

文章编号: 1001-3806(2009)06-0626-04

基于时频分析的自混合干涉信号处理方法研究

刘盛刚, 李泽仁*, 刘 乔

(中国工程物理研究院 流体物理研究所, 绵阳 621900)

摘要: 为了解决条纹计数法和相位分析法处理自混合干涉信号的不足, 提出了一种基于时频分析的自混合干涉信号处理方法。采用时频分析技术获得自混合信号频率随时间的变化, 利用激光与外部物体相互作用后的多普勒频移与信号频率相等的关系, 非常方便地获得了外部运动物体的速度历史信息。结果表明, 该方法处理自混合信号简单有效, 且有较高的处理精度。

关键词: 激光技术; 自混合干涉; 时频分析; 信号处理; 多普勒频移; 速度

中图分类号: O436.1 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2009.06.019

Study of self-mixing interference signal processing based on time-frequency analysis

LIU Sheng-gang, LI Ze-ren, LIU Qiao

(Institute of Fluid Physics, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China)

Abstract: To overcome the limitation of fringe counting and phase analysis, a new method based on the time-frequency analysis is proposed to process the self-mixing interference signal. The frequency of the self-mixing interference signal is acquired by time-frequency analysis, and this frequency is equal to the Doppler shift, so the velocity of external object is gained easily. The simulation experiments show that the proposed method is very easy, effective, and accurate.

Key words: laser technique; self-mixing interference; time-frequency analysis; signal processing; Doppler shift; velocity

引言

自从 KING^[1] 于 1963 年首次报道了自混合现象, 发现外部可移动反射镜能引起激光光强发生变化到现在, 自混合干涉理论研究已经得到了长足的发展, 已经在振动、速度、位移、距离测量^[2-9] 等领域得到了大量的应用。

早期的自混合信号处理方法主要有条纹计数法和相位分析法^[10], 前者在位移、距离测量上对单模激光器而言精度为 1/2 波长, 对多模激光器而言为 1/10 波长; 应用较多的是基于傅里叶变换的相位分析法, 其精度可以达到 1/50 波长。以傅里叶变换为基础的經典分析方法只能得到信号时域或者频域的信息, 对于平稳信号来说, 这是足够的; 对于频率随时间变化的非平稳信号, 通过傅里叶变换可以得到其频谱, 但却得不到某一频谱出现的具体时间, 也不能得到信号能量在时

间-频率平面上的分布。

时频分析作为一种新兴的信号处理方法, 已经在通信、雷达、声纳、故障诊断^[11-12] 等领域得到了大量的应用。时频分析的基本思想^[13] 就是设计一个时间和频率的联合分布函数(称为时频分布), 利用它来描述信号在不同时间和频率的能量分布。

本文中首先介绍了自混合干涉测速的原理, 然后重点分析了时频分析处理自混合信号获得外部物体运动速度的原理及其具体实现, 利用最简单的时频分析方法——短时傅里叶变换进行了仿真实验, 最后给出了实验结果和结论。

1 时频分析处理自混合干涉信号的依据及其实现

1.1 自混合干涉测速原理及信号处理依据

采用光纤传光时, 具有光路灵活、受外界环境干扰小、信号信噪比高等优点, 但获得的自混合干涉(self-mixing interference, SMI) 信号较自由空间得到的信号复杂, 下面的讨论就针对该复杂信号处理来进行。此时采用 F-P 腔镜理论得到的五镜腔模型的^[14] 示意图如图 1 所示。其中, $r_1, r_2, r_{ext1}, r_{ext2}, r_{ext}$ 分别表示激光谱

基金项目: 中国工程物理研究院基金资助项目(2008B0403038)

作者简介: 刘盛刚(1983-), 男, 硕士研究生, 现主要从事激光干涉测速技术研究。

* 通讯联系人。E-mail: zeren109@21cn.com

收稿日期: 2008-09-19; 收到修改稿日期: 2008-10-19

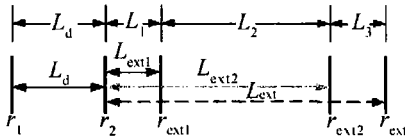


Fig.1 The five-mirror model for the fiber-coupled self-mixing velocimeter setup

振腔前后端面的振幅反射系数,光纤靠近、远离激光器端面的振幅反射系数以及外部物体的振幅反射系数; L_d, L_1, L_2, L_3 分别表示激光谐振腔长度、光纤第1个端面离激光器的距离(称之为耦合长度)、光纤长度和光纤工作距离; $L_{ext1}, L_{ext2}, L_{ext}$ 分别表示外腔长度1、外腔长度2和外腔总长度。

