

文章编号: 1001-3806(2009)02-0180-04

非线性 Schrödinger 方程在高速光孤子传输系统中的应用

申彦春, 张银蒲, 戴彦, 姚明林
(唐山学院 信息工程系, 唐山 063000)

摘要: 为了进一步研究高速光孤子脉冲传输系统的特性, 采用分步傅里叶方法对非线性薛定谔方程进行求解。数学分析及计算机仿真表明, 脉冲的传输特性随偏振膜色散参量值的增加而恶化。最后分析了孤子间的相互作用, 并提出了改善光孤子传输系统性能的解决方法。

关键词: 光通信; 高速光纤通信系统; 非线性薛定谔方程; 光孤子; 分步傅里叶方法

中图分类号: TN929.11 **文献标识码:** A

Application of nonlinear Schrödinger equation in high speed optical soliton communication systems

SHEN Yan-chun, ZHANG Yin-pu, DAI Yan, YAO Ming-lin

(Department of Information Engineering, College of Tangshan, Tangshan 063000, China)

Abstract: In order to analyze the property of optical soliton communication system, split-step Fourier method was used to calculate the nonlinear Schrödinger equations. The simulation results showed that the transmission characteristics of pulse became deteriorated as the parameters of polarization mode dispersion increased. At last, the interaction between solitons was analyzed and the measure for improving the optical soliton communication system was proposed.

Key words: optical communication; high speed optical fiber communication system; nonlinear Schrödinger equation; soliton; split-step Fourier method

引言

非线性薛定谔方程 (nonlinear Schrödinger equation, NLSE) 是求解光纤中同时存在非线性和色散情况下光脉冲的演化规律的方程, 是研究光脉冲在光纤中传输的基本方程。通常情况下 NLSE 中的非线性项仅包括自相位调制 (self-phase modulation, SPM) 项, 在多波长系统中还包括交叉相位调制 (cross phase modulation, XPM) 项, 广义的 NLSE 中还应包括光纤中的非弹性受激散射, 主要是受喇曼散射 (stimulated Raman scattering, SRS) 和受激布里渊散射 (stimulated Brillouin scattering, SBS) 对传输的影响。除光孤子解外, 一般来说 NLSE 没有精确的解析解, 必须用数值分析法进行求解。作者以高速光纤通信系统中偏振膜色散 (polarization mode dispersion, PMD) 对光孤子传输的影响为

例, 应用分步傅里叶 (split-step Fourier, SSF) 法对非线性薛定谔方程进行求解。

1 PMD 效应对高速光纤通信系统的影响

PMD 是指单模光纤中的两个正交偏振模之间的差分群时延。产生 PMD 的内因是光纤折射率分布非理想圆对称引起两个相互正交的偏振光传输速度彼此离散, 产生 PMD 的外因是, 光纤制造过程中应力分布不均匀、敷设过程中光缆中光纤受外界拉伸、弯曲、扭转等机械应力和温度变化所引起的光的偏振态的不稳定^[1]。

光孤子是一种光强达到和超过非线性阈值的脉冲, 它的非线性光强导致光纤的折射率产生非线性效应。光孤子的非线性效应可以抵消色散对脉冲的展宽, 但是光纤在传输光信号过程中, 脉冲能量仍存在损耗, 可以使脉冲的光强越传越弱, 在光强低于非线性阈值时, 就变成了线性脉冲, 与普通的光通信没有区别, 光纤色散仍然会展宽脉冲使之变形, 传输的信息就会失真, 为此需要采用光放大器进行能量放大, 使其光强恢复到原来设计的要求。这样光孤子脉冲的非线性效应又可以起作用, 自行缩窄, 以保证光孤子沿光纤周期

基金项目: 唐山市科学技术研究发展计划基金资助项目 (07160203B-7)

