

文章编号: 1001-3806(2008)05-0517-04

基于模拟退火的连续膜变形镜最优模式复原

童 桂, 廖文和*, 梁 春

(南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016)

摘要: 为了改善小形变量、镜面控制耦合及其影响函数受到光学系统误差等多种因素的影响的连续膜变形反射镜容易出现波前复原控制电压往往超出了可行域范围的问题, 提出采用一种基于模拟退火的波前模式复原算法, 其原理通过遍历整个可行域搜索域内最佳的模式控制电压组合, 使得目标函数以一定概率达到全局最优, 从而得到将入射畸变波前像差的影响降到最小的结果。为了验证和比较模拟退火算法的可行性和准确度, 采用了任一入眼波前畸变像差作为自适应光学系统的入射畸变波前, 得到的残余波前像差小于直接法、闭环迭代算法的复原误差。结果表明, 基于模拟退火的波前模式复原算法具有良好的波前复原性能, 并且可结合影响函数的非线性特征描述, 为连续膜波前复原控制问题提供一种新的解决途径。

关键词: 物理光学; 自适应光学; 连续膜变形反射镜; 模拟退火; 模式复原; 最优

中图分类号: O436 **文献标识码:** A

Modal reconstruction of continuous membrane deformable mirrors based on simulated annealing

TONG Gui, LIAO Wen-he, LIANG Chun

(College of Mechanical & Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract Owing to small and coupled response of control channels of the continuous membrane deformable mirror (CMDM) and effect of system error on its influence function, sometimes the control voltage of wavefront modal reconstruction is beyond the control voltage range. The modal reconstruction of wavefront based on the simulated annealing was put forward, which was used to find the optimal control voltages of the CMDM through verifying the total solutions in the feasible field. By the way, the target function can be optimal and influence of incidence aberration can be reduced to minimum. Initial aberration of the adaptive optics can be replaced by the random wavefront aberration of human eye. Compared to the ways such as direct solution or closed-loop, the simulated annealing has better precision, credibility and least residual error. Because this algorithm has some better performance to reconstruct the incident wavefront and refers to the nonlinear responses of the influence function, a new solution to correct the wavefront aberration by the CMDM is found.

Key words physical optics; adaptive optics; continuous membrane deformable mirror; simulated annealing; modal reconstruction; optimal

引 言

连续膜变形反射镜 (continuous membrane deformable mirror, CMDM) 在校正成像系统光学质量的自适应光学系统中用于校正入射畸变波前的波前相位, 从而改善光路中由各种内在和外因因素引起的成像质量降低, 提高成像光学系统的图像分辨率。随着微机电系统 (micro-electro-mechanical systems, MEMS) 技术的

发展, CMDM 也进入一个高速发展时期, 高集成度、低成本的新型变形反射镜业已成为研究热点, 其在天文、航天、光通信、高精度测距、遥感、强激光、医疗仪器等众多领域都有重要的应用^[1-2]。相对于表面分立的变形反射镜, CMDM 具备有适配误差小、光能损失小、空间分辨高等优点, 但也存在波前相位校正范围小、驱动单元之间控制面型耦合等不利因素, 制约了 CMDM 的空间分辨精度^[3-4]。对于一材料结构属性确定的波前校正器, 其波前校正的能力主要由波前复原算法的优劣所决定, 好的波前复原算法有助于将入射畸变波前像差降到最低。

针对 CMDM, 经常采用基于 Zernike 多项式的模式复原算法求解驱动单元的模式控制电压, 其中具体包括: 直接法^[5-7] (最小二乘法、正交三角分解等) 和闭环

基金项目: 国家八六三高技术研究发展计划资助项目 (2006AA020804)

作者简介: 童 桂 (1978-), 男, 博士研究生, 主要从事生物医学和自适应光学方面的研究工作。

* 通讯联系人。E-mail: cnwho@vip.sina.com

收稿日期: 2007-07-24 收到修改稿日期: 2007-12-19

迭代法^[8,9] (误差最速下降法、共轭梯度法等), 其中直接法利用测量获得的变形镜影响函数, 由矩阵广义逆求解模式控制电压的最小二乘解。闭环迭代法通过不断修正模式复原残余误差, 从而使得波前复原结果不断靠近“最优值”。然而, 直接法要求波前校正器的影响函数满足线性化, 并且控制电压范围满足一定的范围要求, 即最终的控制电压不超过波前校正器的限制范围。闭环迭代算法虽然能在可行域内获得局部最优的控制电压, 但由于迭代过程中难以对变形镜的影响函数进行控制, 复原校正结果收敛缓慢, 很难令人满意。并且在基于 CMDM 的自适应光学系统中, 影响函数的标定受到系统误差和测量误差的影响, 复原矩阵的条件数往往很大, 同样制约了自适应光学系统的波前像差校正能力。针对上述情形, 结合 CMDM 校正范围有限的特征, 作者提出一种基于模拟退火的波前模式复原算法, 该算法直接从波前变形镜的模式控制电压出发, 应用非线性规划理论去求解 CMDM 的最优模式控制电压, 复原结果在一定程度上使得入射畸变波前像差达到全局最小。

