

文章编号: 1001-3806(2009)04-0409-04

## 基于任意相移量的4步相移数字全息新方法

余清婷, 吕晓旭\*, 张庆生, 刘赣勇

(华南师范大学 信息光电子科技学院, 广州 510006)

**摘要:** 为了研究相移数字全息中的相移量计算问题, 从菲涅耳衍射和全息理论出发, 对相移离轴无透镜傅里叶变换数字全息的记录和再现进行了分析, 推导了基于任意相移量的4步相移数字全息图的光场表达式, 提出了一种利用相位相减计算任意相移量的新方法, 并进行了相应的实验验证, 得到了预期效果。结果表明, 该方法与传统的4步相移方法相比, 不需要对相移器进行严格标定, 也能有效地消除数字全息再现光场中的0级衍射和共轭像, 提高再现像的信噪比, 因此, 这对降低测量系统的复杂性, 促进4步相移数字全息的发展是有帮助的。

**关键词:** 全息; 数字全息; 相位相减; 相移技术; 傅里叶变换

**中图分类号:** O438.1      **文献标识码:** A      **doi:** 10.3969/j.issn.1001-3806.2009.04.022

### A new method of four-step phase-shifting digital holography based on arbitrary phase shifts

YU Qing-ting, LÜ Xiao-xu, ZHANG Qing-sheng, LIU Gan-yong

(School of Information Photoelectric Science and Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** In order to study the problem of calculating phase shifts in the phase-shifting digital holography, the recording and reconstructing principle of phase-shifting off-axis lenless Fourier transform digital holography was analyzed based on the Fresnel diffraction and holographic theory. Then the complex field expression of four-step phase-shifting digital hologram based on arbitrary phase shifts was deduced. A new method was proposed to calculate arbitrary phase shifts by means of phase subtraction. The experimental results show that compared with the conventional method of four-step phase-shifting, it is not necessary to calibrate phase-shifting devices strictly with this method. The zero-order diffraction and the conjugate image are also eliminated effectively and the ratio of signal to noise is similarly improved. Therefore, the method contributes to the reduction of the complicacy of the measure system and the promotion of the development of four-step phase-shifting digital hologram.

**Key words:** holography; digital holography; phase subtracting; phase-shifting technology; Fourier transform

## 引言

数字全息是光学全息、光电成像技术及计算机技术相结合的产物<sup>[1]</sup>, 这种技术利用电荷耦合成像器件 CCD 代替普通全息记录材料记录全息图, 用计算机模拟再现取代光学再现来实现所记录物场的数字再现, 实现了全息图记录、存储、处理和再现全过程的数字化, 给全息技术的发展应用带来了新的方法<sup>[2]</sup>。近年来, 数字全息技术发展迅速, 在变形振动测量<sup>[3]</sup>、信息加密<sup>[4]</sup>、粒子场测量<sup>[5]</sup>、3维识别<sup>[6]</sup>等领域都有着广泛的应用前景。

如何去除0级像与共轭像的干扰, 是数字全息发展需要解决的一个重要问题, 国内外对此进行了大量研究, 指出利用相移技术是解决这一问题的重要手段<sup>[7]</sup>。当前, 相移算法主要有2步算法<sup>[8]</sup>、3步算法<sup>[9]</sup>、4步算法<sup>[10]</sup>及5步算法<sup>[11]</sup>, 其中尤以4步算法运用最为广泛, 而一般文献中多采用的4步相移算法都是以获取相移量分别为 $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$ 的4幅全息图, 进行计算后再现达到去除0级像与共轭像的干扰的目的<sup>[12]</sup>, 这就对相移器的标定提出了较高的要求<sup>[13]</sup>, 使该方法的应用受到较大限制。针对上述问题, 作者在分析相移离轴无透镜傅里叶变换数字全息记录与再现基本原理的前提下, 推导了任意相移量的4步相移数字全息图的光场表达式, 提出了利用相位相减法计算任意全息图相移量的新方法, 并通过实验证明, 采用本文中提出的办法, 能在不需要对相移器标定的情况下, 有效地消除数字全息再现光场中的0级衍射和共轭像, 提高再现像的信噪比, 使传统的定值4