作者简介: 申彦春 (1980-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为控制工程和信号处理。

E-mail: cnsyc@126.com

收稿日期: 2008-01-02; 收到修改稿日期: 2008-02-26

性而稳定的传播到数千公里之外。光孤子传输在长距离高速光纤通信系统中有着巨大的潜力,使用高速率的光孤子传输很有可能提高已有的光纤网络性能。与目前投入使用的基于线性光学原理的常规光纤通信系统相比,以非线性光学原理为基础的光孤子通信系统最明显的优点就是其巨大的通信容量^[2]。其传输容量比当今最好的通信系统高出1个~2个数量级,中继距离可达几百公里。它被认为是下一代最有发展前途的传输方式之一。

与此同时,PMD对光孤子通信容量的限制越来越明显,并且成为限制高速率传输系统中的一个重要因素^[3]。据报道,当偏振模色散很小的时候,自俘获效应可以限制光孤子的脉冲分裂。在光孤子自俘获的情况下,两正交偏振的孤子可以以共同群速度运动,尽管它们的模式折射率不同(存在偏振模色散),但仍以相同的群速度运动^[4]。光孤子的自俘获效应的存在是因为交叉相位调制,正是交叉相位调制引起的非线性耦合使得两孤子以相同的群速度传输。孤子被认为在一定程度上具有抵制偏振模色散效应的能力,它能够抑制脉冲的分裂和过度展宽^[2]。利用偏振复用方法可以使孤子系统的容量增加1倍。本文中非线性薛定谔方程为模型,数值模拟了光孤子传输过程中偏振模色散对于孤子传输的影响。分别讨论了单脉冲情况下孤子脉冲的漂移和孤子的自俘获效应对于脉冲的自适应性,及偏振模色散对于孤子间相互作用的影响和色散波所带来的能量损失问题。

2 理论分析与数值模型

PMD与具有确定性的波长色散不同,任意一段光纤的PMD都是一个服从Maxwell分布的随机量^[5],其瞬时值随波长、时间、温度、移动和安装条件的变化而变化^[6-7]。目前,研究PMD主要有3种方法:斯托克斯空间法、琼斯矩阵法和非线性薛定谔方程。光纤通信系统中,承载信号的光波在纤维波导中传播,其频谱将会发生畸变而使传输性能受到影响。影响光纤传输系统性能的3个主要因素就是色散、衰耗和非线性。

对于衰耗,假定完全可由放大器增益和光检测器的灵敏度解决。而对色散也只考虑应用群速色散光纤(group velocity dispersion, GVD),因为只有10Gbit以上的高速系统中才需要考虑PMD的影响。

至于光纤的非线性,为了简化起见,先只考虑SPM,对于单波长系统这就足够了,对于多波长系统,要考虑XPM,但所采用的分析方法类似。而SBS,SRS等非线性效应引起的系统功率损伤,在一定条件下可以忽略^[8]。

光波是一种高频电磁波,它在光波导中传播同样遵循麦克斯韦方程组,而考虑GVD、SPM的光波导不再具有线性本构关系。在光纤通信中,如果考虑慢变包络近似和1阶微扰理论,从麦克斯韦方程组出发,引入非线性本构关系,可以得到光脉冲在非线性和色散光纤中传输的基本方程——非线性薛定谔方程^[3]:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i\alpha}{2} A - \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \gamma |A|^2 A = 0 \quad (1)$$

式中, A 为电场的慢变振幅包络; z 为脉冲在光纤中传输的距离; α 是脉冲在光纤中传输的损耗, β_2 表示2阶群速度色散,和脉冲展宽有关; γ 为非线性克尔系数。由于在实际的光纤传输系统中,可用掺铒光纤放大器来补偿衰耗,所以,可以设方程中 $\alpha=0$,在这种特殊的情况下,方程称作非线性薛定谔方程。非线性薛定谔方程是非线性科学的一个基本方程,并被广泛用于研究孤子。

而忽略光纤损耗,分别沿双折射光纤两主轴传输的两个正交偏振的光脉冲的传输特性可用归一化的耦合非线性薛定谔方程来描述,具体方程如下:

