

文章编号: 1001-3806(2009)02-0217-04

改进算法研究 1064nm 激光大气 Mie 散射特性

肖永亮¹, 赵晓军¹, 周昕^{1*}, 刘强¹, 伍波², 杨泽后², 周鼎富²

(1. 四川大学 电子信息学院, 成都 610064; 2. 西南技术物理研究所, 成都 610041)

摘要: 为了研究 1064nm 激光大气气溶胶粒子的散射特性, 利用 Mie 散射累积相乘算法, 对函数迭代式进行简化, 减少存储数组, 对无穷迭代进行有效截断, 减少迭代次数。通过模拟得到单分系和多分系的散射分布特征, 得出散射强度主要集中在前向小角度散射的结论, 并讨论了散射光的偏振特性, 得出散射光存在完全偏振光的结论。结果表明, 改进算法具有收敛速度快、精度高的优点。

关键词: 散射; Mie 散射; 激光大气通信; 气溶胶; 散射分布

中图分类号: O436.2 **文献标识码:** A

Investigation of 1064nm laser scattering characteristic in atmosphere by means of improved Mie algorithm

XIAO Yong-liang¹, ZHAO Xiao-jun¹, ZHOU xin¹, LIU Qiang¹, WU Bo², YANG Ze-hou², ZHOU Ding-fu²

(1. School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu 610064, China; 2. Southwest Institute of Technical Physics, Chengdu 610041, China)

Abstract: To study the scattering characteristic of 1064nm laser in low latitude, improved Mie scattering algorithm was put forward, in which the iterative function was simplified to reduce the storage array, and the endless circulation was truncated to reduce the number of circulation. From the simulation, the distribution of single and bulk scattering was obtained and it was found that the scattering distribution was focused in forward scattering at a small angle, and that the scattered laser might be absolute polarized light. The results show that the new method embodies the advantage of fast convergence and high precision.

Key words: scattering; Mie scattering; laser atmosphere communication; aerosol; scattering distribution

引言

在对流层以下, 大气底层约 10km 高度, 大气中存在许多较大颗粒的气溶胶粒子, 其大小约 0.1 μm ~ 15.0 μm 左右。当波长 1064nm 的激光在大气底层传输时与气溶胶粒子发生碰撞, 产生散射, 散射分布不再满足瑞利散射分布, 而满足 Mie 散射分布, Mie 散射模型已经广泛应用于分析气溶胶粒子和大气参数的测试。关于 Mie 散射算法的研究, 由 YANG^[1] 推导的迭代式对于小尺度函数是发散的, 现在一般采用 LENTZ^[2] 提出的 Bessel 函数连带分数形式, 或者是 WANG^[3] 的提升算法。作者利用累计相乘的方法研究大气气溶胶粒子的散射特性, 具有收敛快、精度高的优点。1064nm 激光大气气溶胶粒子散射特性的研究对于激光大气散射通信有一定的指导意义^[4-6]。

作者简介: 肖永亮 (1982-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为激光与光通信。

* 通讯联系人。E-mail: zhoxn@21cn.com

收稿日期: 2008-01-07; 收到修改稿日期: 2008-05-30

1 Mie 散射理论

MIE 通过电磁波的麦克斯韦方程得出了一个光散射的严格解, 这个模型是基于单球形粒子散射而言的。根据 Mie 理论, 可以得到气溶胶粒子的散射光强 I_s , 消光系数 Q_e 和散射系数 Q_s ^[2]:

$$I_s = \frac{\lambda^2 I_0 [|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2]}{8\pi^2 L^2} \quad (1)$$

$$Q_e = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) \text{Re}(a_n + b_n) \quad (2)$$

$$Q_s = \frac{2}{x^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (3)$$

式中, L 为观测点到散射粒子球心的距离, λ 为入射光波长, θ 为散射角。 $S_1(\theta)$, $S_2(\theta)$ 为幅值函数, a_n , b_n 为 Mie 系数, 散射角函数 $\pi_n(\cos\theta)$, $\tau_n(\cos\theta)$ 的计算如下:

$$\begin{cases} S_1(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos\theta) + b_n \tau_n(\cos\theta)] \\ S_2(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \tau_n(\cos\theta) + b_n \pi_n(\cos\theta)] \end{cases}$$

