

文章编号: 1001-3806(2009)04-0437-03

## 振幅调制高斯光束的聚焦特性及焦深

杨蓉, 李劲松\*

(中国计量学院 光学与电子科技学院, 杭州 310018)

**摘要:** 为了研究在不同数值孔径情况下振幅调制高斯光束的聚焦特性和焦深, 采用基于德拜近似条件的矢量衍射理论进行了计算和数值模拟。模拟结果显示, 在低数值孔径的光学系统中, 焦平面上的光强分布呈圆形; 而在高数值孔径的光学系统中, 由于存在去偏振效应, 光强的分布呈椭圆形分布。结果表明, 可以通过改变几何参量和高斯光束的振幅调制参量的幂指数  $n$  调节焦点大小和焦深。

**关键词:** 信息光学; 振幅调制高斯光束; 焦深; 光强分布

**中图分类号:** O435 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2009.04.030

## Focusing property and focal depth of amplitude-modulated Gaussian beam

YANG Rong, LI Jin-song

(Institute of Optoelectronics Technology, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

**Abstract:** In order to study the focusing property and focal depth of amplitude-modulated Gaussian beam in different numerical-aperture (NA); they were numerically simulated according to the vector diffraction theory based on Debye approximate condition. Simulation results showed that the intensity in the focus plane was in a circular shape in a low NA optical system; while in a high NA optical system, it was in an elliptical shape because of the polarization effect. The focal spot size and focal depth can be adjusted by changing the geometric parameters and the amplitude modulation parameter exponential  $n$  of Gaussian beam.

**Key words:** information optics; amplitude-modulated Gaussian beam; focal depth; intensity distribution

### 引言

焦深是指特定光学系统允许的焦面或像面位置的变化范围。在许多聚焦光学系统中, 焦深起着非常重要的作用。在光存储系统中, 大焦深可以使伺服系统容易进行跟踪。但是, 为了提高存储密度, 通常在光存储系统中采用高数值孔径  $d_{NA}$  物镜和短波长  $\lambda$  的激光光源, 这会使焦深减小。为了解决这个问题, 研究者们已经提出一些方案, 包括使用特殊设计光阑法<sup>[1-3]</sup>、图像处理法<sup>[4-5]</sup>、采用双折射透镜法<sup>[6-7]</sup>。经过特殊设计的光阑通常相位和光透过率的分布很复杂, 以至于制造工艺复杂, 难于生产。WANG等采用光强均匀分布照明光源和基于近轴近似的标量衍射理论研究相位光阑对焦深调节功能, 指出3区域纯相位光阑法可以加大焦深<sup>[8-9]</sup>。实践证明, 在大多数光学实际问题中, 只要满足两个条件: (1) 衍射孔径

比光波长大得多; (2) 不要在太靠近孔径的地方观测衍射场, 即在小孔径或者不考虑光的偏振特性时, 基尔霍夫与瑞利-索末菲标量衍射理论就是非常精确的。可以把光波场当作标量来处理, 只考虑光矢量的一个横向分量的标量振幅, 而假定任何别的有关分量都可以用同样方式独立处理, 但标量衍射理论的缺点是忽略了这样一个事实, 即电矢量和磁矢量的各个分量是通过麦克斯韦方程组耦合起来的, 并不能独立地处理。由于光波是电磁波, 其规律由电磁场理论来描述。因此, 要求解衍射光场的分布, 就必须根据麦克斯韦方程组并利用一定的边界条件来求解。用矢量场来处理衍射问题称为矢量衍射理论。通常在下面的情况下: (1) 有高分辨率衍射光栅的理论中; (2) 当光学元件的特征尺寸接近或小于所用光波长时 (亚波长光学元件); (3) 高数值孔径 ( $d_{NA} > 0.7$ ) 的物镜中, 必须用到矢量衍射理论。因此, 基于德拜近似的矢量衍射理论可以用来研究相位光阑对光学焦深的影响, 并且可以提供更为普遍和精确的结论<sup>[9]</sup>。本文中应用矢量衍射理论来研究振幅调制高斯光束的焦深。

### 1 原理

把振幅调制高斯光束在  $z = 0$  处的光场分布定义

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60708002); 浙江省科技厅资助项目 (2007F70018)

