passive positive-branch confocal unstable resonators was calculated by means of numeric iterative method. Finally, the phase property of the output beam was analyzed based on Zernike mode-reconstruction theory so that the front 35-order Zernike aberration coefficients, the point spread function (PSF) and the integrated relative far-field intensity were obtained. Now the laser beam quality was fully illustrated. The results illustrate that in a confocal unstable resonator with a small Fresnel number, small phase-tilted perturbation has not only a remarkable influence on the output beam intensity but also the phase structure, and it makes higher order Zernike aberration such as  $A_3$ ,  $A_7$  and  $A_{10}$  increase in the beam phase structure. The results are of some reference to further investigation on the intracavity aberration compensation for high power lasers.

**Key words:** laser optics; beam quality; iterative method; positive-branch confocal unstable resonators; intracavity aberrated perturbation; Zernike aberration fitting

### 引言

非稳腔具有大的可控模体积、良好的空间模式选择特性、易实现高功率单模运转及可控的衍射耦合输出等特点, 在激光技术中得以广泛应用<sup>[1]</sup>。而虚共焦型非稳腔是其中一种特殊形式, 由两个曲率半径不同的球面镜按虚共焦方式组合而成的凹凸型非稳腔。其优点是易于得到单端输出和准直的平行光束, 是激光技术研究中获得良好光束质量的首选腔型之一。但目前实验研究表明腔内的各类像差扰动因素不仅直接导致输出光束

能量密度分布不均匀, 且伴随许多高阶像差的增大, 故严重影响输出光束质量并限制其应用<sup>[2-5]</sup>。

在激光器输出功率或能量一定的前提下, 尽可能提高光束质量是目前研究的热点问题。对高能激光器而言, 由于腔内高的功率密度, 并且输出光束一般为动态波前像差, 目前常用的波前校正方法是自适应像差校正。而从理论上深入分析腔内各类像差扰动与激光器输出光强和相位分布的对应关系, 并进一步解析出波面中各阶像差所占的权重具有重要意义, 这是进一步研究高能或高功率激光器腔内自适应像差校正, 从根源上提高输出光束能量与质量的基础。作者侧重分析腔内倾斜扰动对虚共焦型非稳腔输出光束质量的影响。

### 1 理论分析

寻求理想或失调状态下的谐振腔(包括非稳腔)

作者简介: 张翔(1976-), 男, 博士, 副教授, 主要从事激光技术、光电探测技术方面的研究及应用。

E-mail: zhanghk23@yahoo.com.cn

收稿日期: 2008-07-28; 收到修改稿日期: 2008-10-15

振荡模式需求解谐振腔积分方程,数值求解方法较多<sup>[6,9]</sup>,而迭代法又是模式求解中常用的方法之一,对于光腔菲涅耳数不是很大时具有较高计算精度<sup>[6]</sup>。即需数值求解衍射积分方程:

$$\varphi(x, y) = \gamma \frac{i}{\lambda L} \iint_S u(x, y, x', y') \varphi(x', y') dS' \quad (1)$$

式中,函数 $\varphi$ 称为本征函数, $\gamma$ 称为本征值, $\lambda$ 为波长, $L$ 为谐振腔长度。应用此方程原则上可以求解任意光腔模参量,如腔模强度、相位分布、本征值和衍射损耗等, $dS'$ 为 $S$ 面上点 $(x', y')$ 处的面积元。 $u$ 为空间任一曲面 $S$ 上光波场的振幅和相位分布函数,即:

$$u(x, y, x', y') = \frac{ik \exp[-ik\rho(x, y, x', y')]}{4\pi\rho(x, y, x', y')} (1 + \cos\theta) \quad (2)$$

