

文章编号: 1001-3806(2008)06-0663-04

余弦平方 高斯光束的双焦开关和焦平面

郝中骥¹, 文 伟²

(1. 宜春学院 物理科学与工程技术学院, 宜春 336000; 2. 怀化学院 物理与电子信息科学系, 怀化 418008)

摘要: 为了研究余弦平方 高斯光束通过无光阑透镜后的聚焦特性, 采用 Collins 公式推导了聚焦余弦平方 高斯光束轴上光强分布公式, 并利用空间 2 阶矩法求得光束束腰宽度的解析表达式。通过数值方法研究了轴上光强的双焦开关现象和由束腰所在焦平面的焦移现象, 得到了这两种现象随光束参量 b 相对入射距离 s' 及菲涅耳数 N_F 的变化关系。结果表明, 只有 $b > 1$ 时才出现双焦开关现象, 而实际焦平面在 $s' \neq 1$ 时存在焦移。

关键词: 激光光学; 双焦开关; 焦平面; Collins 公式; 2 阶矩法; 余弦平方 高斯光束

中图分类号: O435 **文献标识码:** A

Double focal switch and focal plane of cosine-squared Gaussian beams

HAO Zhong-qi¹, WEN Wei²

(1. College of Physics Science and Engineering Technology, Yichun University, Yichun, 336000, China; 2. Department of Physics and Electronic Information Science, Huaihua University, Huaihua 418008, China)

Abstract: In order to study the focusing properties of cosine-squared Gaussian beams (CsSGB) through a lens without aperture, the equation for the axial irradiance distribution of focused CsSGB are derived based on the Collins formula, and the analytical expression of beams waist width is presented using the second-order moment method. The double focal switch of axial intensity and the focal shift of focal plane where the real position of beams waist located are studied with numerical method. The dependence of both effects discussed above on the beams parameter b , relative incident separation s' and beams Fresnel number N_F are analyzed. Results show that double focal switch can take place only for $b > 1$, and the real focal plane has a shift if $s' \neq 1$.

Key words: laser optics; double focal switch; focal plane; collins formula; second-order moment method; cosine-squared Gaussian beams

引 言

激光束通过会聚光学系统后往往存在焦移或焦开关现象, 最近, 有关这方面的研究报道有很多^[1-6], 普遍认为衍射是这两种现象发生的根本原因, 而且认为焦开关的产生是由于轴上存在的两个光强极大值点的相互竞争的结果。那么, 轴上是否会有更多光强极大值点的竞争呢? 如果存在, 它们就可能作为新的焦点, 就会形成多个焦开关对, 满足这样的条件的应该是光束形态或者聚焦光学系统更复杂。对于多个简单光束的复合光束, 如果其各组成光束单独聚焦时的轴上光强极大值点位置没有重合, 它们就有可能相互竞争, 形成多个焦开关对。文献 [7] 中提出的余弦平方 高斯光束 (cosine-squared Gaussian beams, CsSGB) 可看作是高斯光束与余弦 高斯光束的复合, 已有研究表明, 高斯光

束通过透镜聚焦后轴上唯一的光强极大值点存在焦移现象^[5], 余弦 高斯光束通过无光阑透镜聚焦后轴上存在两个光强极大值点的相互竞争, 形成焦开关现象^[6]。作者在 CsSGB 通过无光阑透镜系统后的轴上光强分布特性的研究中发现, 这里存在 3 个光强极大值点的竞争, 随着入射距离的变化, 在几何焦点两侧先后共出现两个焦开关对, 称之为双焦开关 (double focal switch, DFS) 现象。在对 $x-O-z$ 平面的等照线分布图的分析中发现, 各观察面轴上光强并不一定是最大值, 利用空间 2 阶矩法定义的光束束腰位置所在平面定义为实际焦平面^[8]对于聚焦精度较低的情形更为适用, 对实际焦平面存在的焦移现象进行了分析研究, 最后, 将两种结果进行了对比和讨论。