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60747001; 60877070)

作者简介: 余清婷(1985-), 女, 硕士研究生, 现主要从事数字全息与相位测量的研究。

\* 通讯联系人。E-mail: xiaoxulv48@sina.com

收稿日期: 2008-06-03; 收到修改稿日期: 2008-09-03

步相移法能够适用于任意相移量的 4 步相移数字全息,扩展了应用范围,同时也降低了测量系统的复杂性。

### 1 相移离轴无透镜傅里叶变换数字全息的记录和再现

记录光路如图 1 所示,  $x_0-y_0$  平面为物平面,  $x-y$  平

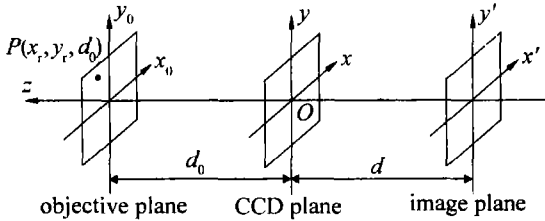


Fig. 1 Coordinate systems for phase-shifting off-axis lensless Fourier transform digital holography

面为全息图平面,  $x'-y'$  平面为像平面,  $z$  轴过 3 平面中心,  $P(x_r, y_r, d_0)$  是记录参考点源, 记录距离为  $d_0$ , 再现距离为  $d$ 。

设物体在物平面的复振幅透过率函数为  $U(x_0, y_0)$ ,  $U(x_0, y_0)$  经菲涅耳衍射后, 传播  $d_0$  距离到达 CCD 平面上的复振幅分布  $O(x, y)$  为<sup>[14]</sup>:

$$O(x, y) = \frac{\exp(jkd_0)}{j\lambda d_0} \iint U(x_0, y_0) \times \exp\left\{\frac{jk}{2d_0}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\right\} dx_0 dy_0 \quad (1)$$

式中,  $k$  为波数,  $\lambda$  表示波长。设参考光在 CCD 平面上的复振幅分布为  $R(x, y) \exp(i\phi)$ ,  $\phi$  为参考光中引入的相移量, 物光和参考光在 CCD 光敏面上相干, 其光强分布可表示为<sup>[15]</sup>:

$$I(x, y) = |O(x, y) + R(x, y) \exp(i\phi)|^2 = |O(x, y)|^2 + |R(x, y)|^2 + OR^* \exp(-i\phi) + O^* R \exp(i\phi) \quad (2)$$

数字再现时, 假设模拟再现光点位于  $x_0-y_0$  面的原点处, 其复振幅为 1, 则数字全息图上的再现光分布为:

$$C(x, y) = \exp\left[\frac{jk}{2d_0}(x^2 + y^2)\right], \text{ 相应数字全息图后 } d \text{ 处 } x'-y' \text{ 面上的数字再现光场分布为}^{[12]}:$$

$$A(x', y') = \frac{\exp(jkd)}{jkd} \iint I(x, y) \exp\left[\frac{jk}{2d_0}(x^2 + y^2)\right] \times \exp\left\{\frac{jk}{2d_0}[(x'-x)^2 + (y'-y)^2]\right\} dx dy \quad (3)$$

如果  $d$  的数值与  $d_0$  相同, 且以数字全息图记录面  $x-y$  为参考平面, 则有  $d = -d_0$ , (3) 式变为:

$$A(x', y') = \frac{j \exp(-jkd)}{kd_0} \exp\left[-\frac{jk}{2d_0}(x'^2 + y'^2)\right] \times \iint I(x, y) \exp\left\{j2\pi\left[\frac{x}{\lambda d_0}x' + \frac{y}{\lambda d_0}y'\right]\right\} dx dy \quad (4)$$