式中, $\rho$ 为源点 $(x', y')$ 与观察点 $(x, y)$ 之间连线的长度, $\theta$ 为点 $(x', y')$ 处的法线与上述连线的夹角, $k = 2\pi/\lambda$ 为波矢的模。对于腔内无扰动情况,上式可以进一步分离变量进行求解。对于无像差的情形,(1)式可以进一步分离变量进行简化,SIEMAN等人将光线在无扰动非稳腔中的传输过程等效为两个积分方程<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} \gamma_1 \varphi_1(x) = i^{l+1} (k/L) \int_0^{a_2} y J_l(kxy/L) \times \\ \quad \exp[-i(k/2L) \cdot (g_1 x^2 + g_2 y^2)] \varphi_2(y) dy \\ \gamma_2 \varphi_2(y) = i^{l+1} (k/L) \int_0^{a_1} z J_l(kyz/L) \times \\ \quad \exp[-i(k/2L) \cdot (g_2 y^2 + g_1 z^2)] \varphi_1(y) dz \\ g_m = 1 \pm L/R_m, (m = 1, 2) \end{cases} \quad (3)$$

式中, $R_m$ 为反射镜曲率半径, $g_m$ 为谐振腔的几何参量, $J_l$ 为第 $l$ 阶贝塞尔函数。若反射镜凹面向腔内时,(3)式中取“-”号;若凸面向腔内时,取“+”号。

对于图1所示的折叠型虚共焦型非稳腔,当腔内

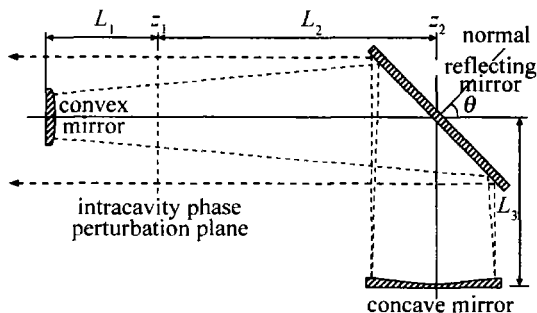


Fig. 1 Positive-branch confocal unstable resonator with an intracavity phase-perturbation plane

存在相位倾斜扰动时,可进一步推导出如下衍射积分方程<sup>[11]</sup>:

$$\gamma u(x_2, y_2) = -\frac{i}{2\lambda L} \exp(i2kL) \times$$

$$\exp\left\{-i\frac{\pi}{\lambda} \frac{2\delta M_x \left[1 - \frac{1}{M_x R_x} (L_2 + L_3)\right]}{M_x + 1} x_2\right\} \times$$

$$\iint_S u(x_1, y_1) \exp\left\{-i\frac{\pi}{\lambda} \frac{2\delta M_x \left[1 - \frac{1}{M_x R_x} (L_2 + L_3)\right]}{M_x + 1} x_1\right\} \times$$

$$\exp\left\{i\frac{\pi}{\lambda L} \left[\frac{(x_2 - M_x x_1)^2}{M_x + 1} + \frac{(y_2 - M_y y_1)^2}{M_y + 1}\right]\right\} dx_1 dy_1 \quad (4)$$

式中, $u(x_1, y_1)$ 为凸镜上的光场分布, $u(x_2, y_2)$ 为光场由凸镜传输至凹镜时镜面上的光场分布, $S$ 为凸镜反馈口径面积, $\delta$ 为腔内倾斜扰动量, $M_x$ 和 $M_y$ 为无扰动光腔在 $x$ 和 $y$ 子午面内的放大倍率, $R_x$ 和 $R_y$ 代表无扰动时凸镜在两个方向的曲率半径, $L_1$ 是凸镜与腔内相位扰动面的距离, $L_2$ 是相位扰动面与腔内折转镜的距离, $L_3$ 是腔内折转镜与凹镜距离, $L = L_1 + L_2 + L_3$ 为谐振腔长度。(4)式相当于在无扰动积分方程中附加了一个相位扰动因子。