1 CsSGB 通过无光阑透镜系统的轴上光强分布及焦平面

无光阑透镜光学系统如图 1 所示, 薄透镜 L 的焦距为 f , 入射面 RP_0 距 L 的距离为 s , 观察面 RP_1 到后焦面距离为 z_0 。为方便讨论, 仅考虑 1 维情况。CsSGB

作者简介: 郝中骥 (1978-), 男, 助教, 硕士, 主要从事激光的传输与变换研究。

E-mail: hzqcsu@yahoo.com.cn

收稿日期: 2007-08-09; 收到修改稿日期: 2007-09-02

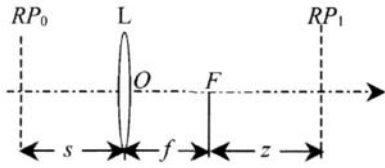


Fig 1 A lens optical system without aperture

在入射面 RP_0 ($z_0 = 0$) 上的场分布函数为:

$$E(x_0, 0) = \exp\left[-\frac{x_0^2}{w_0^2}\right] \cos^2(\Omega_0 x_0) = \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{x_0^2}{w_0^2}\right] \times [1 + \cos(2\Omega_0 x_0)] \quad (1)$$

式中, x_0 表示入射面 RP_0 横向坐标, w_0 是相关基模高斯光束的束腰宽度, Ω_0 是与余弦平方因子相关的参量, 由 (1) 式可见, 余弦平方高斯光束可以看作是高斯光束和余弦高斯光束的叠加。利用 Collins 公式, 并经过复杂的积分和简化运算后得到 CsSGB 通过无光阑透镜光学系统后 RP_1 面的场分布函数为:

$$E(x', z') = \frac{1}{2} \frac{i\pi N_F}{(1 - s' - i\pi N_F)z' + 1} \times \exp\left[-\frac{(\pi N_F)^2 + i\pi N_F(1 - s')}{(1 - s' - i\pi N_F)z' + 1} x'^2\right] \times \left\{ 1 + \exp\left[-\frac{b^2[(1 - s')z' + 1]}{(1 - s' - i\pi N_F)z' + 1}\right] \times \cosh\left[-\frac{2\pi N_F b}{(1 - s' - i\pi N_F)z' + 1} x'\right] \right\} \quad (2)$$

式中, $N_F = w_0^2 / (\lambda f)$ 表示光束相关菲涅耳数, $s' = s/f$ 为相对入射距离, $z' = z/f$, $x' = x/w_0$ 为相对坐标, $b = \Omega_0 w_0$ 为光束余弦平方相关参量。由 $I(x', z') = E(x', z') E^*(x', z')$ 得到轴上光强分布公式:

$$I(x', z') = \frac{1}{4} \frac{\pi N_F}{\sqrt{R}} \exp\left[-\frac{2(\pi N_F)^2}{R} x'^2\right] \left\{ 1 + \frac{1}{2} \times \exp\left[-\frac{2b^2 P}{R}\right] \left[\cosh\left[\frac{4\pi N_F b P}{R} x'\right] + \cos\left[\frac{4\pi^2 N_F^2 b z'}{R} x'\right] \right] + \exp\left[-\frac{b^2 P}{Q}\right] \cosh\left[\frac{2\pi N_F b}{Q} x'\right] + \exp\left[-\frac{b^2 P}{Q}\right] \cosh\left[\frac{2\pi N_F b}{Q} x'\right] \right\} \quad (3)$$

式中, $P = (1 - s')z' + 1$, $Q = P - i\pi N_F z'$ 和 $R = QQ^*$ 是为简化公式而引入的临时参量, 没有实际意义, “*” 表示复共轭。令 (3) 式中 $x' = 0$, 可求得轴上光强分布公式, 其极大值点相对位置 $z'_{\max} = z'_{\max} / f$ 由 $dI/dz' = 0$ 决定, 则轴上焦点的相对焦移表示为:

$$\Delta z_f = z'_{\max} \quad (4)$$

接下来讨论光束聚焦后的束腰宽度及其位置。由空间 2 阶矩定义有:

$$\sigma_x^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{x})^2 I(x, z) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} I(x, z) dx} \quad (5)$$

