

文章编号: 1001-3806(2008)04-0437-04

# 发散球面波对激光束角漂包容性能的研究

张新宝, 李寿科

(华中科技大学 机械科学与工程学院, 武汉 430074)

**摘要:** 用锥镜产生的无衍射光可以具有大光学口径和光学数值孔径, 使无衍射光对入射光束的偏心有一定的包容能力。为了研究无衍射光对激光束角向漂移(角漂)的包容性能, 采用发散球面波入射光束, 通过理论分析和试验验证可知, 发散球面波的无衍射光对激光束角漂具有良好的包容性能。结果表明, 此方法产生的无衍射光可适于作中、短距离连续空间直线度误差测量的直线基准。

**关键词:** 激光光学; 无衍射光; 包容性能; 发散球面波; 激光束角漂移; 直线度基准

中图分类号: TN24 文献标识码: A

## Study of laser beam deflection tolerance of divergent sphere Gaussian wave

ZHANG Xin-bao, LI Shou-ke

(School of Mechanical Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract** Because of the large beam diameter and special characteristics of the non-diffracting beam produced by an axicon, the non-diffracting beam can tolerate the eccentricity of the incident laser beam's axis to the axicon. For studying the additional tolerance property to the incident light beam's deflection, adopting a kind of incident divergent sphere Gaussian wave, it is proved that the divergent sphere Gaussian wave can tolerate the eccentricity of the incident laser beam's axis through theoretical analysis and practical tests. The obtained conclusion is that the axis of the non-diffracting beam produced by an axicon is very stable and can be adopted as the datum line to measure the spatial straightness error in continuous working distance, which may be short medium or long.

**Key words** laser optics; non-diffracting beam; incident divergent tolerance; divergent sphere Gaussian wave; laser beam deflection; datum line for spatial straightness

## 引言

沿着  $z$  轴方向传播的无衍射光的任何截面都有一组光环, 其大小不随距离  $d$  变化, 而且体现光束截面的中心光斑的直径小。这一特性决定了一条空间无衍射光束中心直线, 因而, 无衍射光的光轴可以用作直线度误差测量的直线基准。

ZHAO, SCOTT 和 PEREZ 等人曾进行过无衍射光技术的研究, 认为产生的无衍射光对激光束漂移具有一定的包容性能, 更适于作中、短距离连续空间直线度误差测量的基准<sup>[1-5]</sup>, 并由此基准产生相关的应用技术<sup>[6-7]</sup>。用锥镜产生的无衍射光束一般有比扩束激光束大的光

基金项目: 湖北省数字制造重点实验室开放基金资助项目(SZ0605); 国家九七三重点基础研究发展计划资助项目(2007CB714000)

作者简介: 张新宝(1965-), 男, 博士, 副教授, 主要从事激光技术应用与精密测量方面研究。

E-mail: zhangxnb@hust.edu.cn

收稿日期: 2007-04-29 收到修改稿日期: 2007-08-27

学口径和较大的数值孔径, 作为直线度的基准, 空气扰动引起的光束漂移误差比准直激光束的小<sup>[8]</sup>。但当入射激光束的轴线以  $\eta$  入射锥镜, 定义激光束偏向。从文献[2]可知, 当入射光束为平面高斯光时, 无衍射光束的光轴与锥镜的光轴成  $\sin\eta = \eta$  ( $\eta < 0.1\text{sr}$ )。即无衍射光束的光轴将跟随入射激光束偏向。

由于当  $\eta < 0.1\text{sr}$  时,  $\sin\eta \approx \eta$  说明如果以无衍射光束轴来作直线基准, 其稳定性将受到偏向的很大的影响。为了提高无衍射光束轴的稳定性, 作者研究采用球面波入射光束来减小入射光束偏向(角向漂移)的影响。

## 1 无衍射光束中心直线的误差理论分析

### 1.1 锥镜产生无衍射光束的说明

采用锥镜透镜法(见图 1)在有限长的距离内产生近似的无衍射光束, 锥镜的传递函数为:

$$\begin{cases} t(r) = \exp[-ik(n-1)r\theta], & (r \leq D_0/2) \\ t(r) = 0 & (r > D_0/2) \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$  是基于锥镜轴的锥镜径向坐标,  $n$  是折射率,  $D_0$  是锥镜的直径或者说光学孔径,  $\theta$  是锥镜