1 连续膜变形反射镜的波前模式复原

变形反射镜作为自适应光学系统的核心器件, 通过改变自身面型去校正入射畸变波前相位, 从而获得接近理想的波前相位分布。CMDM 影响函数表征了驱动电极电压幅值和变形镜光学形变量之间的准线性对应关系, 其中基于几点假设^[3,10]的波前模式复原算法可表示为:

$$\sum_{i=1}^n F_i(x, y) V_i^2 = \sum_j^m a_j Z_j(x, y) + \varepsilon \Rightarrow F v = A + \varepsilon \quad (1)$$

式中, $F \in R^{n \times n}$ 为 CMDM 影响函数矩阵; V_i 是第 i 控制电极的电压值, $v \in R^n$ 为 CMDM 控制电压向量; a_j 为归一化模式系数; $A \in R^m$ 为 Zernike 模式像差系数向量; $\varepsilon \in R^n$ 为波前复原的拟合残差。对于控制电压的求解可采用最小二乘法^[11], 即:

$$V_{\text{opt}} = (F^T F)^{-1} F^T A \quad (2)$$

直接法求解 V_{opt} 受限于 CMDM 影响函数的非线性因素和有限的波前模式复原范围, 一般不能准确复原模式像差, 即: $a_{\text{rec}} \neq F V_{\text{opt}}$

假定 CMDM 影响函数可表示为 $g(x_i)$, x_i 表示第 i 个驱动电极在 $[a, c]$ 连续变量。工程上常用基于广义逆的闭环迭代算法逐渐逼近目标函数最小值 (或最大值), 运算过程中可逐步调整 CMDM 影响函数, 然而该算法仍然存在影响函数不匹配的问题, 容易出现像差校正结果振荡不稳定。采用模拟退火算法可针对具体

的影响函数准确地获得最优模式控制电压, 即: $a_{\text{rec}} = \sum_i^n g(x_i) x_i$, 模式复原结果真实可靠, 优于直接法和闭环迭代等波前复原算法。

2 基于模拟退火的最优模式复原

2.1 模拟退火算法^[11]

模拟退火算法是根据热力学系统中先将固体加热至熔化, 再徐徐冷却使之凝固成规整晶体的热力学过程而提出一种解大规模组合优化问题的理论方法。设组合优化问题的一个解 $x^{(i)}$ 及目标函数 $f(x^{(i)})$ 分别对应固体的一个微观状态 i 和能量 E_i , 令控制参量 t (固体退火中的温度) 随算法进程不断递减其值, 则对 t 的每一次取值, 算法持续进行“产生新解—判断—接受/舍弃”的迭代过程, 直至固体在某一恒定温度下趋于热平衡。于是随着温度 t 的不断降低趋于 0 时, 固体的能量趋于最小, 而对应的组合优化问题可求的整体最有解。其中热平衡过程相当于执行了一次 Metropolis 算法, Metropolis 算法产生组合优化问题解的序列, 并由与 Metropolis 准则对应的转移概率 p_i 确定是否接受新解 $x^{(j)}$ 向当前解 $x^{(i)}$ 的转移:

$$p_i(i \rightarrow j) = \begin{cases} 1 & (f(j) \leq f(i)) \\ \exp\left[\frac{f(i) - f(j)}{t}\right] & (f(j) > f(i)) \end{cases} \quad (3)$$

式中, 控制参量 t 开始时取较大的值, 对应组合优化问题可能接受较差的恶化解; 但随着 t 的降低, 接受恶化的概率逐渐降低直至最后趋于最优解。

2.2 基于模拟退火的波前模式复原算法

(1) 确定波前复原控制电压初始解向量 $x^{(0)} \in R^n$, 由于初始解向量的选取对整个求解过程的收敛速度和复原精度有一定的影响, 可参考 (2) 式的复原电压值进行范围约束后作为模拟退火算法的初始解向量; 定义目标函数 $f(x^{(i)})$ 为波前复原的二次非线性函数 $f(x^{(i)}) = \min \|b - Fx^{(i)}\|_2$, 其中, b 为原始入射畸变波前像差模式系数向量; F 为 CMDM 驱动电极影响函数矩阵; 设定为控制参量 $t = t_0$, 步长 $q = q_0$, $L = L_0$, $x^{(i)} \in [a, c]$ 内连续。