式中, \bar{x} 为空间 1 阶矩, 由于余弦平方高斯光束的对称性, 有 $\bar{x} = 0$, 将 (3) 式代入 (5) 式, 经过复杂的积分与简化运算后得到:

$$\sigma_x^2 = \frac{w_0^2}{4} (oz^2 + pz' + q) \quad (6)$$

式中,

$$\begin{cases} o = 1 + \left[\frac{1-s'}{\pi N_F}\right]^2 \{1 + T[1 + \exp(-b^2/2)]\} - T[\exp(-2b^2) + \exp(-b^2/2)] \\ p = \frac{2(1-s')}{(\pi N_F)^2} \{1 + T[1 + \exp(-b^2/2)]\} \\ q = \frac{1}{(\pi N_F)^2} \{1 + T[1 + \exp(-b^2/2)]\} \\ T = \frac{2b^2}{3/2 + \exp[-(b^2/2)] + 2\exp(-b^2/2)} \end{cases} \quad (7)$$

将 (6) 式代入光斑尺寸与 2 阶矩的关系式 $w^2(z) = 4\sigma_x^2$ 中可得束腰相对宽度表达式:

$$w_{w_0}^2(z') = \frac{w(z')^2}{w_0^2} = oz^2 + pz' + q \quad (8)$$

光束束腰的相对位置可令 $d[w_{w_0}(z')]/dz' = 0$, 得到:

$$z'_w = -\frac{p}{2o} \quad (9)$$

如果将光束束腰位置定义为焦平面, 则余弦平方高斯光束的相对焦移为:

$$\frac{\Delta f}{f} = -\frac{p}{2o} \quad (10)$$

由 (7) 式、(10) 式可知, 当 $s' = 1$ 时, 相对焦移 $\Delta f/f = 0$, 实际焦面位于几何焦面; $s' < 1$ 时, 相对焦移 $\Delta f/f$ 恒为负值, 实际焦面位于几何焦面的左侧; $s' > 1$ 时, 相对焦移 $\Delta f/f$ 恒为正值, 实际焦面位于几何焦面的右侧。将 (9) 式代入 (8) 式得束腰的相对宽度:

$$w_{w_f} = \sqrt{\frac{4oq - p^2}{4o}} \quad (11)$$

2 数值计算与分析

首先考察轴上光强分布特性。利用 (3) 式, (4) 式作相对焦移 Δz_f 随相对入射距离 s 的变化曲线如图 2 所示, 其中 $N_F = 1.5$, b 分别为 0.8, 1.0, 2.0, 2.5。可见, $b \leq 1$ 时, Δz_f 不能形成有效的跃变, 只存在由负到正的焦移现象。当 $b > 1$ 时, 在 s 从 0 增大的过程中先后出现两次相对焦移量 Δz_f 的突然跃变, 分别形成 1 次焦开关, 引起 DFS 现象。这两次跃变对称地分布在 $s' = 1$ 的两侧, 且随 b 增大两跃变点间距增加, 跃变量增加。在 $s' = 1$ 附近形成的焦点在 s 增大的过程中伴随着从负到正的焦移。

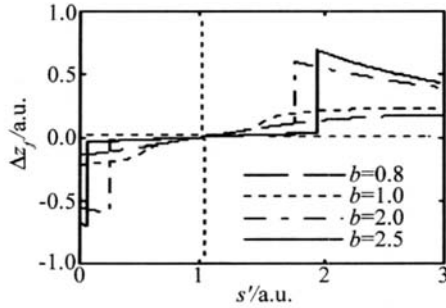


Fig 2 Relative focal shift Δz_f versus relative separation s' ($N_F = 1.5$)