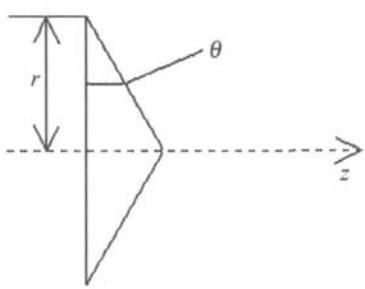


Fig 1 The sketch of a thin axicon

的锥边角,  $k = 2\pi/\lambda$  是波数,  $\lambda$  是波长, 和当  $\theta < 0.1sr$  时, 锥镜的光学数值孔径为  $(n - 1)\theta$ 。当平面波照射时, 锥镜的输出在有限长度内是无衍射光束, 且光束的截面光强分布为:

$$I_0 = C(d) |J_0(\alpha r_1)|^2 \quad (2)$$

式中,  $\alpha$  是锥镜决定的常数,  $r_1$  是一个光束截面上的基于锥镜轴的径向坐标,  $C(d)$  是与  $d$  近似呈线性比例的系数,  $J_0(\alpha r_1)$  是零阶贝塞尔函数,  $d$  是无衍射光传输距离:

$$d = r/(n - 1)\theta \quad (3)$$

(1) 当入射光波是近似高斯波的 He-Ne 激光束时, 激光束的光场分布为:

$$E = \frac{1}{w(d)} \exp\left[-\frac{r_{\infty}^2}{w(d)^2}\right] \times \exp\left[-\left[k\left(d + \frac{r_{\infty}^2}{2R(d)}\right) - \phi(d)\right]\right] \quad (4)$$

式中, 高斯波波前的曲率  $R(d) = d + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{1}{d}$ , 其

中, 距离  $d$  处的高斯波半径  $w(d) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda d}{\pi w_0^2}\right)^2}$ , 高斯波波前的相位  $\phi(d) = \tan^{-1}(\lambda d / \pi w_0^2)$ 。 $w_0$  是激光束束腰半径,  $r_{\infty} = \sqrt{X^2 + Y^2}$  是以激光束的光轴为  $Z$  轴的径向坐标。

(2) 当 He-Ne 激光束是发散时, 在锥镜发散球面高斯波的光场分布为:  $E = \frac{1}{w(d)} \exp\left[-\frac{r_{\infty}^2}{w(d)^2}\right] \times$

$$E_t = \frac{\exp[i\phi(R)]}{w(R)} \exp\left[-\frac{[r\cos\phi(R)\cos\eta - R\sin\eta]^2 + [r\sin\phi(R)]^2}{w(z)^2}\right]. \exp\left[-k\left[r\cos\phi(R)\sin\eta + R\cos\eta + \frac{\left[\left(\frac{w(R)}{w_0}\right)^2 - 1\right] \cdot [(r\cos\phi(R)\cos\eta - R\sin\eta)^2 + (r\sin\eta)^2]}{2[r\cos\phi(R)\sin\eta + R\cos\eta] \cdot \left[\frac{w(R)}{w_0}\right]^2}\right]\right] \quad (6)$$

则锥镜后面  $z_1$  处的衍射光场用极坐标可写成:

$$F_z(r_b, \xi) = \frac{\exp(-ikz_1)}{i\lambda z_1} \cdot \frac{\exp[i\phi(R)]}{w(R)} \iint ds \exp\left[-\frac{[r\cos\phi(R)\cos\eta - R\sin\eta]^2 + [r\sin\phi(R)]^2}{w(z)^2}\right]. \exp\left[-k\left[r\cos\phi(R)\sin\eta + R\cos\eta + \frac{\left[\left(\frac{w(R)}{w_0}\right)^2 - 1\right] \cdot [(r\cos\phi(R)\cos\eta - R\sin\eta)^2 + (r\sin\eta)^2]}{2[r\cos\phi(R)\sin\eta + R\cos\eta] \cdot \left[\frac{w(R)}{w_0}\right]^2}\right]\right] \cdot \exp[-k(n-1)r\theta] \times$$

$$\exp\left\{-i\left[k\left(d + \frac{r_{\infty}^2}{2R(d)}\right) - \phi(d)\right]\right\} \quad (5)$$

由于激光束的发散半角  $\delta_0$  很小而其曲率半径又很大, 在锥镜处的截面可以近似代表球面部分, 并且  $r_{\infty}$  可以当作直线距离。