利用激光器稳定工作条件可以得到激光频率和光强波动的表达式^[14]为:

$$\begin{cases} \nu = \nu_0 + \frac{c \sqrt{1 + \alpha^2}}{4\pi n_0 L} \{ K_{ext1} \sin[2\pi\nu\tau_{ext1} - \arctan\alpha] + \\ K_{ext2} \sin[2\pi\nu\tau_{ext2} - \arctan\alpha] + \\ K_{ext} \sin[2\pi\nu\tau_{ext} - \arctan\alpha] \} \\ \Delta P = -\frac{1}{2L} [K_{ext1} \cos(2\pi\nu\tau_{ext1}) + \\ K_{ext2} \cos(2\pi\nu\tau_{ext2}) + K_{ext} \cos(2\pi\nu\tau_{ext})] \end{cases} \quad (1)$$

式中, ν, ν_0 分别表示有、无反馈时的激光频率, c 为真空中的光速, α, n_0, n_f 分别为激光器线宽展宽因子、激光增益介质的有效折射率和光纤有效折射率; $\tau_{ext1} = \frac{2L_1}{c}, \tau_{ext2} = \frac{2(L_1 + n_f L_2)}{c}$ 和 $\tau_{ext} = \frac{2(L_1 + n_f L_2 + L_3)}{c}$ 分别表示激光从谐振腔输出后遇到各个反射面后返回谐振腔的时间延迟; $K_{ext1} = \frac{\eta_{ext1}(1 - |r_2|^2)r_{ext1}}{r_2}, K_{ext2} = \frac{\eta_{ext2}(1 - |r_2|^2)(1 - |r_{ext1}|^2)r_{ext2}}{r_2}$ 和 $K_{ext} = \frac{\eta_{ext}(1 - |r_2|^2)(1 - |r_{ext1}|^2)(1 - |r_{ext2}|^2)r_{ext}}{r_2}$ 分别表示反馈光在各个端面的外腔耦合系数,其中 $\eta_{ext1}, \eta_{ext2}, \eta_{ext}$ 为耦合效率,为简化可以令其全部为1。

将(1)式的第2项进行变形有:

$$\begin{aligned} \Delta P = & -\frac{1}{2L} [K_{ext1} \cos(2kL_{ext1}) + K_{ext2} \cos(2kL_{ext2}) + \\ & K_{ext} \cos(2kL_{ext})] = -\frac{1}{2L} \times \\ & [K_{ext1} \cos\left(2\pi \frac{2L_{ext1}}{\lambda}\right) + K_{ext2} \cos\left(2\pi \frac{2L_{ext2}}{\lambda}\right) + \\ & K_{ext} \cos\left(2\pi \frac{2L_{ext}}{\lambda}\right)] \end{aligned} \quad (2)$$

式中, k 为波数。将(2)式的前两项称之为“直流分量项”,最后一项称之为“纯信号分量项”,外部物体的运

动信息就隐含在“纯信号分量项”中。 L_{ext} 为外腔总长度,当外部物体以速度 $u(t)$ 向靠近光纤端面运动时, L_{ext} 的表达形式可以写为:

$$L_{ext} = L_{ext0} - \int_0^t u(t) dt \quad (3)$$

式中, L_{ext0} 为初始外腔长度。“纯信号分量项”的相位可以写为:

$$\varphi(t) = 2\pi \frac{2 \int_0^t u(t) dt}{\lambda} - 2\pi \frac{2L_{ext0}}{\lambda} \quad (4)$$

其对应的信号频率为:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = \frac{2u(t)}{\lambda} - \frac{2 \int_0^t u(t) dt}{\lambda^2} \frac{d\lambda}{dt} + \frac{2L_{ext}}{\lambda^2} \frac{d\lambda}{dt} \quad (5)$$

忽略波长随时间的变化,则(5)式可以近似为:

$$f(t) \approx \frac{2u(t)}{\lambda} \quad (6)$$

观察发现: $2u(t)/\lambda$ 即为激光与外部运动物体作用后产生的多普勒频移,也就是说自混合信号的频率和外部物体引起激光的多普勒频移相等。如果通过分析采集到的数据能获得“纯信号分量项”的频率 $f(t)$ 随时间的变化规律,那么通过(6)式就可以获得外部物体的运动速度信息。