为了更直观地反映 DFS 现象,由 (3)式作 CsSCB 通过无光阑透镜光学系统后的 z 轴上光强 I 的分布曲线如图 3 所示,计算参量 $b=2, N_F = 1.5$ 。可见轴上存

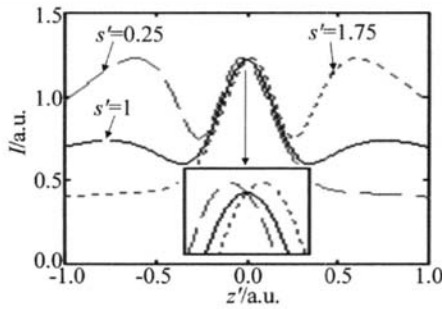


Fig 3 Axial irradiance distribution I for different values s' ($b=2, N_F = 1.5$)

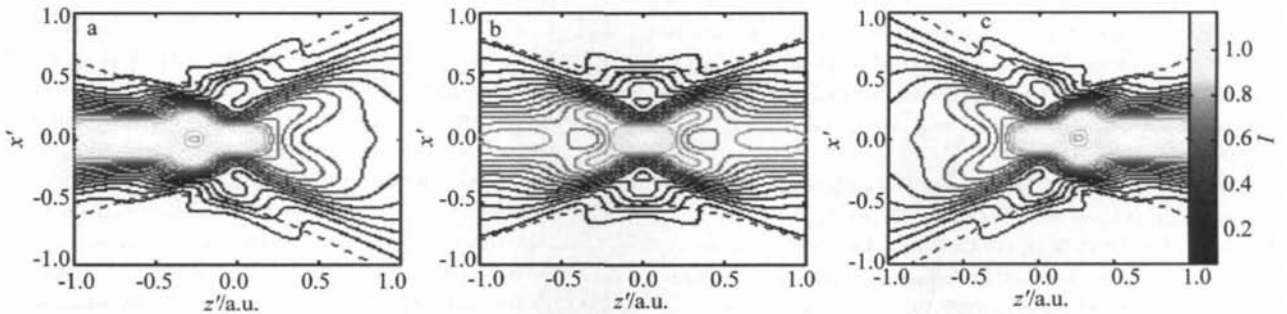


Fig 5 Isophotes of the CsSCB in the plane $z'-O-x'$, the dotted line represent the waist width defined by second-order moment definition a— $s'=0.25$ b— $s'=1$ and $N_F = 1.5$ c— $s'=1.75$

所示,轴上光强存在两个光强极大值点,形成明显的 DFS 现象,两焦点间光强有一个环形的分束,中间形成一相对暗区。而光束束腰位置所在平面定义的焦平面只存在焦移(如图 5 中虚线所示),当 $s' < 1$ ($s' > 1$) 时,实际焦平面位于几何焦面左(右)侧,见图 5a、图 5c;当 $s' = 1$ 时,实际焦面与几何焦面重合,无焦移和焦开关现象,见图 5b,这与前面的理论分析吻合。综上所述,实际焦平面位置处轴上光强并不一定是最大值,焦开关现象主要考虑轴上光强分布,限于光束的高度精密聚焦;如果精度要求稍低,而更多地从能量聚集的角度考虑,焦平面定义更适用,不过也要考虑焦移的影响。

图 6 中给出了相对入射距离 $s' = 0$ 和非涅耳数不同取值时,相对焦移 $\Delta f/f$ 随光束参量 b 的变化曲线,可见,相对焦移恒为负值,即实际焦面位于几何焦面左侧。通过作 $d(\Delta f/f)/db = 0$ 这样的运算可以得到曲线

在 3 个光强极大值点的相互竞争, $s' = 0.25$ 和 $s' = 1.75$ 时,左、右峰分别与中间峰形成 1 次焦开关现象。在 $0.25 < s' < 1.75$ 时,中间峰作为焦点,而且存在从负到正的焦移(见图 3 中放大部分)。图 4 中给出了 N_F 为 1.0, 1.5, 2.0, 图 3 中左峰 (l) 或右峰 (r) 与中间峰 (m) 形成焦开关时,相对间距 $\Delta z_{m(l,r)'} = |\Delta z_{\max,m}' - \Delta z_{\max,l(r)'}|$ 随光束数 b 的变化曲线,可见只