## 1.2 锥镜对球面波入射光束的偏向的自定轴能力

当球面高斯入射波偏向且偏向角  $\eta$  比发散半角  $\delta_0$  小时, 利用菲涅耳衍射模式来研究无衍射光的光轴和锥镜的轴的关系, 如图 2 所示。

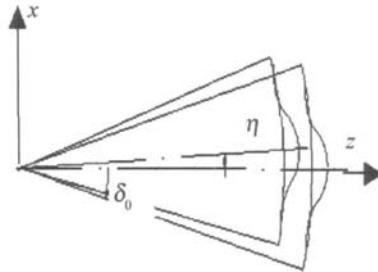


Fig 2 The schematic drawing of the incident divergent sphere Gaussian wave being tilted

设以激光束的轴为  $Z$  轴的正交坐标系为  $X, Y, Z$ , 以锥镜的轴为  $z$  轴的正交坐标系为  $x, y, z$ , 以锥镜的轴为  $z$  轴的球坐标系为  $(pr, \phi(R), p\theta)$ 。且  $Y$  轴等同于  $y$  轴。让激光束的  $Z$  轴绕  $y$  轴偏向  $\eta$  (见图 3)。

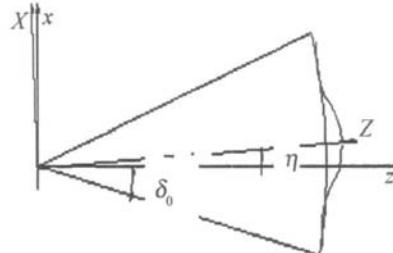


Fig 3 The schematic drawing of the coordinate transform of the incident divergent sphere Gaussian wave

那么, 以激光束的轴为  $Z$  轴的球坐标系的坐标为  $(pr, \phi(R), p\theta - \eta)$ 。可得到球面高斯入射波的光场为:

$$\exp \left\{ \frac{k[r^2 + r_1^2 - 2r_1 \cos(\phi(R) - \xi)]}{2z_1} \right\} r dr d\phi(R) \quad (7)$$

式中,  $x_1, y_1$  是锥镜后面  $z_1$  处截平面的直角坐标,  $r_1 = (x_1^2 + y_1^2)^{1/2}$  和  $\xi$  极坐标。

当  $w_0 \lambda v(R)$  不同时, (7) 式有不同形式。

(1) 当  $w(R) \gg w_0$ ,  $w_0 \lambda v(R) \approx 0$  则  $\frac{[w(R) \lambda v_0]^2 - 1}{[w(R) \lambda v_0]^2} = 1$ 。这说明入射光束是发散球面高斯波。因  $\eta$  很小,  $|R| \gg r_1 \cos \eta \approx 1$  故  $|R| \cos \eta \gg r \cos \phi(R) \sin \eta$  则用稳相法处理<sup>[9]</sup>, 可表示为:

$$E_z(r_1, \xi) = \frac{\exp(-kz_1)}{i\lambda z_1} \cdot \frac{\exp[i\phi(R)]}{w(R)} \cdot \sqrt{\frac{Rz_1\pi}{2k(R-z_1)}} \times r_p J_0(r_p, r_1, \xi) \exp\left[-\frac{r^2 + (R \sin \eta)^2}{w(R)^2}\right] \cdot \exp\left\{-\frac{\pi}{4} + \left[-R - \frac{r_p^2 + (R \sin \eta)^2}{2R} - (n-1)r_p \theta + \frac{r_p^2 + r_1^2}{2z_1}\right]\right\} \quad (8)$$

式中,  $r_p = \frac{(n-1)\theta R z_1}{R-z_1}$ , 且零阶贝塞尔函数  $J_0(r_p, r_1, \xi) = \int_0^{2\pi} \exp\left[\frac{2Rr_p \cos \phi(R) \sin \eta}{w(R)^2} - \frac{kr_p r_1 \cos(\phi(R) - \xi)}{z_1}\right] d\phi(R)$ 。

由一组光环组成的衍射模式是近似的零阶贝塞尔光环, 且它的中心是:

$$(r_p, \xi) = (0, 0) \quad (9)$$

衍射模式的最大光强沿  $z$  轴变化很慢且光环的宽度缓慢增大。(9) 式表明无衍射光束的轴不随偏向而变化。

(2) 当  $0 < w_0 \lambda v(R) < 1$ , 它意味着入射光束是发散球面高斯波。

这种情况下, 可以用数值分析的方法来分析。由一组光环组成的衍射模式是近似的零阶贝塞尔光环, 且它的中心是:

$$\begin{cases} \xi = 0 \\ r_1 \in z_1(0 \sim \sin \eta) \end{cases} \quad (10)$$