由(4)式可知, 在不考虑常数影响的条件下, 可以看出, 在上述条件下, 傅里叶变换数字全息图的数字再现可以通过直接对所记录的全息图进行傅里叶逆变换实现。

### 2 任意相移量的 4 步相移算法

传统的 4 步相移算法是以获取相移量分别为  $0, \pi/2, \pi, 3\pi/2$  的 4 幅全息图进行计算后再现达到去除 0 级像与共轭像的干扰的目的, 从传统的 4 步相移算法出发, 推导了基于任意相移量的 4 步相移算法, 其过程如下: 首先利用相移设备分别对参考光引入 4 次不同的相移值  $0, \phi_1, \phi_2, \phi_3$  并记录相应产生的全息图的光场  $I_1(x, y), I_2(x, y), I_3(x, y), I_4(x, y)$ , 分别记为:

$$\begin{cases} I_1(x, y) = |O(x, y)|^2 + |R(x, y)|^2 + OR^* + O^* R \\ I_2(x, y) = |O(x, y)|^2 + |R(x, y)|^2 + OR^* \exp(-i\phi_1) + O^* R \exp(i\phi_1) \\ I_3(x, y) = |O(x, y)|^2 + |R(x, y)|^2 + OR^* \exp(-i\phi_2) + O^* R \exp(i\phi_2) \\ I_4(x, y) = |O(x, y)|^2 + |R(x, y)|^2 + OR^* \exp(-i\phi_3) + O^* R \exp(i\phi_3) \end{cases} \quad (5)$$

将以上 4 式联立求解, 即可求出 CCD 平面上物光复振幅  $O(x, y)$  的分布为:

$$O(x, y) = \left[ \frac{I_1 - I_2}{1 - \exp(i\phi_1)} - \frac{I_3 - I_4}{\exp(i\phi_2) - \exp(i\phi_3)} \right] \left\{ \frac{R^* [1 - \exp(-i\phi_1)]}{1 - \exp(i\phi_1)} - \frac{R^* [\exp(-i\phi_2) - \exp(-i\phi_3)]}{\exp(i\phi_2) - \exp(i\phi_3)} \right\} \quad (6)$$

(6) 式即为任意相移量的 4 步相移数字全息图的光场表达式, 由此可见, 利用 4 幅相位依次相差  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  的数字全息图的叠加, 可以再现出与原物光场完全相同的复振幅信息, 其 0 级像和共轭像已经被消除。

### 3 相位相减法求相移量

由以上分析可知, 采用任意相移量的 4 步相移算法同样可以达到去除 0 级像与共轭像的干扰的目的, 为准确计算出每幅相移全息图的相移量, 提出了一种基于相位相减的算法用于解决上述问题。

由全息理论可知<sup>[16]</sup>, 在离轴无透镜傅里叶变换数字全息中, 欲使原始像、0 级衍射像和共轭像彼此分离, 必须使物体和参考光源之间有一定的距离。假设参考点源与物体中心的距离为  $b$ , 物体宽度为  $L_0$ , 那么要满足分离条件, 必须有  $b \geq \frac{3}{2}L_0$ 。由于离轴无透镜傅里叶变换数字全息需同时满足采样与分离条件的要求,

因此,它对 CCD 的空间分辨率提出了较高的要求。为降低对采样的要求,应尽可能地减小  $b$ ,当  $b$  接近 0 时,可认为是准同轴情况,这样系统对采样的要求就被降低了,虽然此时两个数字再现像将与 0 级再现光场产生重叠,但仍然可以从原始像上找到没有与 0 级衍射和共轭像重叠的区域,见图 2(矩形框内的部分)。这时只需在

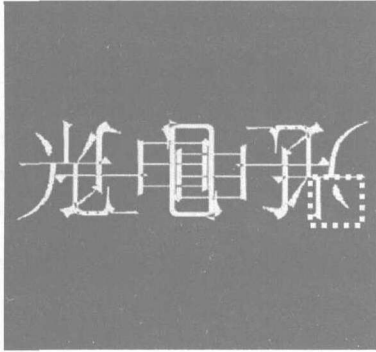


Fig. 2 Region of the original complex fields which is reconstructed without being smeared by the zero-order diffraction and the conjugate image