(4)

$$\begin{cases} a_n = \frac{\psi_n(x)\psi'_n(mx) - m\psi'_n(x)\psi_n(mx)}{\xi_n(x)\psi'_n(mx) - m\xi'_n(x)\psi_n(mx)} \\ b_n = \frac{m\psi_n(x)\psi'_n(mx) - \psi'_n(x)\psi_n(mx)}{m\xi_n(x)\psi'_n(mx) - \xi'_n(x)\psi_n(mx)} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \pi_n(\cos\theta) = P'_n(\cos\theta)/\sin\theta \\ \tau_n(\cos\theta) = \frac{d}{d\theta}P'_n(\cos\theta) \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\psi_n(x) = xJ_n(x)$, $\xi_n(x) = x[J_n(x) + in_n(x)]$, 其中 $J_n(x)$, $n_n(x)$ 分别是第 1、第 2 类球贝塞尔函数, $P'_n(\cos\theta)$ 是 1 阶 n 次缔合勒让德函数, 尺度函数 $x = \frac{2\pi r}{\lambda}$, m 是粒子相对于周围环境的复折射率。

2 Mie 散射改进算法

由第 1 节中 Mie 理论可以知道, a_n 和 b_n 的计算是算法的核心部分。对于计算方法, 根据不同的尺度范围和精度要求, 研究人员提出了很多方法。作者根据贝塞尔函数的迭代形式, 提出了累计相乘算法。具体方法如下: 根据 ψ_n 和 n_n 均满足的迭代方程^[7]:

$$\begin{cases} F_{n-1}(z) + F_{n+1}(z) = (2n+1)F_n(z)/z \\ F_{n-1}'(z) = -F_n(z)/z + F_{n-1}(z) \end{cases} \quad (7)$$

F 均可代表 ψ_n 和 n_n , 可以根据 (6) 式迭代关系简化 ψ_n 和 n_n 的迭代关系:

$$\begin{cases} p_n(z) = \psi_n(z)/\psi_{n-1}(z) = 1/[(2n+1)/z - p_{n+1}(z)] \\ q_n(x) = n_n(x)/n_{n-1}(x) = (2n-1)/x - 1/q_{n-1}(x) \end{cases} \quad (8)$$

尽管上式在数学上的意义相同, 但是不同的写法用来强调不同的迭代方向。 p_n 是采用后向迭代来获得数组, 且 z 可以是实数, 也可以是复数, q_n 是采用前向迭代获得数组, 其中的变量 x 是实数。为了减少计算中需要存储的数组, 将 Mie 系数 (5) 式中的导数项简化, 引入辅助参量 A_n 和 B_n :

$$\begin{cases} A_n(z) = \psi'(z)/\psi(z) = -n/z + 1/p_n(z) \\ B_n(z) = n'(z)/n(z) = -n/z + 1/q_n(z) \end{cases} \quad (9)$$

所以, Mie 系数 a_n 和 b_n 可以写成利于计算的形式, (5) 式可以用 (9) 式来表示如下:

$$\begin{cases} a_n = 1/\{1 + in_n(x)[A_n(mx) - mB_n(x)]/ \\ \quad \{\psi_n(x)[A_n(mx) - mA_n(x)]\}\} \\ b_n = 1/\{1 + in_n(x)[mA_n(mx) - B_n(x)]/ \\ \quad \{\psi_n(x)[mA_n(mx) - A_n(x)]\}\} \end{cases} \quad (10)$$

式中, $\psi_n(x) = \psi_1(x) \prod_{i=2}^n p_i(x)$, $n_n(x) = n_1(x) \times \prod_{i=2}^n q_i(x)$ 。

因此, 所有 Mie 系数 $\{a_n, b_n\}$ 的计算可以归结为简

单的分数组 $p_n(z)$, $A_n(z)$, $q_n(z)$ 和 $B_n(z)$ 的计算。在进行实际模拟过程中, 对初始值的选择和迭代次数的控制决定着算法的精度和收敛速度。作者选择的初始值^[2] $p_{N+1} = z/(2N+3)$; $q_1(x) = 1/x + \tan(x)$; $\psi_1(x) = \sin(x)/x - \cos(x)$; $n_1(x) = \cos(x)/x + \sin(x)$ 幅值函数求和迭代次数的控制以 $(|a_n|^2 + |b_n|^2)/(|a_1|^2 + |b_1|^2) \leq 10^{-14}$ 为判据, 在实际运算中, 一般取 $n_{max} = x + 4x^{1/3} + 2$ 为迭代截止次数^[2]。对于波长 1064nm 的激光, 取气溶胶粒子半径 $r = 10\mu\text{m}$, 那么, 尺度函数 $x = 59$, 复折射率取 $m = 1.56 - 0.089i$, $n_{max} = 76$, 消光系数 Q_e 和散射系数 Q_s 随迭代次数的变化趋势如图 1 所示。很显然, 随着迭代次数的增加, 消光系数和散射系数趋近于常数, 那么, 可以使迭代在 n_{max} 截断停止, 所得结果与理想结果误差很小。从计算精度上与 WANG 和 LENTZ 的算法进行比较, 如表 1 所示, 结果与其它算法几乎一致。从计算时间上看, 取 $m = 1.33 - 0.1i$, 累积相乘法具有一定的优势, 这主要是由于计算方程的简化和迭代次数的减少, 如表 2 所示。

