

文章编号: 1001-3806(2009)01-0077-03

椭圆偏振激光在等离子体中的调制不稳定性

陈华英^{1,2}, 刘三秋^{1,2*}, 李晓卿³

(1. 南昌大学 材料学院, 南昌 330031; 2. 南昌大学 理学院, 南昌 330031; 3. 南京师范大学 物理系, 南京 210097)

摘要: 为了研究椭圆偏振激光在等离子体中的调制不稳定性, 采用洛伦兹技巧推导出椭圆偏振激光在等离子体中的非线性色散关系, 基于横波所满足的非线性控制方程, 分析了有限振幅的扰动态引起的调制不稳定性, 得到了调制不稳定的时间增长率与扰动态波数之间的函数关系, 并对等离子体中不同区域的调制增长率进行了比较。结果表明, 激光等离子体的临界面附近的调制不稳定的时间增长率较激光等离子体中其余位置处更为显著。

关键词: 激光物理; 调制不稳定性; 微扰法; 非线性色散关系

中图分类号: O534 **文献标识码:** A

Modulation instability of an elliptically polarized laser pulse in plasma

CHEN Hua-ying^{1,2}, LIU San-qiu^{1,2}, LI Xiao-qing³

(1. College of Material, Nanchang University, Nanchang 330031, China; 2. College of Science, Nanchang University, Nanchang 330031, China; 3. Department of Physics, Nanjing Normal University, Nanjing 210097, China)

Abstract: The nonlinear dispersion relation of an elliptically polarized laser pulse in plasmas was derived by means of Lorentz technique. The modulation instability with finite amplitude was analyzed on the basis of the nonlinear controlling equation for transverse wave. The temporal growth rate as a function of perturbed wave number for laser beam propagating through plasmas was found analytically and the modulation instability growth rates in the different regions of plasmas were compared. It is shown that the temporal growth rate of modulation instability is increased significantly in the corona region near the critical surface in laser-produced plasmas.

Key words: laser physics; modulation instability; perturbation method; nonlinear dispersion relation

引言

激光与等离子体相互作用将导致许多非线性效应, 包括自调制^[1,2]、自聚焦、布里渊和喇曼向前和向后散射^[3]以及许多参量不稳定性。这些物理过程被广泛应用于惯性约束核聚变、X射线源、粒子加速^[4]以及高阶谐波的产生。激光在等离子体临界面附近传播时通过非线性作用会出现一种长波不稳定性, 即所谓的调制不稳定性。对于调制不稳定的研究已获得了实验证据, JHA 等人已对激光与等离子体相互作用时产生的调制不稳定性进行了理论分析^[5], 但这些分析都是将非线性控制方程在 1 维模型下进行的。调制不稳定的非线性发展导致原来均匀分布的电磁场坍塌, 激光变得

越来越强, 通过有质动力使物质密度局部稀化, 于是激光和物质都呈现局部非均匀分布, 物质的非均匀分布表现为密度空穴^[6,9]。因而可以看出, 调制不稳定的发展对于激光在等离子体中的传播是极其重要的。

作者通过洛伦兹技巧推导出椭圆偏振激光在等离子体中的非线性色散关系, 利用非线性色散关系和横波所满足的非线性控制方程对强椭圆偏振激光在等离子体中的调制不稳定性进行了分析, 并给出了调制不稳定的增长率与扰动态波数之间的函数关系。

1 非线性色散关系

考虑一椭圆偏振激光在等离子体中沿 z 轴方向传播, 即电场矢量 \mathbf{E} 为:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t) \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] = (E_{0x} \mathbf{e}_x + E_{0y} \mathbf{e}_y) \exp[i(k_0 z - \omega_0 t)] \quad (1)$$

式中, $\mathbf{E}_0(\mathbf{r}, t)$ 是随时空缓变的复函数, \mathbf{r} 是位置矢量, k_0, ω_0 分别是激光的波数和频率, t 为时间, $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y$ 分别是 x 轴和 y 轴方向的单位矢量。

在等离子体中, 带电粒子的运动方程如下:

$$\frac{d(\gamma_\alpha m_\alpha \mathbf{v}_\alpha)}{dt} = q_\alpha [\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}] \quad (2)$$