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + i\delta \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \left(|u|^2 + \frac{2}{3} |v|^2 \right) u = 0 \quad (2)$$

$$i \frac{\partial v}{\partial \xi} - i\delta \frac{\partial v}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} + \left(|v|^2 + \frac{2}{3} |u|^2 \right) v = 0 \quad (3)$$

式中, u, v 是沿光纤快慢轴变化的两偏振分量的归一化振幅; ξ 为沿光纤传输的归一化距离; τ 是归一化时间; δ 描述了归一化的两偏振分量间的群速度失配; $\xi = z/L_d, \delta = (\beta_x - \beta_y) t/2 |\beta_2|, \tau = (t - \beta_1 z)/T_0, L_d = T_0^2/|\beta_2|$ 为色散长度; T_0 是入射脉冲的初始宽度; β_x 和 β_y 分别表示 x, y 方向的传输常数:在归一化过程中,假设群速度色散系数 $\beta_{2x} = \beta_{2y} = \beta_2$; β_2 为2阶群速度色散,在工程上一般由色散参量 D 表示,两者的关系为 $D = \frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2, c$ 为光速, λ 为波长, t 为传输时间。在1550nm附近普通光纤的典型值 $\beta_2 = 17 \text{ps}^2/\text{km}, \gamma = 2 \text{W}^{-1} \cdot \text{km}$ 。本文中选取半峰全宽 $T_{\text{FWHM}} = 20 \text{ps}$,脉宽 $T_0 = T_{\text{FWHM}}/1.763$ 。

3 传输模型的数值解

PMD是一种积累效应,为了解决偏振模耦合的随机性,采用多级短光纤节串联模式进行计算。假设长光纤有无数个小光纤节组成,每一光纤具有相同的长度 z_h (h 为步长)和不变的折射率 Δn ,在两小段光纤的结合处,双折射的方向是随机变化的,不受相邻以及其它部分的影响。假设光纤的拍长远小于色散长度和每小段光纤的长度,采用数值模拟方法研究偏振模色散

现象对孤子传输特性的影响,偏振模色散现象的作用表现在双折射轴每经过一段距离就随机旋转一个角度 θ ,同时两偏振分量间产生一个随机相位差 ϕ 。同时在今后的数值模拟中 θ 和 ϕ 是在 $[-\pi, \pi]$ 和 $[-\pi/2, \pi/2]$ 间随机变化。在光纤连接处满足如下关系:

$$\begin{bmatrix} u_{out} \\ v_{out} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \exp(i\phi) \\ -\sin\theta \exp(-i\phi) & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{in} \\ v_{in} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中, u_{in} 和 v_{in} 为入射一侧的两个正交的偏振状态分量, u_{out} 和 v_{out} 为出射一侧的两个正交的偏振状态分量,根据这个模式,偏振模色散参量就满足^[9]:

$$D_p = \sqrt{\frac{8}{3\pi}} \frac{\Delta n}{c} \sqrt{z_h} \quad (5)$$

为了研究 PMD,人们已经建立了非线性薛定谔方程的多种解析和数值解法,解析法包括反散射法、微扰法、变分法等,数值解法包括有限差分法、有限元法、分步傅里叶变换法、傅里叶级数分析法和拟谱法等。非线性色散介质的脉冲传输问题,广泛采用具有较快计算速度的分步傅里叶方法。在分步傅里叶法中,需要谨慎的选择步长 h 和小光纤节 z_h 。分步傅里叶解非线性方程的方法是:假设当传输距离 h 很小时,非线性算子和线性算子是相互独立作用的,即光脉冲在传输 h 距离时,第1步认为线性算子为0,只考虑非线性算子的作用,第2步认为非线性算子为0,只考虑线性算子的单独作用,传输 z_h 后加一随机旋转,在(4)式、图1和图2中说明了这种方法^[10]。