每幅相移全息图的再现像中取出相同的矩形框内部分按照公式  $\phi = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[A_i'(x, y)]}{\text{Re}[A_i'(x, y)]} \right\}$  求出相位,然后分别与第 1 幅相移全息图的相位相减,即可求出相移量  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$ ,即:

$$\begin{cases} \phi_1 = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[A_2'(x', y')]}{\text{Re}[A_2'(x', y')]} \right\} - \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[A_1'(x', y')]}{\text{Re}[A_1'(x', y')]} \right\} \\ \phi_2 = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[A_3'(x', y')]}{\text{Re}[A_3'(x', y')]} \right\} - \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[A_1'(x', y')]}{\text{Re}[A_1'(x', y')]} \right\} \\ \phi_3 = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[A_4'(x', y')]}{\text{Re}[A_4'(x', y')]} \right\} - \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[A_1'(x', y')]}{\text{Re}[A_1'(x', y')]} \right\} \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $A_1'(x', y'), A_2'(x', y'), A_3'(x', y'), A_4'(x', y')$  分别表示 4 幅相移全息图再现像的矩形框内的部分。这就是利用相位相减法求任意相移量的基本原理,与传统的傅里叶变换法<sup>[17]</sup>求相移量相比,由于减少了滤波频移等过程,这就减少了计算量,使该算法的实现变得更加简单。由于在 MATLAB 程序里,选取的矩形框实际上是一个矩阵,那么由(7)式求得的相移量  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  在 MATLAB 程序里也是矩阵,为了减小误差,通常取矩阵的平均值  $\bar{\phi}_1, \bar{\phi}_2, \bar{\phi}_3$ ,然后代入(6)式,再根据(4)式进行再现,就可以有效去除 0 级衍射和共轭像,得到所要的原始像。

#### 4 实验及实验结果分析

实验光路见图 3,其中准直后的 He-Ne 激光经分束镜 (beam splitter, BS)  $BS_1$  后分为两束,一束作为参考光,经反射镜  $M_2$  反射和透镜 L 会聚后,通过分束镜  $BS_2$  反

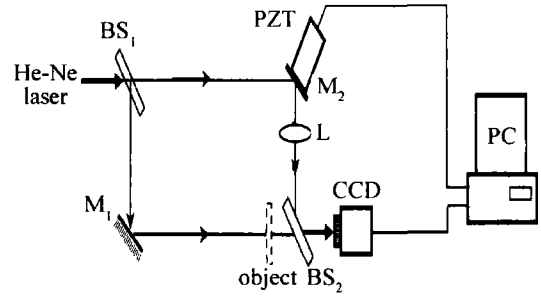


Fig. 3 Experimental configuration for phase-shifting off-axis lenless Fourier transform digital holography

射到 CCD 上,其中相移是通过控制固定在反射镜  $M_2$  上的压电陶瓷 (piezoelectric ceramic, PZT) 来实现的;另一束经反射镜  $M_1$  反射后透过物体,通过分束镜  $BS_2$  透射形成物光,参考光和物光在 CCD 光敏面上干涉形成全息图。透镜 L 除了用于形成球面波外,还可调节会聚点至 CCD 的距离  $d_0$  和会聚点的位置,使其与物体到 CCD 的距离相等并与物光场的中心接近重合。记录对象是一个在黑色硬纸片上刻下的“ $\pi$ ”字,尺寸约为  $5\text{mm} \times 5\text{mm}$ 。实验中物体与 CCD 的距离  $d_0 = 300\text{mm}$ ,用于实验记录数字全息图的 CCD 是卸去镜头的 MTV-1802CB 摄像头,像素数为  $512 \text{ 像素} \times 512 \text{ 像素}$ ,像素尺寸为  $0.010\text{mm} \times 0.0108\text{mm}$ 。

依照图 3 调整好光路后,驱动压电陶瓷,利用 CCD 采集图像,整个过程共采集 200 幅相移数字全息图。任意选取其中的第 1 幅、第 18 幅、第 33 幅和第 49 幅全息图进行处理,所得结果如图 4 所示。其中图 4a