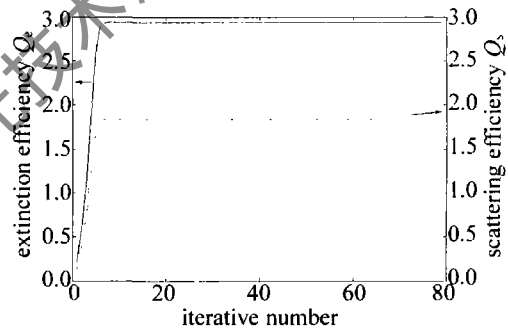


Fig. 1 Extinction and scattering efficiency varying with iterative number

Table 1 Comparison of the numerical data for Mie algorithm

$x = 100;$ $m = 1.50 - i0.1$	LENTZ ^[2]	WANG ^[5]	our results
Q_e	2.089822	2.089825	2.089823
Q_s	0.957788	0.957678	0.957685

Table 2 Comparison of the compute time for different Mie algorithm

size parameter	LENTZ ^[2]	WANG ^[5]	our results
	t/ms	t/ms	t/ms
500	351	31	23
5000	5911	62	51

对于 π_n 和 τ_n 的计算, 采用国际公认的由 WISCOMBE^[8] 提出的迭代关系 $\tau_n = nt - \pi_{n-1}(\mu)$, $\pi_{n+1}(\mu) = s + (n+1)t/n$, 其中 $s = \mu\pi_n(\mu)$, $t = s - \pi_{n-1}(\mu)$, $\mu = \cos(\theta)$, 初始值取 $\pi_1 = 1$, $\pi_2 = 3\mu$, $\tau_1 = \mu$, 迭代到 n_{max} 时停止。

对于 $|S_1(\theta)|^2$ 和 $|S_2(\theta)|^2$, 利用数组 (a_n, b_n) 和 (π_n, τ_n) , 结合方程 (4) 就可以分别得到与散射面平行

和垂直的幅值函数。取散射角为 10° ， $|S_1(\theta)|^2$ 和 $|S_2(\theta)|^2$ 随迭代次数的变化关系如图 2 所示，随着迭代次数的增加，幅值函数会趋向于常数，以 $\frac{|a_n|^2 + |b_n|^2}{|a_1|^2 + |b_1|^2} \leq 10^{-14}$ 为判据进行截断，减少迭代次数，节省计算时间。

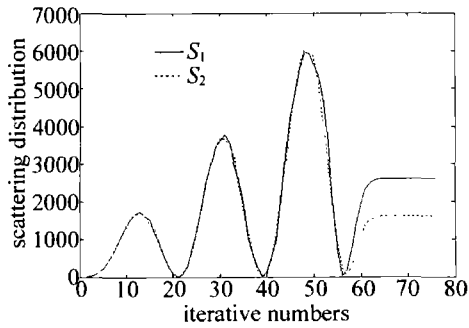


Fig. 2 Scattering distribution varying with iterative numbers

3 1064nm 激光大气散射特性

3.1 单分系散射相函数分布

对于单分散系，即均匀大小的粒子系，其散射相函数可以根据(4)式得到^[7]：

$$P(\theta, \lambda) = \frac{2(|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2)}{Q_s x^2} \quad (11)$$

为了解单分系粒子对 1064nm 激光的散射情况，粒子半径分别为 $1\mu\text{m}$ 、 $8\mu\text{m}$ 、 $12\mu\text{m}$ 时，其散射相函数分布如图 3 所示。随着气溶胶粒子半径的增加，前向散射对应的散射角越来越小。实际上对于不同的粒子半径，其强度峰值也有很大的差别。在 Mie 散射范围内，随着气溶胶粒子半径的增加，其散射强度越来越集中在小角度范围内，且强度增加。