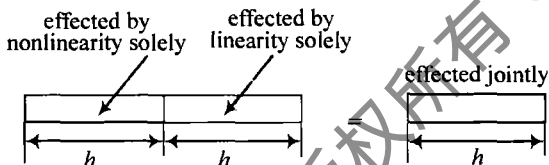


Fig. 1 Diagram of split-step Fourier method

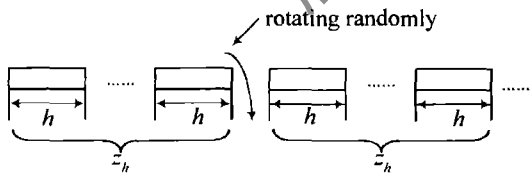


Fig. 2 Simulation model

4 仿真与分析

4.1 不含 PMD 的光孤子传输

光孤子在光纤中的传输应用分步傅里叶方法进行模拟。输入的初始孤子脉冲为:

$$A(0, t) = \sqrt{\frac{9}{8}} \operatorname{sech}(t/T_0) \quad (6)$$

可以得到如图3所示的光孤子的传输演化图,图中各物理量均为归一化单位。由图3可以看到,传输过程

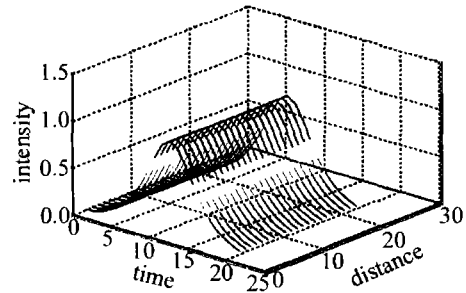


Fig. 3 Soliton propagating without aberrance

中光孤子很好地保持其原始形状。这是由于输入的光孤子脉冲使得光纤的色散效应恰好被光纤的非线性所补偿,脉冲形状及振幅保持不变。

4.2 含有 PMD 的光孤子传输

由于偏振模色散具有沿光纤随机变化的统计特性,所以计算模型中将随机双折射光纤沿长度方向分成许多长度相等的光纤段,每段的双折射的强度相同,即每一段的归一化时间延迟相同^[4]。通过计算机模拟可以得到如图4所示的含有 PMD 的光孤子的演化图。

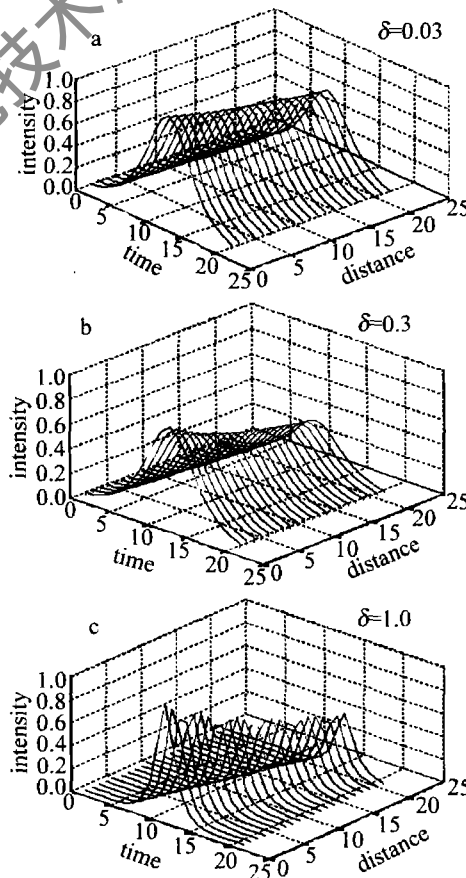


Fig. 4 Solitons propagating with PMD

由图4可以看出,在光孤子的归一化的两偏振分量间的群速度失配较小的情况下,即 δ 值较小的时候,光孤子的两个偏振分量能够以相近的群速度运动。光孤子脉冲的宽度没有明显变化,光孤子的峰值频率也没有发生漂移,仅是光孤子脉冲的幅值有了一定的减