基金项目: 新世纪优秀人才支持计划资助项目 (NCET-05-0575); 江西省跨世纪学术和技术带头人培养计划资助项目 (040010); 江西省科技攻关计划资助项目 (20061B0402100)

作者简介: 陈华英 (1979-), 女, 博士研究生, 讲师, 主要从事激光等离子体方面的研究工作。

* 通讯联系人。E-mail: sqliu@ncu.edu.cn

收稿日期: 2007-10-24; 收到修改稿日期: 2008-04-10

式中,下角标 α 分别表示电子或离子, γ_α 是相对论因子, m_α 是带电粒子的静止质量, q_α, v_α 分别是带电粒子的电荷和速度, B 为磁通密度, c 为光速。

设一运动参考系 S' 相对于原参考系 S 的运动速度 $v = nc\mathbf{e}_z$,其中, n 为折射率, \mathbf{e}_z 是 z 轴方向的单位矢量。引进约化速度 $\mathbf{u}_\alpha' = \gamma_\alpha' v_\alpha' / c$,得到 S' 系中电子的动力学方程^[10]:

$$\frac{d^2 \mathbf{u}_e'}{dt'^2} + \left(\frac{\omega_e^2}{\gamma_e^2} + \frac{\omega_i^2}{\gamma_i^2} \right) \mathbf{u}_e' = \frac{\omega_e^2}{\gamma_i} u_0' \mathbf{e}_z \quad (3)$$

式中, $\omega_\alpha = (4\pi Nq_\alpha^2/m_\alpha)^{1/2}$ 是等离子体频率, N 是等离子体的数密度, u_0' 是常量,上标'表示 S' 系中的物理量。

假设(3)式有如下形式的解: $\mathbf{u}_\alpha' = \mathbf{u}_\perp' \exp(-i\mathbf{k} \times \omega' t') + u_z' \mathbf{e}_z$,下标 \perp 表示垂直 $z'(z)$ 轴的方向(即垂直方向)。垂直方向的约化速度 \mathbf{u}_\perp' 和 z' 方向的约化速度 u_z' ,相对于速变相 $e^{-i\omega' t'}$ 来说,是时空的缓变函数,其中, t' 和 ω' 分别是 S' 系中的时间坐标和电场的频率,并且在 S' 系中有电场矢量^[11]:

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E}_\perp' \exp(-i\omega' t') \quad (4)$$

式中, \mathbf{u}_\perp' 和垂直方向的电场 \mathbf{E}_\perp' 的关系为:

$$\mathbf{E}_\perp' = \frac{im_e c \omega'}{|q_e|} \mathbf{u}_\perp' \quad (5)$$

现在从 S' 系过渡到 S 系,可得 S 系中的非线性色散关系^[11]:

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \left[(1 + u_\perp'^2)^{-1/2} + \mu(1 + \mu^2 u_\perp'^2)^{-1/2} \right] (1 - v_0'^2/c^2)^{1/2} \omega_e^2 \quad (6)$$

式中, $\mu = m_e/m_i, u_z' = \gamma_e' v_0' / c$ 是 z' 方向上的约化速度, v_0' 是电子在 z' 方向上的流速, ω 和 k 分别是 S 系中横等离子体波的频率和波数。考虑洛伦兹变换 $\mathbf{E}_\perp = \mathbf{E}_\perp' (1 - n^2)^{-1/2}, \omega = \omega' (1 - n^2)^{-1/2}, t' = (1 - n^2)^{-1/2} \times (t - nz/c)$,其中 \mathbf{E}_\perp' 和 \mathbf{E}_\perp 分别是在 S' 系和 S 系中的垂直 z' 和 z 方向上的电场矢量,将(5)式代入(6)式,得到椭圆偏振激光在 S 系中的非线性色散关系为:

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \left\{ \left[1 + \left(\frac{q_e |\mathbf{E}_\perp|}{m_e c \omega} \right)^2 \right]^{-1/2} + \mu \left[1 + \mu^2 \left(\frac{q_e |\mathbf{E}_\perp|}{m_e c \omega} \right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \left(1 - \frac{v_0'^2}{c^2} \right)^{1/2} \omega_e^2 \quad (7)$$