若要进一步分析腔内其它形式扰动(包括高阶像差扰动,如像散、离焦等)对非稳腔本征模式的影响,一般方法是首先建立腔内像差扰动模型,推导出此时光腔的 $ABCD$ 传输矩阵,然后利用传输矩阵与非稳腔衍射积分方程的对应关系导出受扰动后的衍射积分方程,再进一步应用数值迭代法求解扰动量与光束模式特性的关系<sup>[11]</sup>。

## 2 波面的 Zernike 像差拟合分解

按(4)式分析出的光场空间分布反映的是一个综合效果,但有时还关心光场相位分布中的各阶像差所占的权重,这就需要对波面进行像差拟合分解。1979年CUBALCHINI首先给出模式法进行波前重构的原理。在全孔径圆域内,Zernike多项式波前重构算法可将一个完整的全孔径畸变波前展开为不同的模式分量,即表示成一系列正交多项式的线性组合,其优点在于可将被测波前畸变进行像差分离,从而有利于波前校正的实现<sup>[12-13]</sup>:

$$\varphi(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n z_n(x, y) \quad (5)$$

式中, $n$ 表示波前 $\varphi(x, y)$ 的第 $n$ 阶模式; $a_n$ 是模式系数; $z_n(x, y)$ 是第 $n$ 阶模式的 Zernike 多项式。前15项有明显的物理意义,对 $z_n$ 取 $n = 3, 4, 5$ 为例: $z_3 = \sqrt{3}[2(x^2 + y^2) - 1]$ ;  $z_4 = 2\sqrt{6}xy$ ;  $z_5 = \sqrt{6}(x^2 - y^2)$ ,分别代表离焦、 $0^\circ/90^\circ$ 方向像散和 $45^\circ/135^\circ$ 方向像散。 $(x, y)$ 为单位圆内点的坐标。实际计算时,波前的模式阶数不能取到无穷大,而为一个有限值 $n$ ,一般来讲取前35阶就可以较好地解决波前重构时各模式间的耦合

和混淆影响,重构精度较高。波前模式系数矩阵如下式所示:

$$A = \varphi Z^+ \quad (6)$$

式中,  $A$  为待求波前的模式系数矩阵,  $\varphi$  为计算出的接收面上波前相位,  $Z^+$  为 Zernike 模式波前重构矩阵  $Z$  的伪逆矩阵。即依据(6)式即可对输出模式相位进行像差拟合分解,从而可对相位中包含的各类像差信息进行详细分析。

### 3 环围能量曲线计算

环围能量曲线是重要的光束质量评定指标之一,表征了远场光斑的能量集中度。设激光光束波前复振幅分布为  $E_1(x_1, y_1)$ , 则其通过理想成像透镜形成远场光斑的过程,在数值仿真时可以用快速离散 Fourier 变换来实现:

$$E_2(x_2, y_2) = \mathcal{F}\{E_1(x_1, y_1)\} \quad (7)$$

式中,  $E_2$  为激光光束波前经过理想成像透镜后形成的远场光斑。远场光斑强度分布可表示为:

$$I_2(x, y) = |E_2(x_2, y_2)|^2 \quad (8)$$

远场光斑能量集中度是表示光束净化效果的重要技术指标,一般用归一化环围能量来表示:

$$E_r = \frac{1}{E} \sum_{r < r'} I_2(x_2, y_2) \quad (9)$$

式中,  $E_r$  表示远场光斑在环围窗口内的归一化能量,其值越大表明远场光斑能量集中度越高;  $r$  表示环围窗口尺寸;  $E$  为远场光斑总能量; 并且有  $t = \sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2}$ ,  $(x_0, y_0)$  表示远场光斑峰值光强处的坐标。

### 4 数值计算结果及分析

数值模拟参数为:虚共焦非稳腔几何放大率  $M = 2.0$ , 波长  $\lambda = 10.6\mu\text{m}$ , 凸镜半径  $a = 1.0\text{cm}$ , 谐振腔长度  $L = 15.09\text{m}$ , 谐振腔几何参量  $g_1 = 1.5, g_2 = 0.75$ , 等效菲涅耳数  $N = (M - 1)a^2/\lambda L = 0.31$ 。  $z_1$  扰动面距凸面镜距离为整个腔长的  $1/3$ 。在  $z_1$  处引入不同量值的相位倾斜扰动,耦合输出镜位于腔内凸面镜附近。采用数值迭代法分别求解受腔内扰动前、后的谐振腔衍射本征方程。