小。这说明了光孤子在偏振模色散的影响下产生了辐射波,辐射出部分能量。光孤子的自俘获效应是由 XPM 引起的非线性耦合带来沿快轴的孤子变慢,沿慢轴的孤子加快。从而使得孤子两分量达到时域上的同步。由图 4a 可以看出,虽然两分量间存在群速度失配现象,但是孤子的自俘获效应使得光孤子可以保持无畸变传输。

然而在 δ 值增大的时候,光孤子脉冲出现扰动,存在频率漂移和脉冲展宽的现象,见图 4b。在图 4c 中,光孤子脉冲出现了明显的畸变,发生中心频率漂移和脉冲展宽现象。此时,光孤子的自捕获效应不能保证孤子的无畸变传输。光孤子的 2 阶群速度色散和非线性效应之间的平衡被偏振模色散所破坏,两个偏振分量间产生时延差,导致光孤子的畸变。

4.3 含有 PMD 的光孤子间的相互作用

众所周知,光孤子间的相互作用是光孤子传输必须要考虑的因素。作者选择两个相邻的光孤子来分析偏振模色散对于光孤子对的影响问题。对于含有偏振模色散的两个光孤子的传输,一样可以用耦合薛定谔方程来进行数值模拟。很明显,只有当两个孤子足够靠近以至于尾部重叠时,才开始互相影响。将总的光场写为 $u = u_1 + u_2$, 其中:

$$u_j(\xi, \tau) = \eta_j \operatorname{sech}[\eta_j(\tau - q_j)] \times \exp(i\phi_j - i\delta_j\tau), (j = 1, 2) \quad (7)$$

式中, q 为两孤子的相对间距, η 为光孤子的幅度。此时,是 u 而不是 u_1 和 u_2 满足非线性薛定谔方程,实际上,将(7)式代入(1)式,可以得到以下孤子 u_1 满足的微扰非线性薛定谔方程:

$$i \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + |u_1|^2 u_1 = -2|u_1|^2 u_2 - u_1^2 u_2^* \quad (8)$$

将 u_1 和 u_2 互换,可以得到 u_2 满足的方程,方程右边的项可以看成是微扰,它与两相邻孤子的非线性作用有关。两孤子的相对间距 q 与其相对相位有关,两孤子是相互吸引还是相互排斥取决于其初始相位 ϕ 。

采用分步傅里叶方法进行求解,输入的初始光孤子脉冲为:

$$u(0, \tau) = \sqrt{\frac{9}{8}} \{ \operatorname{sech}(\tau - q_0) + r \operatorname{sech}[\tau(\tau + q_0)] \exp(i\theta) \} \quad (9)$$

$$v(0, \tau) = 0 \quad (10)$$

式中, r 为相对振幅, θ 是初始相位差, $2q_0$ 是两孤子间的初始间距。为了尽量减小光孤子间的相互作用突出偏振模色散的影响,根据动态孤子传输理论^[11],经测算,这里选择 $r = 1.1$, 即两个光孤子的振幅不同,初始相位差选择为 $\pi/2$, 即两个光孤子间为正交的偏振态。