当外部物体作周期性振动时, L_{ext} 的表达形式则可以写为:

$$L_{ext} = L_{ext0} - A \cos(2\pi f_0 t) \quad (7)$$

式中, A 为振动的振幅, f_0 为振动的频率。对应的振动理论速度为:

$$u_0(t) = 2A\pi f_0 \sin(2\pi f_0 t) \quad (8)$$

采用前面的方法,对应的信号理论频率近似为:

$$f(t) \approx \frac{4\pi A f_0 \sin(2\pi f_0 t)}{\lambda} \quad (9)$$

通过分析得到的数据获得信号频率 $f(t)$ 随时间的变化,利用(6)式,就可以得到振动的速度信息。定义相对速度误差为:

$$\delta u = \frac{|u(t) - u_0(t)|}{\max(u_0(t))} \cdot 100\% \quad (10)$$

式中, $u(t), u_0(t)$ 分别表示计算得到的速度和理论速度。

前面的讨论都是针对“纯信号分量项”进行的,事实上,“直流分量项”也是变化的,这是因为激光的输出频率在发生变化,下面讨论一下“直流分量项”的影响。“直流分量项”中第1项的相位为:

$$\varphi_1(t) = 2\pi \frac{2L_1}{\lambda} \quad (11)$$

对应的频率为:

$$f_1(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi_1(t)}{dt} = \frac{2L_1}{\lambda^2} \frac{d\lambda}{dt} \quad (12)$$

对比(5)式知道, $f_1(t)$ 确实比 $f(t)$ 小得多, 可以看作是“直流分量”, 对“直流分量项”中的第2项进行分析可以得到相同的结论。因此在进行信号处理的实现, 不必区分“纯信号分量项”和自混合信号差异, 直接对自混合信号进行处理即可。

1.2 信号处理方法的实现

由(6)式、(9)式知道, 变速直线运动以及振动产生的自混合信号其频率都是随时间变化的, 是典型的非平稳信号, 短时傅里叶变换(short time Fourier transform, STFT)的思想就是在原始信号上加一个随时间滑动的窗函数, 并且认为加时间窗后得到的信号是平稳的, 然后再对加窗后的信号进行傅里叶变化。由于采用了分段处理的方法, 因此, 实现了对信号的时频局域分析。

对于给定的非平稳信号 $s(t) \in L^2(R)$, 其中, $L^2(R)$ 表示平方可积的实数空间, 即能量有限的信号空间, 信号 $s(t)$ 的短时傅里叶变换定义为:

$$\text{STFT}_s(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\tau) h(\tau - t) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (13)$$

式中, $h(t)$ 称为窗函数。在数值计算软件 MATLAB 的时频分析工具箱中, 有现成的计算离散信号 x 的短时傅里叶变换函数 `tfrstft.m`, 具体的调用格式^[15]为:

$$[\text{tfr}, \text{t}, \text{f}] = \text{tfrstft}(x, \text{t}, \text{N}, \text{h}, \text{trace}) \quad (14)$$

输入参量: N 表示频率点数, $N = \text{length}(x)$; h 表示窗口函数; 若 $\text{trace} \neq 0$, 则跟踪算法过程。输出参量: tfr 是返回信号的时频值(复数); t 是返回的时间坐标(1: $\text{length}(x)$); f 是返回的归一化频率坐标(-0.5到0.5); 当没有输出参量时, 函数 `tfrstft` 自动调用 `tfrqview`, 显示短时傅里叶变换的平方。

2 具体算例

假设外部物体作有规则的振动, 振动的数学描述为:

$$\Delta L = A \cos(2\pi f_0 t) \quad (15)$$

式中, 振幅 $A = 5 \times 10^{-6} \text{m}$, 振动频率 $f_0 = 4 \times 10^7 \text{Hz}$, 光纤耦合自混合干涉测速系统参量取值如表1所示。

Table 1 Parameters of system

parameters of system	α	r_2	$r_{\text{ext}1}$	$r_{\text{ext}2}$	r_{ext}
values	6	0.9	0.1	0.001	0.001
parameters of system	$L_{\text{ext}1}/\text{m}$	L_2/m	L_3/m	n_0	n_1
values	0.05	1.0	0.002	3.5	1.5