衍射模式的最大光强沿  $z$  轴变化缓慢且光环的宽度会增大, 这与第(1)种情形类似。(10) 式表明, 无衍射光束的轴的偏向比  $\eta$  小。

所以, 由发散球面高斯波入射光束通过锥镜产生的无衍射光束的轴是更加稳定的。

## 2 数值模拟和实验结果

直线度基准的误差测量实验系统框图见图 4。它可以用作简单的直线度的误差测量实验系统, 也可以测量无衍射光束的轴的变动。其基本原理是: 激光器的激光束经过发散球面波发生器和锥镜形成无衍射光, 利用锥镜形成的贝塞尔函数光环作直线度误差测

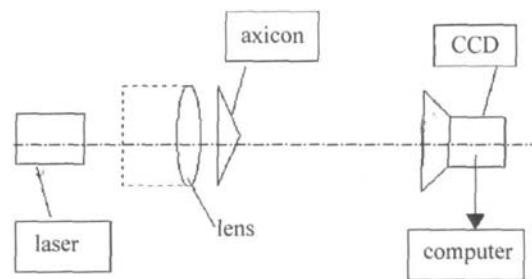


Fig 4 A schematic figure of the straightness error measuring system

量的基准—— $Z$  轴, 某截面光环被摄像机采集后存储于计算机, 然后求出光环的中心。所有截面光环的中心的集合代表无衍射光的轴心线。

试验中用的锥镜的  $n = 1.51$ ,  $\theta = 0.01 \text{ sr}$ ,  $D_0 = 20 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$ 。令  $R = -470 \text{ mm}$  和  $w(R) = 10 \text{ mm}$ , 则  $\delta_0 \leq 10/470 \text{ sr}$ 。令  $z = 630 \text{ mm}$ , 理论上  $w(R)/w_0 \geq 100$ 。具有偏心和偏向的球面波入射光束的无衍射光束的截面图像沿锥镜的轴是变化的, 但仍然近似为零阶贝塞尔光环。图 5 说明具有偏心 0.4mm 和偏向  $+0.005 \text{ sr}$  的球面波入射光束的无衍射光束的截面图像近似为零阶贝塞尔光环。

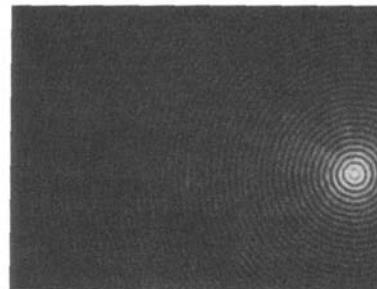


Fig 5 A schematic image of the zero-order diffracting beam of the incident divergent sphere Gaussian wave with the eccentricity and the deflection

只让激光器变动, 光环的中心偏移。这表明无衍射光束的光轴对锥镜的轴偏移了。光学条纹的中心的理论偏移  $\Delta$  由(8)式计算得到。图 6 是偏向  $\Delta/z$  与球面波入射光束的偏向  $\eta$  的理论关系曲线。而图 7 是试验关系曲线。

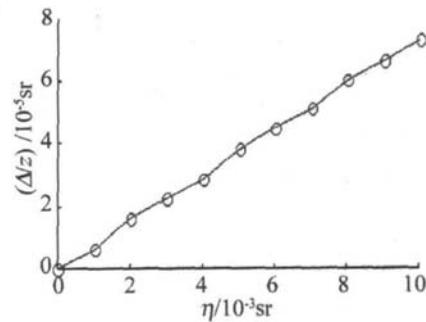


Fig 6 The theoretically related curve between the theoretical ratio  $\Delta/z$  and the deflection  $\eta$  of the incident divergent sphere Gaussian wave

图 6 中的理论比例系数  $\Delta/z/\eta \approx 0.008$ , 图 7 中的试验比例系数约为 0.04。由图 6 和图 7 可以看出, 锥镜对球面高斯波入射光束的偏向具有很好的包容能