两孤子间的初始距离选择为 $2q_0 = 8$ 。于是可以得到如图 5 所示的含有 PMD 的两个光孤子在光纤中的传输演化图。

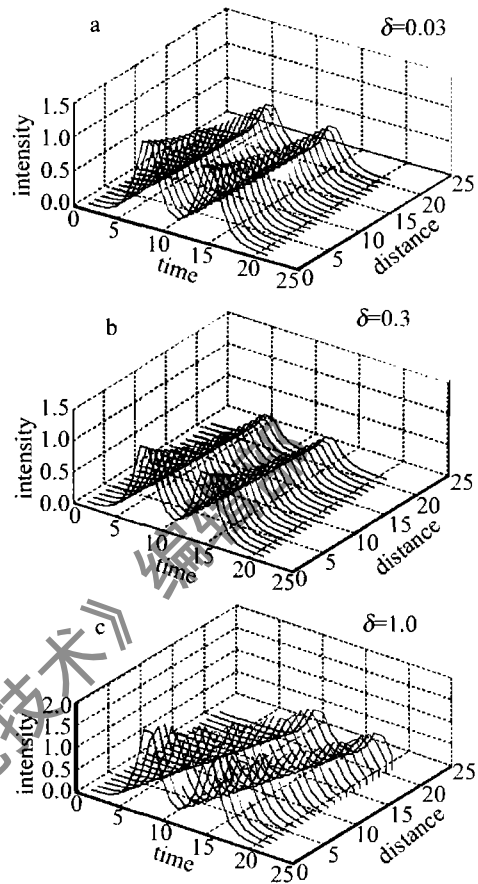


Fig. 5 Two solitons propagating with PMD

从图 5 中可以看到,由于初始相位和振幅的选择,光孤子间的相互作用几乎完全被抑制,但是偏振模色散的影响带来了很明显的辐射波,从而使得光孤子对在传输中出现了较大的损耗问题。随着偏振模色散的强度由小到大,两个光孤子间相互交换的能量逐渐增大,光孤子对的传输由开始基本保持原有的状态到后来出现较明显的频率漂移和脉冲展宽。

对于实际的光纤通信系统来说,常常采用的是波分复用或者密集波分复用系统。而存在偏振模色散的波分复用系统不同信道间的光孤子的相互作用将带来同一信道内的光孤子间的消偏振作用。如果在系统中使用偏振分割多路技术,并保持孤子间振幅的不同,将会使得光孤子的传输系统有较好的特性。

5 小结

应用分步傅里叶法求解非线性薛定谔方程,并模拟了偏振模色散对高速光孤子脉冲传输系统的影响。结果表明,对光孤子传输系统来说,脉冲的传输性能随 PMD 参量值的增加而恶化,尤其是孤子的能量和脉

(下转第 186 页)

Table 1 The theoretical displacement and the experiment values of the parallel beamsplitting/mm

length of the prism	532nm		633nm		670nm	
	experiment value	theoretical value	experiment value	theoretical value	experiment value	theoretical value
30.26	3.453	3.3440	3.268	3.2757	3.260	3.2578
25.10	2.808	2.7738	2.723	2.7171	2.720	2.7023
19.90	2.227	2.1991	2.122	2.1342	2.119	2.1224

4 结论

对平行分束偏光镜剪切差的光谱特性的理论分析和实验验证表明:(1)对于长度一定棱镜的剪切差仅取决于晶体中 e 光线与 e 光波之间的离散角 α , 而 α 不但与晶体光轴与 e 光波之间所成的锐角 θ 有关, 而且由于 n_o, n_e 的色散而受入射光波长的影响, 因此棱镜的剪切差随入射光波长而变化。(2)对于一般设计长度一定的棱镜, 剪切差随入射光波长的增大而变小; 且在紫外波段受入射光波长的影响较大, 在可见和红外波段, 剪切差的变化趋于平缓。这就提示在较宽的光谱使用平行分束镜时, 一定要注意这种剪切差光谱特性的影响。(3)若棱镜使用于某一确定的波长, 建议在棱镜设计中, 采用由最大离散角 α_{max} 对应的晶体光轴取向。