图2中给出了在腔内  $z_1$  位置处引入  $\lambda/8$  倾斜扰动,虚共焦非稳腔耦合输出光束模式分布情况。对于无扰动圆形镜虚共焦腔,输出光强和相位分布应呈现圆对称分布。几何分析表明此时一个自在现波形为平面波。但引入倾斜扰动后,由图2可知,此时输出光束强度分布呈现非均匀性,即明显呈现一边强,一边弱的情形;而波前相位亦呈现向一边倾斜的趋势,波前峰谷值和均方根值相对于无扰动时均有所增大。

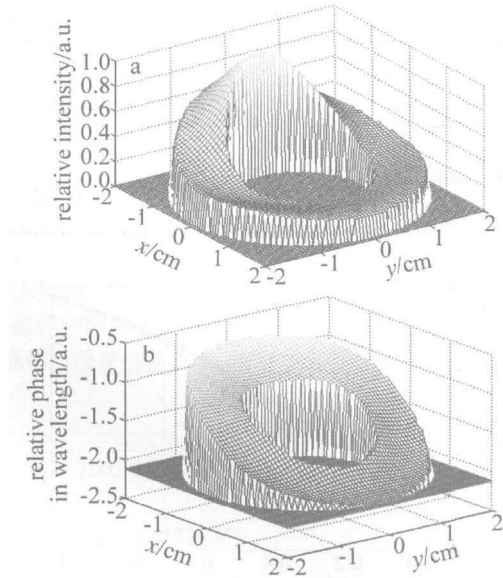


Fig. 2 The intensity and phase distribution of the output beam by introducing a  $\lambda/8$  intracavity phase-tilted perturbation

图2是较小的  $\lambda/8$  倾斜扰动对输出光强和相位的影响,进一步计算表明,当引入较大的倾斜扰动(如  $\lambda/4 \sim \lambda$ )时,还将使输出光强非均匀性更显著增加。且此时由波前分布解析出的 Zernike 低阶倾斜像差亦越大,下面将结合图来进行说明。