(7)式的线性部分为 $\omega^2 = k^2 c^2 + \omega_e^2$,即为众所周知的高频电磁波的色散关系。(4)式从 S' 系过渡到 S 系中为:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_\perp \exp\{-i[(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)z]\} \exp[-i(\omega_0 t - k_0 z)] \quad (8)$$

式中,电场 \mathbf{E} 的包络 $\Psi = \mathbf{E}_\perp \exp\{-i[(\omega - \omega_0)t - (k - k_0)z]\}$ 是时空的缓变函数,且应受非线性动力学方程控制。

2 调制不稳定性分析

横波的波模所满足的非线性控制性方程^[11]为:

$$i \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} + v_g \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} v_g' \left[-(\nabla \times \nabla \times)_z \Psi + (\nabla \nabla \cdot)_z \Psi \right] + \frac{1}{2} \frac{v_g}{k_0} \left[-(\nabla \times \nabla \times)_\perp \Psi + (\nabla \nabla \cdot)_\perp \Psi \right] - \beta |\Psi|^2 \Psi = 0 \quad (9)$$

式中, v_g 是群速度, v_g' 是在 k 空间中的群加速度。忽略小量 $\frac{v_0'^2}{c^2}$ 和 μ ,从(7)式可得到:

$$\beta \equiv \left(\frac{\partial \omega}{\partial |\mathbf{E}_\perp|^2} \right) \Big|_{|\mathbf{E}_\perp|^2=0} = - \frac{q_e^2 \omega_e^2}{4m_e^2 c^2 \omega_0^3},$$

$$v_g \equiv \left(\frac{\partial \omega}{\partial k} \right) \Big|_{|\mathbf{E}_\perp|^2=0} = \frac{k_0 c^2}{\omega_0}, v_g' \equiv \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \right) \Big|_{|\mathbf{E}_\perp|^2=0} = \frac{\omega_e^2 c^2}{\omega_0^3} \quad (10)$$

由(1)式可得缓变的激光场的场幅为:

$$\Psi = \mathbf{E}_0 = E_{0x} \mathbf{e}_x + E_{0y} \mathbf{e}_y \quad (11)$$

将(11)式分成实部和虚部, $\mathbf{E}_0 = a_x e^{i\theta_1} \mathbf{e}_x + a_y e^{i\theta_2} \mathbf{e}_y$,其中 $E_{0x} = a_x \exp(i\theta_1), E_{0y} = a_y \exp(i\theta_2)$,假设基态场函数: $\mathbf{E}_0 = a_{0x} \exp(-i\theta_0 t) \mathbf{e}_x + a_{0y} \exp[-i(\theta_0 t + \pi/2)] \mathbf{e}_y$,其中 $\theta_0 = \beta(a_{0x}^2 + a_{0y}^2)$, a_{0x} 和 a_{0y} 为常数,研究扰动态: $\mathbf{a}' = \mathbf{a} - \mathbf{a}_0 = (a_x - a_{0x}) \mathbf{e}_x + (a_y - a_{0y}) \mathbf{e}_y = a_x' \mathbf{e}_x + a_y' \mathbf{e}_y$,

$\theta_1' = \theta_1 + \theta_0 t, \theta_2' = \theta_2 + \theta_0 t + \frac{\pi}{2}$,认为小扰动 $\mathbf{a}', \theta_1', \theta_2'$ 是实的,对于平面波类型的扰动, $\theta_1', \theta_2', a_x', a_y' \propto \exp(-i\Omega t + i\mathbf{K} \cdot \mathbf{r})$,其中, Ω 为扰动态频率, \mathbf{K} 为扰动态的波矢,由(9)式得到关于 $\mathbf{a}', \theta_1', \theta_2'$ 的线性化方程分别为:

$$-i\Omega a_{0x} \theta_1' + ia_{0y} v_g K_z \theta_1' + \frac{v_g'}{2} K_z^2 a_x' + \frac{v_g}{2k_0} K_\perp^2 a_x' + 2\beta a_{0x} (a_{0x} a_x' + a_{0y} a_y') = 0 \quad (12)$$