作者简介: 杨蓉 (1986-), 女, 大学本科, 主要研究方向为光信息科学与技术。

\* 通讯联系人。E-mail: lijinsong@yahoo.com.cn

收稿日期: 2008-07-08; 收到修改稿日期: 2008-09-10

成如下形式:

$$E_n(r) = A \left( \frac{r^2}{w^2} \right)^n \exp\left( -\frac{r^2}{w^2} \right), (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

式中,  $n$  为调制高斯光束的参量的幂指数,  $A$  为一常数,  $w$  为高斯光束的束腰半径,  $r$  为高斯光束等相位面的曲率半径。假设光学系统孔径光圈半径为  $a$ , (1) 式可写成:

$$E_n(r) = A \left[ \frac{(r/a)^2}{(w/a)^2} \right]^n \exp\left[ -\frac{(r/a)^2}{(w/a)^2} \right] \quad (2)$$

假设  $r = f \sin(\theta)$ ,  $f$  为焦距, 因此:

$$E_n(\theta) = A \left\{ \frac{[f \sin \theta / a]^2}{(w/a)^2} \right\}^n \exp\left\{ -\frac{[f \sin \theta / a]^2}{(w/a)^2} \right\} \quad (3)$$

$$E_n(\theta) = A \left\{ \frac{[\sin \theta / \sin \theta_{\max}]^2}{(w/a)^2} \right\}^n \times \exp\left\{ -\frac{[\sin \theta / \sin \theta_{\max}]^2}{(w/a)^2} \right\} \quad (4)$$

因为  $d_{NA} = \sin \theta_{\max}$ , 所以:

$$E_n(\theta) = A \left[ \frac{\sin^2 \theta}{d_{NA}^2 (w/a)^2} \right]^n \exp\left[ -\frac{\sin^2 \theta}{d_{NA}^2 (w/a)^2} \right] \quad (5)$$

式中,  $\theta \in [0, a \sin d_{NA}]$  为会聚角,  $d_{NA}$  为聚焦特性数值孔径, 根据矢量衍射原理, 焦点区域电场振幅为<sup>[10]</sup>:

$$E(\rho, \psi, z) = \frac{1}{\lambda} \iint_{\Omega} E(\theta) [\cos \theta + \sin^2 \varphi (1 - \cos \theta)] \mathbf{i} + \cos \varphi \sin \varphi (\cos \theta - 1) \mathbf{j} + \cos \varphi \sin \theta \mathbf{k} \times \exp[-ik\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi)] \exp(-ikz \cos \theta) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (6)$$

式中,  $E(\rho, \psi, z)$  指在柱坐标中电场量,  $\varphi \in (0, 2\pi)$ , 向量  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  是  $x, y, z$  方向上的单位矢量, 在  $x, y, z$  方向上有 3 个分量 ( $E_x, E_y, E_z$ ), 把 (5) 式代入 (6) 式可得  $x$  轴方向振幅:

$$E_x(\rho, \psi, z) = \frac{A}{\lambda} \iint_{\Omega} \left[ \frac{\sin^2 \theta}{d_{NA}^2 (w/a)^2} \right]^n \exp\left[ -\frac{\sin^2 \theta}{d_{NA}^2 (w/a)^2} \right] \times [\cos \theta + \sin^2 \varphi (1 - \cos \theta)] \exp[-ik\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi)] \times \exp(-ikz \cos \theta) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (7)$$

$y$  轴方向振幅为:

$$E_y(\rho, \psi, z) = \frac{A}{\lambda} \iint_{\Omega} \left[ \frac{\sin^2 \theta}{d_{NA}^2 (w/a)^2} \right]^n \exp\left[ -\frac{\sin^2 \theta}{d_{NA}^2 (w/a)^2} \right] \times \cos \varphi \sin \varphi (\cos \theta - 1) \exp[-ik\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi)] \times \exp(-ikz \cos \theta) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (8)$$