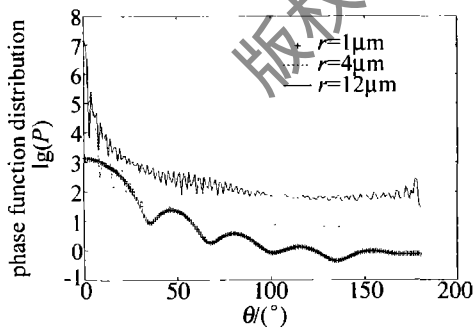


Fig. 3 Phase function distribution of single particle

3.2 多分系散射分布

实际上，大气气溶胶粒子并不是均匀大小的，其尺度分布极广，因而在考虑散射分布时应该考虑粒子群散射的总体效果，多分系散射分布可以用体散射系数 $\beta(\theta)$ 来表征：

$$\beta(\theta) = \frac{\lambda^2}{8\pi^2} \int_{r_1}^{r_2} n(r) (|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2) dr,$$

$$n(r) = \frac{N}{2(2\pi)^{1/2}} (r \ln \sigma)^{-1} \exp \left\{ - \left[\frac{\ln(r/r_g)}{2 \ln \sigma} \right]^2 \right\} \quad (12)$$

式中， $n(r)$ 是粒子尺度分布函数，取最接近实际大气状态的对数正态谱。 σ 为标准差，取 $\sigma = 3.0$ ，粒子半径分布在 $0.1\mu\text{m} \sim 15.0\mu\text{m}$ ， r_g 是粒子几何平均半径，取 $r_g = 7\mu\text{m}$ 。图 4 中给出了乡村霾的气溶胶尺度分布函数。图 5 是体散射系数分布情况。从图可以看出，

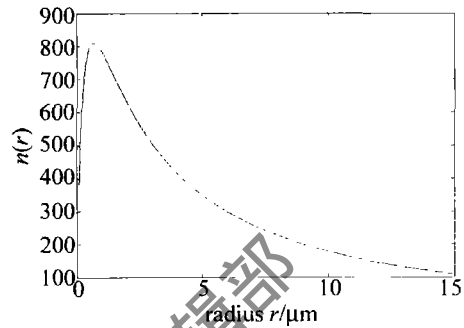


Fig. 4 Aerosol distribution

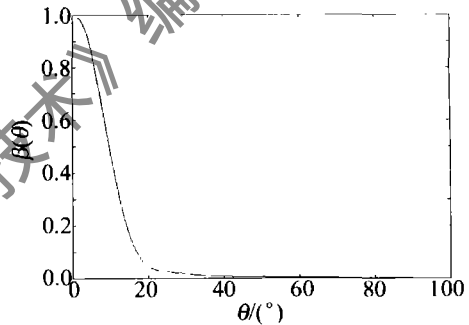


Fig. 5 Bulk scattering coefficient

多分系散射光强也是集中在前向，且随着散射角的增加而迅速递减。与单分系相比，散射光强主要集中在散射角为 20° 以内，这是不同半径的气溶胶粒子散射效果的总体体现，在实际应用中，一般采用多分系，这样更加接近实际大气状况。

3.3 偏振特性

为全面了解散射光的特性，对单分系粒子散射光的偏振特性进行研究。引用偏振度的概念 $P = \frac{|S_1(\theta)|^2 - |S_2(\theta)|^2}{|S_1(\theta)|^2 + |S_2(\theta)|^2}$ ，偏振度也是散射角的函数，采用 1064nm 激光大气 Mie 散射参量，图 6 显示了粒子

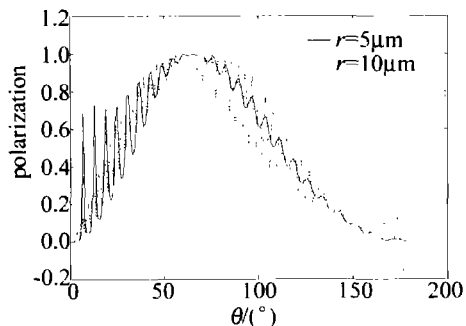


Fig. 6 Polarization varying with scattering angle

半径分别为 $5\mu\text{m}$, $10\mu\text{m}$ 时偏振度随散射角的变化关系。粒子半径对偏振度的影响很大。对同一气溶胶粒子半径来说,起初,其偏振度随散射角度的增加呈振荡加强的趋势,并且在散射角大约为 $60^\circ \sim 70^\circ$ 间存在 $P \approx 1$,也就是说存在完全偏振光,然后随角度增加而振荡下降,且振荡程度与上升阶段相比减弱。

4 小 结

采用累计相乘算法模拟了单球形粒子 Mie 散射,并同其它算法进行比较,具有精度高,收敛快的优点。对激光大气通信中常用的 1064nm 激光在低层大气中的散射特性进行了研究,得出气溶胶粒子分布主要集中在前向散射小角度的结论,可以将这种散射应用到激光大气散射通信中,并且结合模拟图像,研究了其偏振特性。对于粒子多次散射的范畴,则需要采用蒙特卡罗多次散射模型进行研究^[9-10]。

参 考 文 献

[1] YANG Y, ZHANG Z X, JIANG D Z. Numerical calculation of Mie scattering [J]. Journal of Applied Optics, 1997, 18(4): 17-19 (in Chinese).