(2) 对于当前解 $x^{(i)}$, 新解 $x^{(j)}$ 只在其 q 领域中产生, 即随机产生一个方向矢量 $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]$, 其中, $-1 < w_1, w_2, \dots, w_n < 1$, 定义新解 $x^{(j)} = x^{(i)} + q_k \cdot w$, 根据 Metropolis 准则确定是否接受新解为当前解, 并添加对新解的可行域约束, 具体形式见下式:

$$p_i(x^{(i)} \rightarrow x^{(j)}) = \begin{cases} 1 & (f(x^{(j)}) \leq f(x^{(i)})) \\ \exp\left[\frac{f(x^{(i)}) - f(x^{(j)})}{t_k}\right] & (f(x^{(j)}) > f(x^{(i)})) \\ 0 & (a < x^{(j)} < c) \end{cases} \quad (4)$$

(3)根据在一个 M_{apKOB} 链中新解的接受率 $A_c = m/L$ (m 为该链中新解的接受次数, L 为链长) 来调整步长, 即 $q_k = g(A_c) \cdot q_{k-1}$, 其中, $g(A_c)$ 为单调递增函数。

(4)计算控制参量 t 逐步降低控制温度, 设定 $t_k = t_{k-1} \cdot \alpha^k$, 其中, $0 < \alpha < 1$, k 表示控制温度的迭代次数。对上述步骤依次进行循环迭代, 设定循环停止条件 $f(x^{(i)}) < \varepsilon$ (其中 ε 为一小数) 或者 $k < N$ (N 为最大循环次数)。

基于模拟退火算法的波前复原控制电压最优解受算法收敛速度的影响, 收敛速度主要取决于控制参量 t 和链长 L 。算法以很大概率收敛于整个可行解范围内的最优控制电压, 其搜索性能比最速下降法等局部搜索方法优越。

3 仿真和结果分析

建立一基于自适应光学系统的人眼前像差测量实验系统, 采用 37 通道微机械薄膜变形镜 (micromachined membrane deformable mirror MMDM) 和 127 个子孔径、呈六边形均匀分布的哈特曼-夏克波前传感器作为自适应光学系统的核心部件, MMDM 的复原控制电压归一化范围属于 $[-1, 1]$ 。波前模式复原中采用前 35 阶 Zernike 多项式作为复原模式基底。分别利用最小二乘法^[4]、闭环迭代^[6]和模拟退火等算法来求解模式复原控制电压, 分析比较各算法对任一人眼出射波前像差进行波前模式复原的性能。为评价上述算法性能, 可定义波前复原模式的残余误差均方根 σ_{RMS} :

$$\sigma_{RMS} = \frac{1}{s} \sqrt{\sum_{i=1}^n a_i^2} \quad (5)$$

式中, s 为波前模式重建区域面积, a_i 为残余波前的模式系数。 σ_{RMS} 越小, 算法的波前模式复原结果越好, 相反则表示复原波前越偏离入射原始畸变波前。

由于 MMDM 驱动电极引起的面型形变在一定的范围内满足准线性叠加^[9], 于是根据变形镜影响函数确定的模式最优控制电压能在一定程度上使得入射波前像差达到均方根最小。模拟退火算法在可行域范围内搜索 $x^{(i)}$ 值使得目标函数 $f(x^{(i)})$ 达到最小, 经过遍历整个域内的可行解, 保证 $f(x_{opt})$ 在可行域内全局最优。自适应光学系统一般常用于对成像光学系统进行波前像差校正从而提高系统的成像分辨率, 由于 Zernike 模式项中第 0 项 (平移量) 和第 1 项、第 2 项 (倾斜量) 一般不影响光学系统的成像质量, 所以在波前像差校正中不列入复原模式范畴。设定初始条件 $t_0 = 100$, $L = 1000$, $q_0 = 1$, 图 1 显示了分别利用闭环迭代、直接法和模拟退火所获得的变形镜驱动电压分布。由图 1 可知, 模拟退火算法求解出的驱动电极电压值

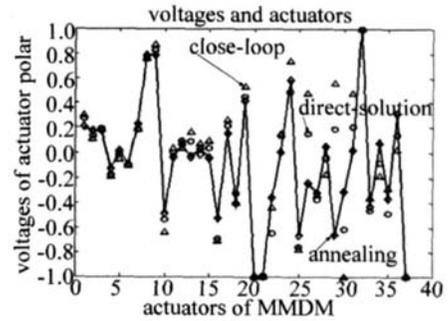


Fig 1 Control voltages of modal reconstruction of MMDM based on simulated annealing, close-loop and direct-solution