$$-i\Omega a_x' + iv_g K_z a_x' - \frac{a_{0x}}{2} v_g' K_z^2 \theta_1' - \frac{v_g}{2k_0} a_{0x} K_\perp^2 \theta_1' = 0 \quad (13)$$

$$-i\Omega a_{0y} \theta_2' + ia_{0x} v_g K_z \theta_2' + \frac{v_g'}{2} K_z^2 a_y' + \frac{v_g}{2k_0} K_\perp^2 a_y' + 2\beta a_{0y} (a_{0x} a_x' + a_{0y} a_y') = 0 \quad (14)$$

$$-i\Omega a_y' + iv_g K_z a_y' - \frac{a_{0y}}{2} v_g' K_z^2 \theta_2' - \frac{v_g}{2k_0} a_{0y} K_\perp^2 \theta_2' = 0 \quad (15)$$

由(12)式~(15)式,求出具有调制增长的解为:

$$\Omega = v_g K_z + \sqrt{L[L + 2\beta(a_{0x}^2 + a_{0y}^2)]} \quad (16)$$

式中, $L = \frac{v_g}{2k_0} K_\perp^2 + \frac{v_g'}{2} K_z^2$ 。因而调制不稳定的增长率为 $\Gamma = \text{Im}\Omega > 0$ 。

引进以下无量纲参量: $\hat{\Gamma} = \Gamma/\omega_0$, $\hat{K}_z = K_z c/\omega_0$,
 $\hat{K}_\perp = K_\perp c/\omega_0$, $\mu_1 = \omega_c/\omega_0$, $A = \frac{|q_e|(a_{0x}^2 + a_{0y}^2)^{\frac{1}{2}}}{m_e c \omega_0}$.

图1为 $\hat{K}_\perp = 0$ 时, 调制不稳定的时间增长率 $\hat{\Gamma}$ 与扰动态波数 \hat{K}_z 之间的函数关系。图2为 $\hat{K}_z = 0$ 时,

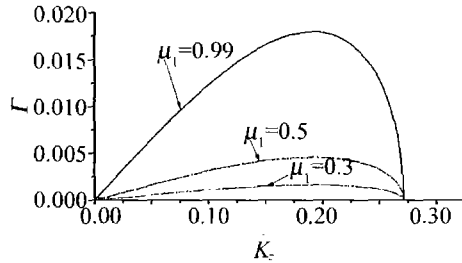


Fig.1 Modulation instability growth rate $\hat{\Gamma}$ variation over range of unstable wave numbers \hat{K}_z for $\hat{K}_\perp = 0$

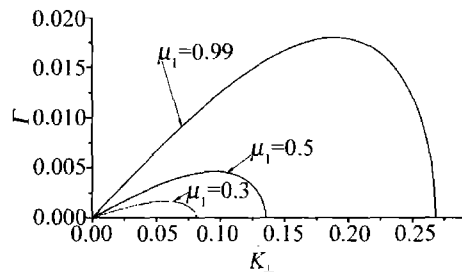


Fig.2 Modulation instability growth rate $\hat{\Gamma}$ variation over range of unstable wave numbers \hat{K}_\perp for $\hat{K}_z = 0$

调制不稳定的时间增长率 $\hat{\Gamma}$ 与扰动态波数 \hat{K}_\perp 之间的函数关系。其中, μ_1 分别为 0.3, 0.5, 0.99, 而 $\mu_1 = 0.99$ 对应于激光等离子体的临界面附近。其中入射激光的频率 $\omega_0 = 1.88 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $A = 0.271$, 与参考文献[7]中取值相同。