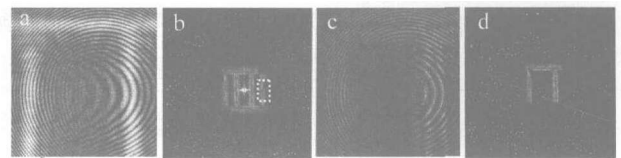


Fig. 4 Experimental results

a—single digital hologram b—the reconstructed image of a single digital hologram c—four-steps phase-shifting digital hologram with arbitrary phase shifts d—the reconstructed image of a phase-shifting digital hologram

是第 1 幅数字全息图,图 4b 是由图 4a 得到的再现像,根据(7)式选取图 4b 所示矩形框内部分计算出相位,然后选取第 18 幅全息图再现像中同样的矩形框内部分计算出相位,两相位相减,得到 1 个矩阵  $\phi_1$ ,再求这个矩阵的平均值,即可得第 18 幅全息图相对于第 1 幅全息图的相移量  $\bar{\phi}_1 = 0.2974\text{rad}$ ,以此类推,得到  $\bar{\phi}_2, \bar{\phi}_3$  分别为  $0.8462\text{rad}, 1.4580\text{rad}$ 。将 4 幅相移离轴无透镜傅里叶变换全息图及  $\bar{\phi}_1, \bar{\phi}_2, \bar{\phi}_3$  的值代入(6)式中,得到任意相移量的 4 步相移数字全息图(如图 4c 所示),然后在 MATLAB 程序里根据(4)式对其进行再现(用  $O(x, y)$  取代(4)式的  $I(x, y)$ ),即对(6)式进行傅里叶逆变换。再现结果如图 4d 所示。比较图 4b 和图

4d可以看出,利用提出的方法可以有效地消除数字全息再现光场中的0级衍射和共轭像,提高再现像的信噪比。由于计算时选取的全息图是任意的,即使不对压电陶瓷进行标定,也可通过计算相移量,然后再现达到去除干扰的目的,与传统的4步相移算法相比,省略了标定相移器这一复杂过程,使该算法能更好的应用于实际,扩展了相移技术的应用范围。

## 5 结论

在理论分析的基础上,推导了基于任意相移量的4步相移数字全息图的光场表达式,提出了一种利用相位相减计算任意相移量的新方法。实验结果表明,采用本文中提出的办法,即使在不标定相移器的情况下,通过相位相减法计算任意相移量,再现后也能有效地消除数字全息再现光场中的0级衍射和共轭像,提高再现像的信噪比,与传统的4步相移算法相比,应用范围更广泛,同时测量系统也更简单。