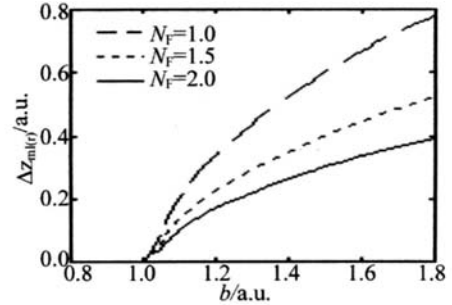


Fig 4 Relative transition height $\Delta z_{m(l,r)}$ versus b

有在 $b > 1$ 时 CsSCB 才存在 DFS 现象,而且 $\Delta z_{m(l,r)}$ 随 b 的增加而增大; b 值相同时, $\Delta z_{m(l,r)}$ 随菲涅尔数 N_F 的增大而减小。

接下来讨论聚焦光束焦平面的特性。图 5 为图 3 对应的 $z'-O-x'$ 平面上光强的等照线图,如图 5a、图 5c

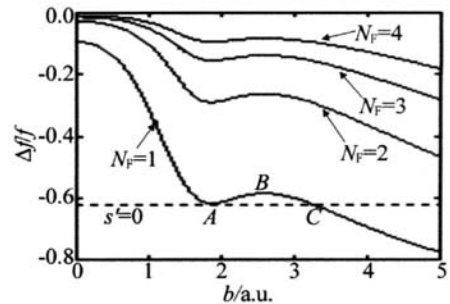


Fig 6 $|\Delta f/f|$ versus b

的极点 A, B 对应的 b 值 b_A, b_B , 经运算易知, b_A 和 b_B 与 N_F 无关,图 6 中 $b_A = 1.87, b_B = 2.6$, 与 A 点等焦移的 C 点 $b_C = 3.23$ 。结合图 6 可知,当 $b < b_A$ 时,相对焦移量 $|\Delta f/f|$ 随光束参量 b 的增大而增大,但在 $b_A < b < b_B$ 时, $|\Delta f/f|$ 随光束参量 b 的增大而减小, $b > b_B$ 以后, $|\Delta f/f|$ 又随光束参量 b 的增大而增大。这一变化

意味着在 b_b 两侧附近 $b_a < b < b_c$ (b_b 除外), 同一 $|\Delta f/f|$ 对应两个 b 值。光束参量 b 不变时, $|\Delta f/f|$ 随 N_F 的增加而减小。

3 结论

研究了 CsSGB 光束通过无光阑透镜后的聚焦特性, 得到了光强分布公式、2阶矩定义的光束束腰宽度及焦平面位置表达式。利用数值方法对轴上焦点的 DFS 现象和焦平面的焦移进行了模拟分析, 研究表明, 当 N_F 较小且 $b > 1$ 时, 轴上焦点存在较明显的 DFS 现象, 随 b 增大两跃变点间距增大, 跃变量增加; 在 $s' = 1$ 附近, 焦点在 s 增大的过程中伴随着从负到正的焦移。2阶矩法定义的实际焦平面只可能存在焦移, 随系统参量 s 的变化, 可以位于几何焦面的左侧、右侧或与之重合; 相对焦移量随光束参量 b 增大而增大过程中有一段反常的减小变化, 但随菲涅耳数增大而减小。研究表明, 在 CsS-GB 的聚焦工作中, 要根据实际的精度需求采用合适的研究方法, 同时要考虑焦移和焦开关现象的影响。

(上接第 647 页)