将(15)式代入(1)式的第1式, 解出一系列 ν , 再将 ν 和(14)式代入(1)式的第2式, 就可以得到信号波形, 如图2、图3所示。

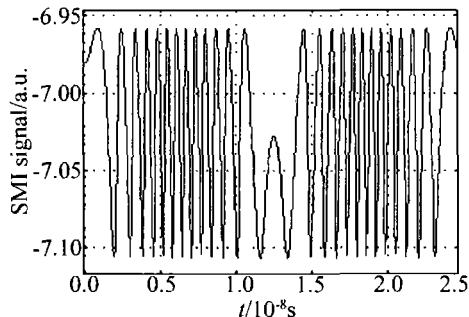


Fig. 2 The waveform of the SMI signal

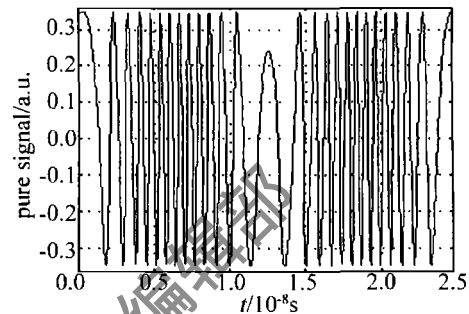


Fig. 3 The waveform of the pure signal

利用短时傅里叶变换进行时频分析的计算流程如图4所示。

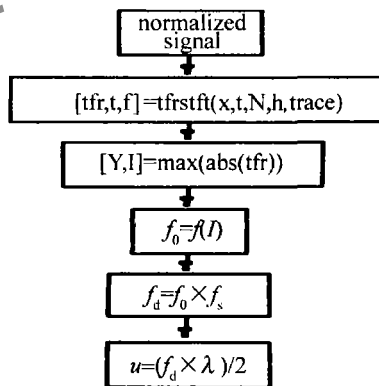


Fig. 4 The compute process of STFT

图中, f_s 为信号采样率, λ 为激光波长。

对自混合干涉信号进行计算得到的结果见图5。

上面的计算结果都是直接对自混合信号进行的, 对“纯信号分量项”计算得到的结果如图6所示。

由(8)式得到的最大理论速度为 1256.6m/s , 从自混合信号计算得到的最大速度为 1249.4m/s , 相对误差为 0.578% ; 得到的最大速度误差为 138.9m/s , 平均速度误差为 23.3m/s , 相对速度误差的平均值为 1.85% ; 从“纯信号分量项”计算得到的最大速度仍然为 1249.4m/s , 相对误差为 0.578% ; 得到的最大速度误差为 218.9m/s , 平均速度误差为 31.8m/s , 相对速度误差的平均值为 2.53% ; 由此可见, 时频分析法处理自混合信号是可行的, 且有较高的处理精度; 直接由自混合信号计算得到的结果优于由“纯信号分量项”得到的计算结果, 初步分析认为是(6)式对频率的近

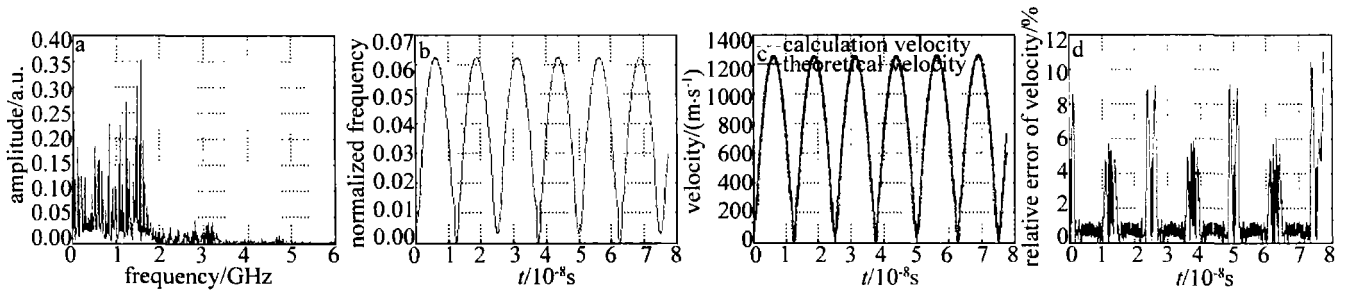


Fig. 5 The calculational results of SMI signal

a—the spectrum of the SMI signal b—the normalized frequency of SMI versus time c—the calculational and the theoretical velocity d—the relative error of the velocity