### 参考文献

- [1] GOODMAN J W, LAWRENCE R W. Digital image formulation from electronically detected hologram [J]. A P L, 1967, 11(3): 77-79.
- [2] WANG H Y, WANG D Y, XIE J J, *et al.* Study of the reconstructing methods of the digital off-axis lens-less Fourier transform hologram [J]. Laser Technology, 2007, 31(3): 288-290 (in Chinese).
- [3] DEMOLI N, DEMOLI I. Measuring surface vibrations of musical instruments using an inexpensive digital holography device [J]. Opt Engng, 2005, 44(9): 090502/1-090502/3.
- [4] LAI S C, NEIFELD M A. Digital wavefront reconstruction and its application to image encryption [J]. Opt Commun, 2000, 178(6): 283-289.
- [5] KREIS T, ADAMS M, JUPTNER W. Digital in-line holography in particle measurement [J]. SPIE, 1999, 3744: 54-64.
- [6] KIM D, JAVIDI B. 3-D object recognition using single exposure on-line digital holography [J]. SPIE, 2006, 6027: 1-7.
- [7] YAMAGUCHI I, KATO J I, OHTA S, *et al.* Image formation in phase-shifting digital holography [J]. Proc SPIE, 2000, 4101: 330-338.
- [8] YANY F J, HE X Y. Two-step phase-shifting fringe projection profilometry: intensity derivative approach [J]. Appl Opt, 2007, 46(29): 7172-7178.
- [9] HUANG P S, ZHANG S. Fast three-step phase-shifting algorithm [J]. Appl Opt, 2006, 45(21): 5086-5091.
- [10] WANG H J, WANG Zh, ZHAO H, *et al.* Research on effects of phase error in phase-shifting interferometer [J]. SPIE, 2007, 6723: 1-6.
- [11] QIAN K, WU X P. Theoretical analysis of stoilov algorithm in phase shifting interferometry [J]. Optical Technique, 2001, 27(1): 13-16 (in Chinese).
- [12] LÜ X X, ZHANG Y M, ZHONG L Y, *et al.* Analysis and experiment of phase-shifting coaxial lensless Fourier digital holography [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(11): 1511-1515 (in Chinese).
- [13] LUO Y L, LÜ X X, ZHU X, *et al.* Real-time high accuracy phase-shifting calibrating method based on one-dimensional spatial digital correlation [J]. Journal of Chinese Lasers, 2005, 32(8): 1117-1122 (in Chinese).
- [14] ZHONG L Y, ZHANG Y M, LÜ X X, *et al.* Some quantitative analysis about digital holographic reconstructed image [J]. Journal of Chinese Lasers, 2004, 31(5): 570-574 (in Chinese).
- [15] YUAN C J, ZHONG L Y, WANG Y P, *et al.* The analysis of off-axis digital holographic recording conditions [J]. Laser Technology, 2004, 28(5): 482-484 (in Chinese).
- [16] YU M W. Optical holography and its application [M]. Beijing: Beijing University of Science and Technology Press, 1996: 74-84 (in Chinese).
- [17] KREIS T. Digital holographic interference-phase measurement using the Fourier-transform method [J]. J O S A, 1986, A3(6): 847-855.
- [18] XU G W, OUYANG Zh B. A new double-wavelength photonic crystal resonator [J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(3): 429-433 (in Chinese).
- [19] LI J S, ZHOU L, CHAN C T, *et al.* Photonic band gap from a stack of positive and negative index materials [J]. Phys Rev Lett, 2003, 90(8): 083901-083904.
- [10] JIANG H T, CHEN H, LI H Q, *et al.* Omnidirectional gap and defect mode of one-dimensional photonic crystals containing negative-index materials [J]. A P L, 2003, 83(26): 5386-5388.
- [11] DONG J W, CHEN Y H, WANG H Zh. Dispersion and localization of defect state in one-dimensional photonic crystal consisting of metamaterials [J]. Acta Physica Sinica, 2007, 56(1): 268-273 (in Chinese).
- [12] SHI Zh H, GENG J G, YAN K Zh. Defect mode of one-dimensional photonic crystals containing negative refraction materials [J]. Acta Sinica Quantum Optica, 2007, 13(2): 129-133 (in Chinese).
- [13] WANG H, LI Y P. An eigen matrix method for obtaining the band structure of photonic crystals [J]. Acta Physica Sinica, 2001, 50(11): 2172-2178 (in Chinese).
- [5] ic crystal [J]. Laser Technology, 2006, 30(5): 462-464 (in Chinese).

(上接第405页)

### 参考文献

- [1] YABLONVICHE E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(20): 2059-2061.
- [2] JOHN S. Strong localization of photons in certain disordered dielectric super lattices [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(23): 2486-2489.
- [3] QI J X, WEN Sh Ch. Research of optical properties of one-dimension photonic crystals constructed by positive-negative refractive materials [J]. Laser Technology, 2006, 30(5): 504-506 (in Chinese).
- [4] JIN Y, HUANG Zh Y, CHEN X F, *et al.* Study on polarization properties of the photonic crystal defect mode [J]. Laser Technology, 2007, 31(3): 277-280 (in Chinese).
- [5] TANG B Sh, SHEN T G. Study on transmission property of two-dimension doped photonic crystals with triangular lattices [J]. Laser Technology, 2006, 30(5): 526-528 (in Chinese).
- [6] YUAN Z H, LU X D, HUANG J. Theoretical study of reflective phase compensator made of photonic crystal [J]. Laser Technology, 2006, 30(5): 476-478 (in Chinese).
- [7] WANG Y H, TANG L, NI Zh W, *et al.* The defect mode and bistability in the nonlinear Bragg microcavity composed of one-dimension photon-