参 考 文 献

- [1] W IEMAN C E, HOLLBERG L. Using diode lasers for atomic physics [J]. Review Scientific Instruments, 1991, 62 (1): 1-20.
- [2] JIN Sh Zh, LI Y Q, XIAO M. Single-mode diode laser with a large frequency-scanning range based on weak grating feedback [J]. Appl Opt, 1996, 35 (9): 1436-1441.
- [3] WANG X Q, WANG Y Zh. A narrow line width tunable diode laser system [J]. Chinese Journal of Laser, 1998, B7 (3): 217-221.
- [4] WANG J M, YANG W D, XIE Ch D, et al. Frequency tuning characteristics of single-mode GaAlAs semiconductor laser with weak feedback [J]. Acta Optica Sinica, 1999, 19 (4): 463-467 (in Chinese).
- [5] ZHANG J, CHEN X Z, WANG Y Q. Analysis on continuous tuning range of tunable diodes lasers [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23 (10): 1220-1224 (in Chinese).
- [6] ZHANG J, HUANG L, WANG D Sh, et al. Study on characteristics of output beam of combined optical diode lasers [J]. Laser Technology, 2007, 31 (3): 228-231 (in Chinese).

参 考 文 献

- [1] LÜB D, PENG R W. Focal shift and focal switching in systems with the aperture and lens separated [J]. J Optics, 2002, A4 (6): 601-605.
- [2] JIX L, LÜB D. Focal shift and focal switch of flattened Gaussian beams in passage through an aperture bifocal lens [J]. IEEE J Q E, 2003, 39 (1): 172-178.
- [3] PENG R W, LÜB D. Focal switch of Hermite-Gaussian beams [J]. Acta Physica Sinica, 2003, 52 (11): 2795-2802 (in Chinese).
- [4] LU X Y, PU J X. Focal shift and focal switch of partially coherent light in dual-focus systems [J]. Opt Commun, 2005, 252: 262-267.
- [5] LU X J, LÜB D. Focal shift in a Gaussian beams focused by a thin lens without aperture [J]. Laser Journal, 1997, 18 (3): 17-22 (in Chinese).
- [6] JIX L, LÜB D. Focal switch of cosine-Gaussian beams focused by a thin lens without aperture [J]. Laser Technology, 2005, 29 (6): 654-656 (in Chinese).
- [7] KONG R X, WANG L, WANG X Q. The beam waist width and its location of the elegant cosh-squared-Gaussian beams [J]. Laser Journal, 2004, 25 (1): 41-42 (in Chinese).
- [8] JIANG X D, WU Y M, WANG X Q. Focal plane and the position of the plane in cosine-Gaussian beams [J]. Optical Technique, 2006, 32 (3): 419-421 (in Chinese).
- [7] NYMAN R A, VAROQUAUX G, VILLIER B, et al. Tapered-amplified AR-coated laser diodes for potassium and rubidium atomic-physics experiments [J]. Condensed Matter, 2005, 5 (11): 737-739.
- [8] GUAN H, HUANG GL, HUANG XR, et al. Construction of the tunable diode laser based on Littrow configuration [J]. Chinese Journal of Laser, 2007, 34 (1): 33-36 (in Chinese).
- [9] HEMMERICH A, MCNTYRE D H, SCHROPP D, et al. Optically stabilized narrow linewidth semiconductor laser for resolution spectroscopy [J]. Opt Commun, 1990, 75: 118-122.
- [10] HILDEBRANDT L, KNISPEL R, STRY S, et al. Antireflection-coated blue GaN laser diodes in an external cavity and Doppler-free indium absorption spectroscopy [J]. Appl Opt, 2003, 42 (12): 2110-2118.
- [11] WANG B, YAO J Q, WU H B, et al. The linewidth narrow and frequency continuous tuning of diode laser [J]. Acta Sinica Quantum Optica, 2004, 10 (2): 82-86 (in Chinese).
- [12] ARNOLD A S, WILSON J S, BOSHER M G. A simple extended-cavity diode laser [J]. Review Scientific Instruments, 1998, 69 (3): 1236-1239.