未必比闭环迭代、直接法求解所得的驱动电极电压值大, 从而证明了合适的驱动电压组合有利于波前校正残余像差达到最小。

图 2 中列出了各算法进行反演线性组合后所获得的波前像差 Zernike 模式系数, 其中基于模拟退火算法产生的波前复原模式系数更接近于“真实”的自适应光学入射畸变波前, 波前残余像差的均方根值 $\sigma_{RMS} < 0.003$ 远小于直接法、闭环迭代的模式复原残余像差, 结果更准确。

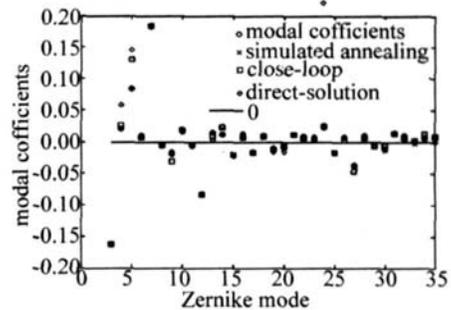


Fig 2 Modal reconstruction result and residual error based on simulated annealing, close-loop and direct-solution

计算上述各算法进行波前模式复原的相对偏差, 其结果分别为: 0.024389λ (直接法), 0.016637λ (闭环迭代), 0.002225λ (模拟退火), 说明模拟退火方法对于波前波前模式复原的准确性有了很大提高, 优于另外两种算法。分析原因, 直接法求解 MMDM 由于受控制电压可行域范围的影响, 其解一般很不可靠。采用闭环迭代模式复原方法虽能有效地控制 MMDM 校正的残余误差, 然而由于闭环迭代在求解多维控制问题时收敛缓慢, 并容易收敛至模式复原控制电压的局部最优范畴, 结果往往也很不理想, 图 1 中列出了迭代次数大于 500 时的校正入射畸变波前复原结果。基于模拟退火的波前模式复原算法直接从变形镜的控制电压和目标函数出发, 通过预先约束电压的有效范围, 不断修正控制参量 t 和步长 q , 使得变形镜控制电压逐渐靠近模式复原全局最优解。基于模拟退火的波前模式复原算法结果更加可靠, 尤其对于驱动电极线性良好的连续膜变形镜 (如压电式连续膜变形镜), 可直接求得

可行域内的最优模式控制电压。

4 结 论

提出了一种基于模拟退火算法的波前模式控制电压求解方法,通过在可行域内搜索可行解使得目标函数值趋于最小,最终获得 CMDM 的最优模式控制电压,其结果具有一定的全局最优性。该算法针对小形变量、镜面控制耦合的 CMDM,由于其波前复原的能力有限,高阶 Zernike 模式像差的复原容易使得模式控制电压超过变形镜的参量控制范围,简单剔除部分模式项或模式项组合不利于波前复原精度的提高,其结果降低了 CMDM 的波前复原能力。基于模拟退火算法的波前模式复原充分利用了现有变形镜的波前复原能力,在全局范围搜索最优多维控制电压组合,从复原结果可知,通过可行域内合适的影响函数线性组合可将入射畸变波前降到最小。

并且,由于变形镜影响函数的测量准确性制约着实际的自适应光学系统对波前畸变的校正效果。然而 CMDM 变形镜连续膜由于材料属性和力学结构等非线性因素的影响,无法用单一的线性公式去指代 CMDM 控制电极的影响函数。此日常用的直接法、闭环迭代等较难实现控制电压的求解。然而由于模拟退火方法可通过分段区域化、加权拟合等优化方式等影响函数非线性描述,从而也能获得最优模式控制电压。在此基础上,模拟退火算法可以结合最速下降、共轭梯度等局部搜索方法提高收敛速度,在自适应光学系统