图3是采用 Zernike 多项式对输出畸变光束波面(引入  $\lambda/8$  腔内倾斜扰动)进行像差拟合分解的结果,

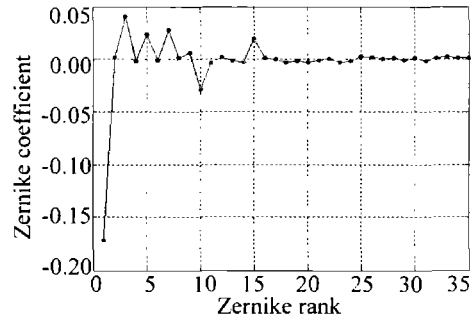


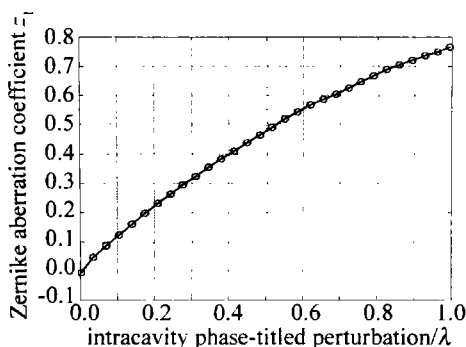
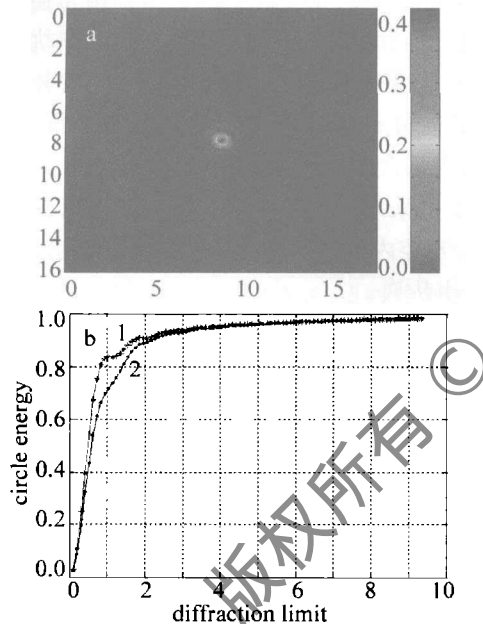
Fig. 3 The front 35-order Zernike coefficient by decomposing the aberrated wavefront for  $\lambda/8$  intracavity phase-tilted perturbation

可见其中  $|A_1| = 0.17$ , 即分解后得到的  $x$  方向倾斜是主要像差之一。其余高阶系数较小,但仍有少量第3, 5, 7, 10项等高阶像差存在。表1中给出了前10阶 Zernike 像差的定义以及倾斜扰动情形下所对应的 Zernike 像差系数。

图4中给出了不同腔内倾斜扰动量与输出光束模式中包含的  $x$  方向倾斜像差  $A_1$  间的关系。表明在波前相位中,  $A_1$  像差随着腔内倾斜扰动量增加而迅速增大。图5a和图5b分别为进一步计算得到的点扩散函数分布和环围能量曲线,图5b中曲线1为无畸变光束(平面波)对应的环围能量曲线,曲线2则与腔内扰动后的光束像差波前对应,横坐标表示衍射极限倍数,纵坐标为环围能量数值。由于此时曲线1和曲线2相差并不大,

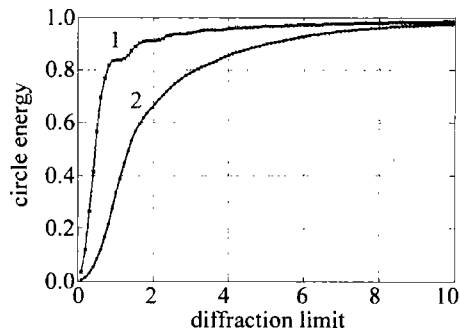
Table 1 The frontal 10 rank Zernike aberrations for  $\lambda/8$  intracavity phase-tilted perturbation

| No.   | $A_1$  | $A_2$  | $A_3$   | $A_4$                 | $A_5$                   | $A_6$  | $A_7$  | $A_8$                     | $A_9$                     | $A_{10}$                |
|---|--------|--------|---------|-----------------------|-------------------------|--------|--------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|
| aberration name                             | x tilt | y tilt | defocus | 0°/90°<br>astigmatism | 45°/135°<br>astigmatism | x coma | y coma | high order<br>astigmatism | high order<br>astigmatism | spherical<br>aberration |
| Zernike coefficient<br>for the perturbation | -0.172 | 0.002  | 0.041   | -0.002                | 0.024                   | -0.001 | 0.028  | 0.001                     | 0.006                     | -0.029                  |

Fig. 4 Zernike aberration coefficient  $A_1$  versus the intracavity phase-tilted perturbationFig. 5 The distribution of point spread function and the circle energy for the output beam by  $\lambda/8$  phase-tilted perturbation

可为腔内受倾斜扰动后光束质量下降并不十分显著。

图6中给出了在腔内 $z_1$ 位置引入 $\lambda/2$ 倾斜扰动时进一步计算得到的环围能量曲线分布,可见实际分

Fig. 6 The distribution of the circle energy for the positive-branch confocal resonator induced by  $\lambda/2$  phase-tilted perturbation