当 $\hat{K}_\perp = 0$ 时, 调制不稳定的最大增长率 $\hat{\Gamma}_{\max} = A^2 \mu_1^2 / 4$, 其相应的无量纲化波数 $\hat{K}_{z, \max} = \sqrt{2} A / 2$; 当 $\hat{K}_z = 0$ 时, 调制不稳定的最大增长率 $\hat{\Gamma}_{\max} = A^2 \mu_1^2 / 4$, 其相应的无量纲化波数 $\hat{K}_{\perp, \max} = \frac{\sqrt{2}}{2} A \mu_1$; 可以看出当 $\hat{K}_\perp = 0$ 或 $\hat{K}_z = 0$ 时, μ_1 取值越大, 也就是越靠近临界面附近处, 其对应于相同的扰动态波数引起的调制不稳定的增长率 $\hat{\Gamma}$ 也越大; 对于相同的 μ_1 而言, 当 $\hat{K}_\perp = 0$ 或 $\hat{K}_z = 0$ 时, 这两种情况下的调制不稳定的最大增长率都是相同的, 都只与 A 有关。

另一方面, 从图1和图2还可知, 当 $\mu_1 \approx 1$ 时, 即为激光等离子体的临界面附近的调制不稳定的增长率较其余位置处更为显著, 调制不稳定的发展将使得激光场峰值越来越强, 并最终引起激光场的坍塌。

3 结论

利用洛伦兹技巧推导出在等离子体中椭圆偏振激光场的非线性色散关系; 利用横波的非线性控制方程对椭圆偏振激光通过等离子体传播时的调制不稳定性进行分析。参考文献[7]中只是利用简单的1维模型下的非线性控制方程对线偏振光的调制不稳定性进行了分析。作者给出了扰动态波数在 $\hat{K}_\perp = 0$ 和 $\hat{K}_z = 0$ 这两种情况下引起的调制不稳定的时间增长率 $\hat{\Gamma}$, 即为图1和图2; 对于一般情况下的调制不稳定的时间增长率 $\hat{\Gamma}$ 与扰动态波数 \hat{K} 之间的函数关系也由(16)式的正虚部所给出。

作者所研究的调制不稳定性是激光场有限振幅的线性不稳定性, 即扰动场幅的增长率为指数形式, $E \propto e^{\hat{\Gamma} t}$ 。当振幅大至一定程度, 将出现非线性发展, 将引起激光场的坍塌, 使得激光场峰值越来越强, 最终形成激光场的自聚焦、自成丝。

参考文献

- [1] ANTONSEN T M, MORA J P. Self-focusing and Raman scattering of laser pulses in tenuous plasmas [J]. Phys Rev Lett, 1992, 69(15): 2204-2207.
- [2] ANDREEV N E, KRISANOV V I, GORBUNOV L M. Stimulated processes and self-modulation of a short intense laser pulse in the laser wake-field accelerator [J]. Physics of Plasmas, 1995, 2(6): 2573-2582.
- [3] SHUKLA P K, RAO N N, YU M Y, *et al.* Relativistic nonlinear effects in plasmas [J]. Physics Report, 1986, 138(1): 1-149.
- [4] MOUROU G A, TAJIMA T, BULANOV S V. Optics in the relativistic regime [J]. Reviews of Modern Physics, 2006, 78(2): 309-371.
- [5] JHA P, KUMAR P, RAJ G, *et al.* Modulation instability of laser pulse in magnetized plasma [J]. Physics of Plasmas, 2005, 12(12): 123104-1-123104-6.
- [6] LIU S Q, LI X Q. Self-generated magnetic field by transverse plasmons in laser-produced plasma [J]. Physics of Plasmas, 2000, 7(8): 3405-3412.
- [7] LIU S Q, LI X Q. Numerical analysis of self-generated magnetic field excited by transverse plasmas in a laser-produced plasma [J]. Journal of Plasma Physics, 2001, 66(4): 223-238.
- [8] ZHOU S Y, LIU S Q, TAO X Y. Simulation of density solitons and self-generated magnetic field in laser plasma [J]. Laser Technology, 2007, 31(1): 8-11 (in Chinese).
- [9] LIU X L, LIU S Q, YANG X S. Strong Langmuir turbulence excited by laser near critical surface [J]. Laser Technology, 2007, 31(2): 213-216 (in Chinese).
- [10] CLEMMOW P C. Nonlinear waves in a cold plasma by Lorentz transformation [J]. Journal of Plasma Physics, 1974, 12(2): 297-317.
- [11] LI X Q. Turbulent plasma physics [M]. Beijing: Beijing Normal University Press, 1987: 345-352 (in Chinese).