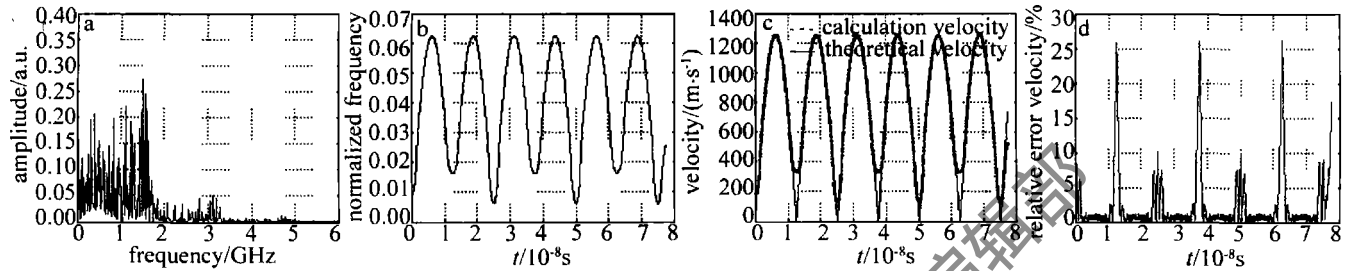


Fig. 6 The calculated results of pure signal

a—the spectrum of the pure signal b—the normalized frequency of the pure signal versus time c—the calculated and the theoretical velocity d—the relative error of the velocity

似与该处采用自混合信号进行近似,二者产生的误差刚好抵消。误差较大的位置出现在理论速度为0附近,即振动位移最大附近。

3 结论

采用最简单的时频分析方法——短时傅里叶变换,对一个由高频振动激发的自混合干涉信号进行时频分析,获得信号频率随时间的变化关系,然后利用激光与外部运动物体作用后产生的 Doppler 频移与自混合信号频率相等的关系,非常方便地获得了外部物体的速度信息。仿真实验表明,该方法处理自混合信号简单有效,相对速度误差的平均值为 1.85%。

参考文献

- [1] KING P, STEWARD G J. Metrology with an optical maser [J]. *New Scientist*, 1963, 17: 180-182.
- [2] SHINOHARA S, MOCHIZUKI A, YOSHIDA S, *et al.* Laser Doppler velocimeter using the self-mixing effect of a semiconductor laser diode [J]. *Appl Opt*, 1986, 25(9): 1417-1419.
- [3] KOELINK M H, SLOT M, de MUL F F M, *et al.* Laser Doppler velocimeter based on the self-mixing effect in a fiber-coupled semiconductor laser: theory [J]. *Appl Opt*, 1992, 31(18): 3401-3408.
- [4] JENTINK H W, de MUL F F M, SUICHIES H E, *et al.* Small laser doppler velocimeter based on the self-mixing effect in a diode laser [J]. *Appl Opt*, 1988, 27(2): 379-385.
- [5] SCALISE L, PAONE N. Laser Doppler vibrometry based on self-mixing effect [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2002, 38(1): 173-184.
- [6] MAO W, ZHANG Sh L, ZHANG L Q, *et al.* Optical feedback effect and the optical feedback interferometry for sensing application [J]. *Optical Technique*, 2007, 33(1): 16-26 (in Chinese).
- [7] WANG X J, ZHANG Sh L, TAN Y D. Development of optical feedback technology of LD pumped microchip lasers [J]. *Laser Technology*, 2006, 30(1): 9-13 (in Chinese).
- [8] LIU G, ZHANG Sh L, ZHU J, *et al.* Interference of two beams in a He-Ne laser with optical feedback [J]. *Laser Technology*, 2003, 27(5): 470-472 (in Chinese).
- [9] DING Y Ch, ZHANG Sh L, LI Y, *et al.* Experimental study on the self-mixing interference with orthogonal polarized He-Ne light [J]. *Laser Technology*, 2004, 28(1): 33-35 (in Chinese).
- [10] ZHANG Y, YU Y G, YAO J Q, *et al.* Analysis of self-mixing interference signals in LD pumped solid-state laser using fast Fourier transform technique [J]. *Proce SPIE*, 2002, 4919: 488-492.
- [11] PENG J, WANG G M, LIU D. The ISAR imaging based on time-frequency analysis [J]. *Radar & ECM*, 2008(1): 30-33 (in Chinese).
- [12] FENG Zh P, LIU L, ZHANG W M, *et al.* Fault diagnosis of rolling element bearings based on wavelet time-frequency frame decomposition [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2008, 27(2): 110-114 (in Chinese).
- [13] GENG M, SHI L S. Three methods of time-frequency analysis of non-stationary signal [J]. *Mechanical Engineering & Automation*, 2008(1): 108-114 (in Chinese).
- [14] KOELINK M H, de MUL F F M, WEIJERS A L, *et al.* Fiber-coupled self-mixing diode-laser doppler velocimeter: technical aspects and flow velocity profile disturbances in water and blood flows [J]. *Appl Opt*, 1994, 33(24): 5628-5641.
- [15] GE Zh X, CHEN Zh Sh. The time-frequency analysis techniques and applications of Matlab [M]. Beijing: Posts & Telecom Press of Beijing, 2006: 57 (in Chinese).