布曲线2更多地偏离了理想无像差时的环围能量曲线1,此时,在0.84环围处的光束质量为3.75倍衍射极限。说明输出光束相位中包含了较多畸变,即引入较大如 $\lambda/2$ 的腔内倾斜扰动时,光束质量下降更为显著。

由以上分析可知,腔内较大的倾斜扰动对虚共焦非稳腔输出光束模式有较明显的影响。因虚共焦非稳腔是高能气体或化学激光器中的常用腔型,而目前实验表明出光时腔内各类动态像差扰动对输出光束质量影响严重,且输出波前中的Zernike低阶倾斜像差又是其中的最主要像差之一。因腔内较大倾斜扰动会使模式强度和相位分布发生严重畸变,故对高能或高功率激光器作腔内自适应校正时应首先考虑倾斜扰动的校正。

## 5 结论

采用数值迭代法理论分析了腔内倾斜像差扰动对无源虚共焦非稳腔输出光束模式强度和相位分布的影响,进一步采用Zernike模式法对光束相位进行了像差拟合分解,得到了前35阶Zernike像差系数,进一步计算得到点扩散函数分布和环围能量分布曲线等,从而可以对输出光束质量作全面了解。结果表明,对小菲涅耳数虚共焦腔,腔内倾斜扰动可能对输出光束强度和相位分布产生较明显影响,此时输出光强和相位分布均呈现出非均匀性,且相位分布中一些高阶Zernike像差,如离焦 $A_3$ 、低阶像散 $A_5$ 、慧差 $A_7$ 和球差 $A_{10}$ 等也有所增大。由于腔内倾斜扰动会使模式结构发生严重畸变,因此,在高性能激光器中作自适应像差校正时应首先考虑腔内倾斜的校正或补偿。

## 参考文献

- [1] ZHOU B K, GAO Y Zh, CHEN T R, *et al.* The principle of laser [M]. 5th ed. Beijing: National Defense Industry Press, 2004: 88-98 (in Chinese).
- [2] LUBEIGT W, VALENTINE G, BURNS D. Enhancement of laser performance using an intracavity deformable membrane mirror [J]. Optics Express, 2008, 16(15): 10943-10955.
- [3] VDOVIN G, VADIM K. Intracavity control of a 200W continuous-wave Nd:YAG laser by a micromachined deformable mirror [J]. Opt Lett, 2001, 26(11): 798-800.
- [4] ZHANG X, YANG W, XU B, *et al.* Experimental research for maladjustment properties of passive confocal unstable resonator [J]. Optoelectronics Engineering, 2006, 33(5): 48-52 (in Chinese).

(下转第663页)

计算得到。将相应折射率值代入(6)式,可得 o 光和 e 光在两个面上的总反射损失分别约为 12.4%, 7.7%; o 光在胶合层每个面上的反射损失可以由下式得到:

$$R_o = \frac{\tan^2(i - \theta_2)}{\tan^2(i + \theta_2)} \quad (7)$$

e 光在胶合层每个面上的反射损失可以由下式得到:

$$R_e = \frac{\sin^2(i - \theta_1)}{\sin^2(i + \theta_1)} \quad (8)$$

将相应数据代入(7)式、(8)式可得 o 光和 e 光在胶合层两个面上的总反射损失分别约为 0.16%, 0.036%。可见,两束光在胶合层上的反射损失非常微弱,因此,可忽略胶合面上的多次反射对透射光的影响。

由以上分析可知,该棱镜的 o 光透射比在 85% 以上,e 光透射比在 90% 以上,与常规平行分束偏光镜相当。

### 3 结论

理论分析和实验测试均表明:冰洲石-玻璃组合平行分束偏光镜不仅节省了冰洲石晶体材料,还实现了平行偏振光的大剪切差输出;棱镜参量基本没有受到光学玻璃的影响,保持了与纯冰洲石晶体材料偏光器件相当的一些性能,如消光比和透射比。因此,该棱镜是对传统偏光器件的一个突破和创新,在一定条件下,势必可以取代常规平行分束偏光镜,得到较好的应用。