$z$  轴方向振幅为:

$$E_z(\rho, \psi, z) = \frac{A}{\lambda} \iint_{\Omega} \left[ \frac{\sin^2 \theta}{d_{NA}^2 (w/a)^2} \right]^n \exp\left[ -\frac{\sin^2 \theta}{d_{NA}^2 (w/a)^2} \right] \times \cos \varphi \sin \theta \exp[-ik\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi)] \times \exp(-ikz \cos \theta) \sin \theta d\theta d\varphi \quad (9)$$

## 2 结果与讨论

根据(6)式, 在幂指数  $n = 5$  时, 不同的数值孔径  $d_{NA}$  对应的焦点区域归一化光强分布结果如图 1 所示。图 1a 对应  $d_{NA} = 0.2$ , 图 1b 对应  $d_{NA} = 0.75$ 。由图可以看出: 在低数值孔径光学系统中焦点区域光强分布呈圆形, 在高数值孔径光学系统中由于去偏振效应光强分布呈椭圆形。

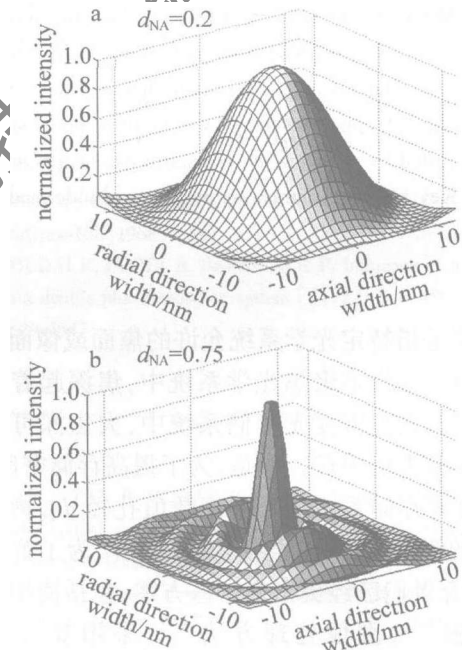


Fig. 1 Intensity distribution in focal region for  $n = 5$

详细地分析分量  $|E_x|^2, |E_y|^2, |E_z|^2$  在物镜  $d_{NA} = 0.75, n = 5$  时焦点区域强度图如图 2 所示, 由图可

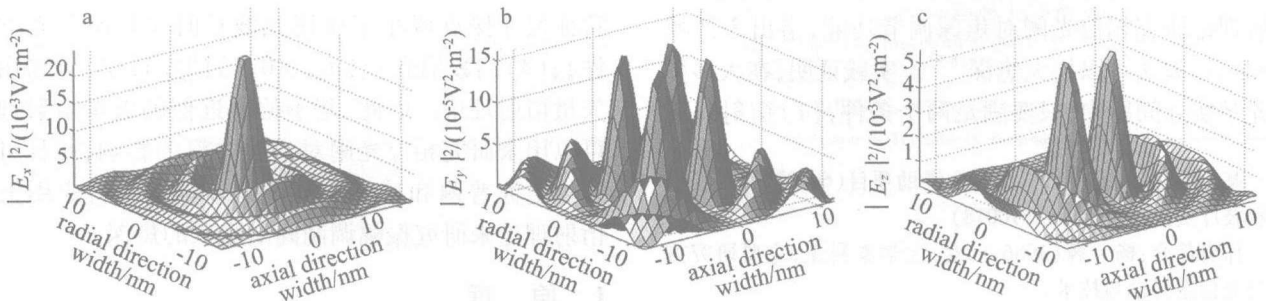


Fig. 2 Intensity distribution in focal region for  $d_{NA} = 0.75, n = 5$

见分量  $|E_x|^2$  在中心点呈等亮度圆环,  $|E_y|^2$  在中心区域有 4 个高强度峰值,  $|E_z|^2$  在中心区域两边各有 2

个高强度峰值。  $|E_x|^2, |E_z|^2$  在总强度  $|E|^2$  中占主导作用。显然, 由于大  $d_{NA}$  值光学系统的去偏振效应, 使

更多的去极化光线到达焦点区域,提高了 $|E_y|^2, |E_z|^2$ 分量在总强度中的作用。电场分量 $|E_x|^2, |E_y|^2$ 在焦平面处强度不等,由于 $|E_y|^2, |E_z|^2$ 这两个分量的不相等,合成电矢量在焦点区域的总强度分布呈椭圆形。