具体应用中也存在一定的研究价值。

参 考 文 献

- [1] VDOV N G, M DDEIHOEK S, SARRO P M. Technology and application of micromachined silicon adaptive mirrors [J]. *Opt Engng* 2002, 23(3): 225-237.
- [2] YANG H F, JIANG Z F. Research of Zernike modal wavefront reconstruction of 19-element Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. *Laser Technology* 2005, 29(5): 484-487(in Chinese).
- [3] FANG D, CHEN H Q, LI J *et al*. The measurement of some important parameters of men's deformable mirror [J]. *Optical Instruments* 2005, 27(3): 21-27(in Chinese).
- [4] LI E D, DUAN H F, DAI Y, *et al*. Analysis of characteristics of micromachined membrane deformable mirror [J]. *High Power Laser and Particle Beams* 2006, 18(7): 1099-1104(in Chinese).
- [5] JIANG Y S, WANG S, ZHAO D Z. Algorithm for wavefront reconstruction of micromachined adaptive optical system [J]. *Optical Technique* 2001, 27(3): 220-222(in Chinese).
- [6] LI E D, DAI Y, WANG H Y. Eigen mode of micromachined membrane deformable mirror [J]. *High Power Laser and Particle Beams* 2006, 18(8): 1265-1271(in Chinese).
- [7] JIANG Y S, WANG S, ZHAO D Z. Algorithm of close loop control of micromachined adaptive optical system [J]. *Optical Technique* 2001, 27(3): 211-213(in Chinese).
- [8] ZHU J J, SUN P C, BARTSCH D U, *et al*. Adaptive control of a micromachined continuous membrane deformable mirror for aberration compensation [J]. *Appl Opt* 1999, 38(1): 168-176.
- [9] RAO X J, LIN J, JIANG W H. Experiment of measuring influence function of deformable mirror using digital interferometer [J]. *Acta Optica Sinica* 1995, 15(10): 1446-1450(in Chinese).
- [10] ZHOU R Zh. The adaptive optics theory [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1996, 1-50(in Chinese).
- [11] KANG L Sh, XIE Y, YOU Sh Y, *et al*. The simulated annealing algorithm [M]. Beijing: Science Press, 1998, 3-75(in Chinese).
- [12] HUANG J, NISSEN J A. Diffraction of light by a focused ultrasonic wave [J]. *J A P*, 1992, 71(1): 70-75.
- [13] DUNCAN D B. Visualization of surface acoustic wave by means of synchronous amplitude-modulated illumination [J]. *Appl Opt* 2000, 39(17): 2888-2895.
- [14] YAN G, XU X D, LU J *et al*. The influence of laser source on generated surface acoustic waves [J]. *Laser Technology* 2006, 30(3): 317-319(in Chinese).
- [15] ZHAO Y, SHEN Zh H, LU J *et al*. Laser thermo-elastic generated surface acoustic waves on cylindrical coating-substrate system [J]. *Laser Technology* 2006, 30(6): 647-649(in Chinese).
- [16] BARTER J D, BEACH K L, LEE P H Y. Collocate and simultaneous measurement of surface slope and amplitude of water waves [J]. *Review of Scientific Instruments* 1993, 64(9): 2661-2664.
- [17] LEE P H Y, BARTER J D, BEACH K L, *et al*. Recent advance in ocean-surface characterization by a scanning-laser slope gauge [J]. *Proc SPIE*, 1992, 1749: 234-224.
- [18] LI Q X, ZHAO M, TANG S *et al*. Two dimensional scanning laser slope gauge measurements of ocean-ripple structures [J]. *Appl Opt* 1993, 32(24): 4590-4597.
- [19] BARTER J D, LEE P H Y. Real-time wave-amplitude spectrum analyzer for air-liquid interfaces [J]. *A P L*, 1994, 64(15): 1896-1898.
- [20] BARTER J D, LEE P H Y. Imaging surface-wave analyzer for liquid surfaces [J]. *Appl Opt* 1997, 36(12): 2630-2635.
- [21] MIAO R C, ZHAO X F, SHI J J. Measurement of low-frequency surface acoustic wave on liquid surface by means of laser interference [J]. *Chinese Journal of Lasers* 2004, 31(6): 752-756(in Chinese).
- [22] MIAO R C, SHI J J, ZHAO X F. Determination of the attenuation coefficient of surface acoustic wave by means of the light interference [J]. *Acta Photonica Sinica* 2005, 34(3): 382-385(in Chinese).
- [23] SAKAI K, CHOI P K, TANAKA H, *et al*. A new light scattering technique for a wide-band ripplon spectroscopy at the MHz region [J]. *Review of Scientific Instruments* 1991, 62(5): 1192-1195.
- [24] MIAO R C, YANG Z L. Physical properties of liquid surface wave and its optical diffraction [J]. *Acta Physica Sinica* 1996, 46(9): 1521-1525(in Chinese).
- [25] MIAO R C, YANG Z L, ZHU J T, *et al*. Visualization of low-frequency liquid surface acoustic waves by means of optical diffraction [J]. *A P L*, 2002, 80(17): 3033-3035.
- [26] MIAO R C, TENG X L, YE Q. Nonlinear acoustic-optical effect from liquid surface waves at low-frequency [J]. *Acta Photonica Sinica* 2003, 32(10): 1264-1267(in Chinese).

(上接第 498 页)