[2] LENTZ W J. Generating Bessel functions in Mie scattering calculation using continued fractions [J]. Appl Opt, 1976, 15(3): 668-671.

[3] WANG X D, WU J. Improved algorithm for Mie scattering coefficient [J]. Opto-electronic Engineering, 2006, 33(3): 24-27 (in Chinese).

[4] SHAW G A, NISCHAN M. Short-range NLOS ultraviolet communication test bed and measurement [J]. SPIE, 2001, 4396: 31-40.

[5] SHAW G A, SIEGEL A M, MODEL J, et al. Recent progress in short-range ultraviolet communication [J]. SPIE, 2005, 5796: 214-225.

[6] CHENG Y B, SUN X Q, ZHANG M H, et al. Analysis of the signal detection of laser scattering in the air [J]. Laser Technology, 2006, 30(3): 276-230 (in Chinese).

[7] YUAN Y J, REN D M, HU X Y. Computing scattering phase function by recursive formula of Mie theory [J]. Chinese Journal of Light Scattering, 2006, 17(4): 366-369 (in Chinese).

[8] WISCOMBE W J. Improved Mie scattering algorithms [J]. Appl Opt, 1980, 19(9): 1505-1509.

[9] JIA H H, CHANG S L, LAN Y, et al. Non-line-of-sight light propagation model based on Monte Carlo method [J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2007, 18(6): 690-697 (in Chinese).

[10] JIA H H, CHANG S L, YANG J K, et al. Monte Carlo simulation of atmospheric transmission characteristics in non-line-of-sight ultraviolet communication [J]. Acta Photonica Sinica, 2007, 36(5): 955-959 (in Chinese).

(上接第 197 页)

缺陷的 2 维光子晶体的传输性质,结果表明,通过改变复合介质柱体的半径大小、折射率大小等,可调节光子晶体波导导带的宽度,从而得到实际应用所需的光子晶体。由于复合介质有较多的可调因素,比如构成柱体的材料类型,如无损介质、金属、甚至是负折射率材料,组成介质的几何尺寸、层数等,因此,实际应用时可根据具体需要调节,这为滤波器和光开关等的制作提供了理论基础。

参 考 文 献

[1] YABLONOVITCH E. Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(20): 2059-2062.

[2] JOHN S. Strong localization of photons in disordered dielectric superlattices [J]. Phys Rev Lett, 1987, 58(20): 2486-2489.

[3] CHEN Ch, LI X Ch, XU K, et al. Photonic crystal waveguide sampled gratings [J]. Opt Commun, 2007, 276(2): 237-241.

[4] LUO Zh M, SUN J Q, LIU J. All-optical switch based on two-dimensional nonlinear photonic crystal waveguide [J]. Semiconductor Optoelectronics, 2006, 27(6): 683-689 (in Chinese).

[5] CHEN X Y, SHUM P, HU J J. Special control of the cutoff frequencies in a 2-D photonic crystal coupled-cavity waveguide [J]. Opt Commun, 2007, 276(1): 93-96.

[6] QIU M, HE S L. A nonorthogonal finite-difference time-domain method for computing the band structure of a two-dimensional photonic crystal with dielectric and metallic inclusions [J]. A P L, 2000, 87(12): 8268-8275.

[7] TANG B Sh, YIN G W, XU J L, et al. Study on the transmission spectra of two-dimension photonic crystals with layered composite medium cylinder [J]. Laser Technology, 2007, 31(2): 127-130 (in Chinese).

[8] QIU M. Effective index method in heterostructure slab waveguide based two-dimensional photonic crystals [J]. A P L, 2002, 81(7): 1163-1165.

[9] HE Y Z, SHI F G. Finite-difference imaginary-distance beam propagation method for modeling of the fundamental mode of photonic crystal fibers [J]. Opt Commun, 2003, 225(1/3): 151-156.

[10] TAFLOVE A. Computational electrodynamics; the finite difference time domain method [M]. 2nd ed. Norwood, USA: Artech House, 2000: 127-156.

[11] GE D B, YAN Y B. Finite-difference time-domain method for electromagnetic waves [M]. Xi'an: Xidian University Press, 2005: 67-76 (in Chinese).