再来看幂指数 $n$ 的影响。 $d_{NA}=0.95$ 时幂指数 $n$ 对焦点区域的归一化强度影响见图3可知,随着 $n$ 的增加,焦平面强度峰值纵向变大,其它方向变化却很小,因此,在焦点区域总强度分布从圆形变为椭圆形。

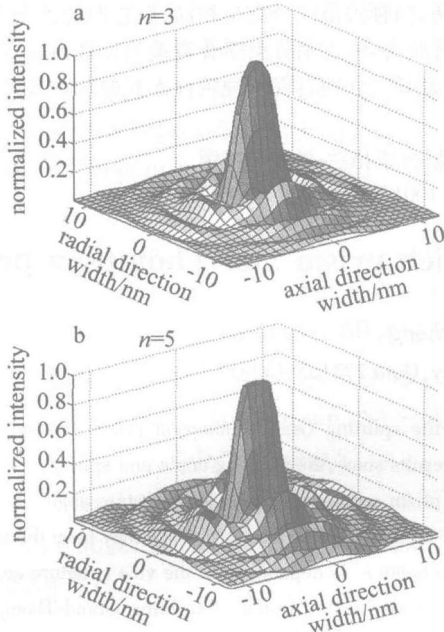


Fig. 3 Intensity distribution in focal region for  $d_{NA}=0.95$

通过改变 $d_{NA}$ ,在 $n$ 为常数的情况下研究了焦深。文中焦深定义为强度不小于强度最大值90%的两个轴向点的距离。图4为 $d_{NA}$ 值对焦深的影响。在大多数

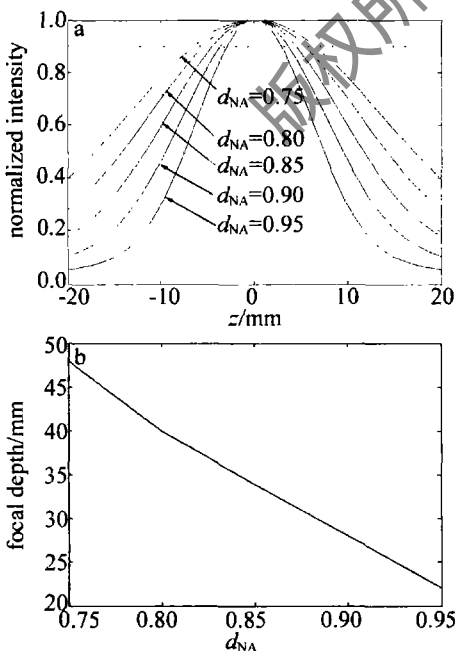


Fig. 4 Effect of  $d_{NA}$  on focal depth in a low numerical-aperture optical system for  $n=5$

值孔径光学系统, $n=5$ ,焦深随着 $d_{NA}$ 增大而减小,最大的强度保持在几何焦平面。图4b显示不同的 $d_{NA}$ 相对应的焦深曲线图表,可以看出,焦深随着 $d_{NA}$ 增大而减小,与相对应的小 $d_{NA}$ 相比, $d_{NA}$ 越大时,焦深减小程度越小。

图5a表示轴向强度分布和相应的焦深变化。当 $d_{NA}=0.9, n$ 取不同值时,可见随着输出的 $n$ ,最大强度值仍处在几何焦平面内。相应的焦深随着 $n$ 增大而增大。但是 $n$ 影响强度分布的程度相对较小,这是因为焦深随着 $d_{NA}$ 增大而减小。图5b表示不同 $n$ 对应的焦深,可见焦深随着 $n$ 增大而增大, $n$ 越大时,焦深增加的幅度越大。