参考文献

- [1] SU F F, WU F Q, WANG W. Analysis of optical path character of Wollaston prisms in the diversity compound mode [J]. *Optical Technique*, 2003, 29(6): 680-684 (in Chinese).
- [2] WANG W, WU F Q, SU F F. Symmetric polarization beamsplitting prism based on three-element Wollaston prism [J]. *Optical Technique*, 2004, 30(2): 182-186 (in Chinese).
- [3] WU F Q, ZHENG Ch H, XUE D. Characteristic study of backward-use of the Rochan prism [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2002, 13(10): 1010-1012 (in Chinese).
- [4] SHI M, WU F Q. The principle design and performance analysis of two-way symmetric splitting angle beamsplitting prism [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, 35(3): 439-441 (in Chinese).
- [5] WANG W, WU F Q, SU F F. A modified symmetric splitting angle prism [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2003, 14(9): 913-916 (in Chinese).
- [6] ZHANG X, WU F Q, HE J, *et al.* Modified symmetric beam splitting prism [J]. *Laser Technology*, 2007, 31(6): 671-672 (in Chinese).
- [7] WANG H F, WU F Q, HAO D Zh, *et al.* Influence of the refractive index of optical cement on Wollaston prisms' transmitting performance [J]. *Laser Technology*, 2007, 31(6): 668-670 (in Chinese).
- [8] LI G H, WU F Q. Study on the design of parallel beam splitter [J]. *Journal of Applied Laser*, 1989, 7(4): 215-217 (in Chinese).
- [9] XUE D, WU F Q, LI G H, *et al.* The Matrix representation and application of parallel beam splitter [J]. *Journal of Qufu Normal University (Natural Science)*, 2003, 29(3): 50-52 (in Chinese).
- [10] WU F Q, YU D H, LI G H. The design of the parallel beam splitter with adjustable shear difference [J]. *Journal of Applied Optics*, 1993, 14(6): 22-24 (in Chinese).
- [11] JIANG M H. *Crystal physics* [M]. Ji'nan: Shandong Science & Technology Press, 1980: 202-278 (in Chinese).
- [12] LI J Zh. *Optics handbook* [M]. Xi'an: Shaanxi Sciences & Technology Press, 1986: 500-502 (in Chinese).
- [13] Opt Lett, 1987, 12(8): 614-616.
- [14] XUE M Ch. Statistic model for polarization mode dispersion [J]. *Modern Transmission*, 1991, 34(1): 11-15 (in Chinese).
- [15] FOSCHINI G J, POOLE C D. Statistical theory of polarization mode dispersion in single mode fibers [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1991, 9(11): 1439-1455.
- [16] ANGELIS C D, ANDREA G. Time evolution of polarization mode dispersion in long terrestrial links [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1992, 10(5): 552-555.
- [17] PU T, LI Y Q. An approximate solution of non linear Schrödinger equation in optical wave-guide and its application [J]. *Journal of Microwaves*, 2002, 18(2): 28-32 (in Chinese).
- [18] MATSUMOTO M, AKAGI Y. Propagation of soliton in fibers with randomly varying birefringence: effects of soliton transmission control [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1997, 15(5): 584-589.
- [19] DI J H. Analysis of study methods on polarization mode dispersion in high speed optical fiber communication system [J]. *Modern Electronics Technique*, 2006, 14(15): 21-23 (in Chinese).
- [20] SHEN T G, XIE B Ch, YAO J, *et al.* The effect of high-order dispersion on soliton and the effect of soliton on propagation [J]. *Laser Technology*, 2004, 28(5): 554-556 (in Chinese).

(上接第 183 页)

宽, 这样就大大限制了在已铺设的光纤中以光孤子作为信息载体的传输系统的设计, 从而使光纤通信向更高的传输速率发展受到了限制, 所以对光孤子传输系统而言, 必须采取一些控制 PMD 的措施来抑制孤子脉冲的形变。在时域中采用滑频滤波器技术, 把一个带通光学滤波器周期性的放置在传输线上。在频率中采用同步振幅调制技术, 对传输光孤子实行周期性正弦波性调制。

参考文献

- [1] HU X Zh. Study on the PMD coefficient of optical fibers and fiber optic cables [J]. *Optical Fiber & Electric Cable and Their Applications*, 2006(4): 1-3 (in Chinese).
- [2] WAI P K A, MENYUK C R, CHEN H H. Stability of soliton in randomly varying birefringent fibers [J]. *Opt Lett*, 1991, 16(16): 1231-1233.
- [3] AGRAWAL G P. *Nonlinear fiber optics and applications of nonlinear fiber optics* [M]. Boston: Academic, 2001: 111-158.
- [4] MENYUK C R. Stability of soliton in birefringent optical fibers [J].