#### 参考文献

[1] JIN G F, LI J Zh. Laser metrology [M]. Beijing: Science Press, 1998:

(上接第 660 页)

[5] LI B Ch. Experimental optimization of the output performance of a all-solid-state pulsed Nd:YAG laser [J]. Laser Technology, 2007, 31(2):144-146(in Chinese).  
 [6] WANG N, LU Y T, KONG Y. Analysing the light intensity distribution of super-Gaussian mirror resonator by fast fourier-transform [J]. Chinese Journal of Lasers, 2004, 31(11):1317-1322(in Chinese).  
 [7] DU Y Y. Stimulation of confocal unstable resonators using thin gain sheet [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2000, 12(3):301-305(in Chinese).  
 [8] LÜ B D. Solid-state laser [M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2002:113-138(in Chinese).

219-226(in Chinese).

[2] LI G H, WU F Q. The design of the double reflection parallel beam splitter [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 1990, 1(1):43-47(in Chinese).  
 [3] LI G H, WU F Q. Study on super high transmittance polarizing prism [J]. Chinese Journal of Lasers, 1989, 16(5):313-315(in Chinese).  
 [4] WU F Q, LI G H, SONG L K, *et al.* Study on efficient polarizing prism [J]. Chinese Journal of Lasers, 1995, 22(1):37-39(in Chinese).  
 [5] LI G H, WU F Q. The design of the parallel beam splitter [J]. Applied Laser, 1988, 7(4):215-217(in Chinese).  
 [6] WU F Q, YU D H, LI G H. The design of a parallel beam splitting device with adjustable beam-displacement [J]. Journal of Applied Optics, 1993, 14(6):22-24(in Chinese).  
 [7] REN Sh F, WU F Q, ZHAO P. Design of parallel beam splitter whose shear difference is insensitive to incident angle [J]. Optical Technique, 2005, 31(5):749-750(in Chinese).  
 [8] REN Sh F, WU F Q, ZHAO P, *et al.* Combination of iceland and glass ternary parallel beam splitter [J]. Laser Technology, 2006, 30(3):311-312(in Chinese).  
 [9] YAO L Y, ZHENG W Ch, GU X M, *et al.* Optical material and accessories [M]. Beijing: Weapons Industry Press, 1995:1-80(in Chinese).  
 [10] REN Sh F, WU F Q, TANG H J, *et al.* Ternary super high transmittance of o light polarizing prism [J]. Optical Technique, 2006, 32(2):216-218(in Chinese).  
 [11] REN Sh F, WU F Q, TANG H J, *et al.* Combination of iceland and glass super high transmittance of o light polarizing prism [J]. Laser Journal, 2006, 27(1):29-30(in Chinese).  
 [12] WU F Q, REN Sh F, TANG H J, *et al.* Combination of iceland and glass super high transmittance of e light polarizing prism [J]. Journal of Applied Optics, 2006, 27(2):116-119(in Chinese).  
 [13] LI G H, ZHAO M Sh, WU F Q. Study of a measurement system for high extinction ratio [J]. Chinese Journal of Lasers, 1990, 17(1):51-53(in Chinese).

[9] SUJECKI S. Stability of steady-state high-power semiconductor laser models [J]. J O S A, 2007, B24(5):1053-1060.  
 [10] SIEGMAN A E, MILLER H Y. Unstable optical resonator loss calculations using the Prony method [J]. Appl Opt, 1970, 9(12):2729-2736.  
 [11] OUGHSTUN K E. Intracavity adaptive optic compensation of phase aberrations. I: analysis [J]. J O S A, 1981, 71(7):862-872.  
 [12] CUBALCHINI R. Modal wave-front estimation from phase derivative measurements [J]. J O S A, 1979, 69(7):972-977.  
 [13] ZOU W Y, ROLLAND J P. Iterative zonal wave-front estimation algorithm for optical testing with general-shaped pupils [J]. J O S A, 2005, A22(5):938-951.