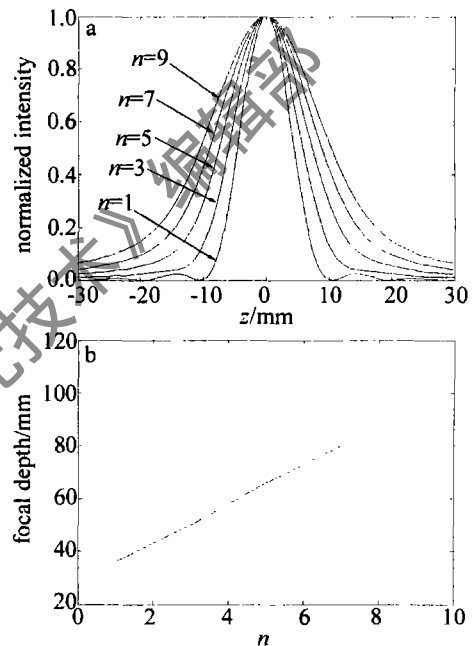


Fig. 5 Effect of the power  $n$  on focal depth in high numerical-aperture optical system for  $d_{NA}=0.95$

### 3 结论

研究了振幅调制高斯光束的聚焦特性<sup>[11]</sup>和焦深。结果表明,在低数值孔径的光学系统中,焦平面上的光强分布呈圆形;而在高数值孔径的光学系统中,由于存在去偏振效应,光强的分布呈椭圆形分布。通过改变几何参量和高斯光束的幂指数 $n$ 可以调节焦深大小。

#### 参考文献

- [1] WELFORD W T. Use of annular aperture to increase focal depth [J]. J O S A, 1960, A50(8): 749-753.
- [2] OJEDA-CASTANEDA J, BERRIEL L R, MONTES E. Spatial filter for increasing the depth of focus [J]. Opt Lett, 1985, 10(11): 520-522.
- [3] INDEBETOUW G, BAI H X. Imaging with Fresnel zone pupil masks: extended depth of field [J]. Appl Opt, 1984, 23(23): 4299-4302.
- [4] McCRIKERD J T. Coheret processing and depth of focus of annular aperture imagery [J]. Appl Opt, 1971, 10(10): 2226-2230.

由图1和图2可知,在非傍轴衍射的近场区域,时间平均能流密度矢量 $\langle S_z \rangle$ 与功率密度 $J_z$ 定义的圆形光斑上的能量和能量集中度存在较大差别,但相应的能量或能量集中度达到极大值时,所对应的衍射孔径或传输距离基本一致,见图1、图2中的 $z_0, z_0'; \rho_{01}, \rho_{01}'; \rho_{02}, \rho_{02}'$ 。由图1可知,当光斑半径 $r$ 大于或等于衍射孔径 $\rho_0$ 时,光斑上的能量集中度随传播距离 $z$ 的增加而单调减小;当光斑半径 $r$ 小于衍射孔径 $\rho_0$ 时,光斑上的能量集中度并不随着传播距离的增加而单调减小,而是在某一位置 $z = z_0 (z_0')$ 取得最大值,如图1c、图1d所示;由图2a、图2c可以看出,在给定传播距离 $z$ 和光斑半径 $r$ 的情况下,光斑面上接收到的能量围绕某一定值(该值为 $\pi r^2$ )上下波动,并存在某一衍射孔径 $\rho_{01} (\rho_{01}')$ 使得光斑面上的能量达到最大,如图2a、图2c所示。但必须强调 $\rho_{01} (\rho_{01}')$ 与光斑面上能量集中度达到最大值时对应的衍射孔径 $\rho_{02} (\rho_{02}')$ 并不相同,如图2b、图2d所示。

### 3 结论

基于严格的矢量衍射理论,应用非傍轴光束横截面上光强的不同定义 $\langle S_z \rangle$ 与 $J_z$ ,对平面波经微小孔衍射的能量和能量集中度进行了比较研究,两者在非傍轴衍射的近场区域存在较大差别。光斑面上的能量、能量集中度与衍射孔径 $\rho_0$ 、传播距离 $z$ 、光斑半径 $r$ 有着密切的关系。在实际应用中可以通过设计 $\rho_0, z$ 这两个参量,使具有一定大小的光斑面获得较大的能量或能量集中度。提高光斑接收的能量或能量集中度,在光束能量传输的研究中具有实际意义。例如,在光纤探头的照射下如何让样品获得更大的能量,而提高光斑的能量集中度对改善光束质量、提高光盘的存储密度都具有十分重要的意义<sup>[5,14]</sup>。

#### 参 考 文 献

- [1] DÜRIG U, POHL D, ROHNER F. Near-field optical-scanning microscopy [J]. Appl Phys, 1986, 59(10): 3318-3327.
- [2] LIU X M, WANG J, LI D C. Scanning near-field optical microscope and application [J]. Chinese Journal of Lasers, 1999, 26(9): 793-798 (in Chinese).
- [3] WEI J S, ZHANG Y P, YUAN H, *et al.* Near-field optical recording and its recent progress [J]. Progress in Physics, 2002, 22(2): 188-197 (in Chinese).
- [4] BETZIG E, FINN P L, WEINER J S. Combined shear force and near-field scanning optical microscopy [J]. A P L, 1992, 61(20): 2484-2486.
- [5] ZHANG G P, MING H, CHEN X G, *et al.* Transmission properties of two kinds of fiber probes in scanning near-field optical microscopy [J]. Acta Optica Sinica, 1998, 18(7): 886-889 (in Chinese).
- [6] YANG X W, ZHU S X, TANG Y W. Study on the transmission efficiency of optic fiber probe [J]. Optical Technique, 2007, 33(6): 896-898 (in Chinese).
- [7] GUO J H, GUO F, ZHU Z M. Diffraction of a small aperture-near-field optics theory [J]. Acta Optica Sinica, 1998, 18(10): 1395-1398 (in Chinese).
- [8] DENG X J, WU B K, XIAO S. Energy transmission of a small aperture in near-field diffraction [J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(12): 1432-1436 (in Chinese).
- [9] ZHOU G Q, ZHAO D M, WANG S M. Propagation characteristics of planar wave diffracted by small circular aperture [J]. Acta Photonica Sinica, 2002, 31(7): 874-876 (in Chinese).
- [10] LIU P Sh, LÜ B D. Boundary diffraction wave theory of plane waves diffracted at an annular aperture [J]. Laser Technology, 2006, 30(1): 110-112 (in Chinese).
- [11] CAO Q, DENG X M, GUO H. Accurate expression of light intensity at transverse plane [J]. Acta Optica Sinica, 1996, 16(7): 897-902 (in Chinese).
- [12] DENG X J, FENG X H, LIU C X, *et al.* The series expansion solution of vector diffraction theory and the validity of scalar approximation [J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 2005, 28(9): 1213-1216 (in Chinese).
- [13] LI L Y, ZHU J Q. Diffraction theory of reducing the main spot size [J]. Acta Photonica Sinica, 2000, 29(8): 744-747 (in Chinese).
- [14] ZHANG B, LÜ B D. Focusing of high-power laser passing through a lens with a central obstruction aperture [J]. Acta Optica Sinica, 1997, 17(12): 1660-1664 (in Chinese).
- [15] PORRAS M A. Finiteness and propagation law of the power density second-order moment for diffracted scalar light beams [J]. Optik, 1999, 110(9): 417-420.
- [16] LÜ B D, JI X L, LUO Sh R, *et al.* Parametric characterization of laser beams and beam quality [J]. Infrared and Laser Engineering, 2004, 33(1): 14-17 (in Chinese).
- [5] PIEPER R J, KORPEL A. Image processing for extended depth of field [J]. Appl Opt, 1983, 22(10): 1449-1453.
- [6] LEDESMA S, ESCALERA J C, CAMPOS J, *et al.* High depth of focus by combining annular lens [J]. Opt Commun, 2006, 266(1): 6-12.
- [7] SANYAL S, GHOSH A. High focal depth with a quasi-bifocus birefringent lens [J]. Appl Opt, 2000, 39(14): 2321-2325.
- [8] WANG H F, GAN F X. High focal depth with a pure-phase apodizer [J]. Appl Opt, 2001, 40(31): 5658-5662.
- [9] WANG H F, GAN F X. Phase-shifting apodizers for increasing focal depth [J]. Appl Opt, 2002, 41(25): 5263-5266.
- [10] GU M. Advanced optical imaging theory [M]. Berlin: Springer, 2000: 163-169.
- [11] WANG X Q, LÜ B D. Focusing properties of Laguerre-Gaussian beams [J]. Laser Technology, 1996, 20(3): 185-190 (in Chinese).

(上接第439页)