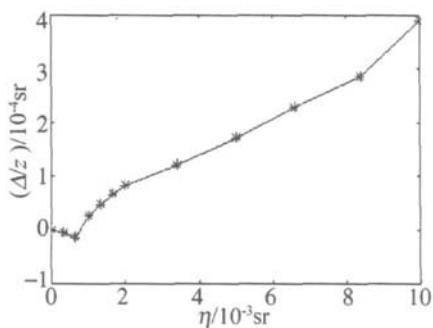


Fig 7 The related test curve between the ration  $\Delta/z$  and the deflection of the incident divergent sphere Gaussian wave

力。球面波入射光束经过锥镜产生的无衍射光束的光轴的稳定性比平面波的稳定得多。

发散球面高斯波入射光束的偏向的实际影响比理论的大,这是由于所用的激光束是近似的高斯波且实际锥镜不是绝对的薄锥镜。

### 3 结 论

球面波入射光束经过锥镜产生的无衍射光束的光轴受球面波入射光束的偏向影响比受平面波的偏向的影响更小。这说明无衍射光束球面波入射光束的偏心和偏向具有很好的定轴能力。球面波入射光束经过锥镜产生的无衍射光束的光轴更加稳定。

综上所述,锥镜对球面高斯波入射光束具有很好

(上接第 436 页)

明,在考虑多次反射情况下,一定范围内锥角对耦合效率的影响相对较小;半锥宽度是影响耦合效率冗余度的主要因素;耦合效率对相对平移比较敏感,但对相对倾斜具有较高的冗余度。

### 参 考 文 献

- [1] ZHAO Y, LI P Sh, PU Zh B. Analysis on the coupling efficiency between semiconductor laser diode and single-mode fibers [J]. Optical Technique, 1999, 25(6): 7-10 (in Chinese).
- [2] WU H D, BAMES F S M icrolenses coupling light to optical fiber [M]. New York: IEEE Press, 1991: 49-51.
- [3] RUSSO V, RICHINGTON C, SOTTINI S, et al. Lens-end fibers formed applications: a new fabrication technique [J]. Appl Opt, 1984, 23(19): 3277-3278.
- [4] FENG Zh J, ZENG X D, AN Y Y. An analysis of the coupling efficien-

的包容能力,所以球面波入射光束经过锥镜产生的无衍射光束的光轴适于作长、中或短距离连续空间直线度误差测量的基准。

### 参 考 文 献

- [1] ZHAO B, LI Zh. Influence of eccentricity of wave front to diffraction of axicon [J]. Applied Laser, 1997, 17(6): 247-250 (in Chinese).
- [2] ZHAO B, LI Zh. Diffraction property of an axicon in oblique illumination [J]. Applied Optics/Optical Technology and Biomedical Optics, 1998, 37(13): 2563-2567.
- [3] ZHANG X B, ZHAO B, LI Zh. Measurement method of spatial straightness error using non-diffracting beam and Moire fringe technology [J]. Journal of Optics, 2004, A6(1): 121-126.
- [4] SCOTT G, MCARDLE N. Efficient generation of nearly diffraction-free beams using an axicon [J]. Opt Engng, 1992, 31(12): 2640-2643.
- [5] PEREZ M V. Diffraction patterns and zone plates produced by thin linear axicons [J]. Journal of Modern Optics, 1986, 33(9): 1161-1176.
- [6] ZHANG X B, ZHAO B, LI Zh. A collimating tracking and positioning laser system with non-diffracting beams and Moire fringe technology [J]. Laser Technology, 2001, 25(2): 118-121 (in Chinese).
- [7] ZHANG X B, LI Zh. A coaxial measuring system for a hole using non-diffracting beam [J]. Laser Technology, 2004, 28(1): 166-169 (in Chinese).
- [8] LEV Y L. Applied optics: a guide to optical system design [M]. New York: Wiley, 1980: 451-456.
- [9] BORN M, WOLFE E. Principles of optics [M]. 2nd ed. New York: Pergamon, 1964: 752-754.

cy of the laser diode to the semi-tapered multimode fiber [J]. Journal of Xidian University, 2002, 29(6): 760-763 (in Chinese).

- [5] LIN B, ZENG X D, AN Y Y. Analysis on the laser diode multimode fiber coupling efficiency [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(10): 1200-1203 (in Chinese).
- [6] TAN X D, REN G, CAI B W, et al. Theoretical and experimental study on coupling efficiency of LD at different fiber inclined surface [J]. Laser Technology, 2005, 29(1): 59-61 (in Chinese).
- [7] LI P, ZHANG Q, SHENG Sh Zh, et al. Coupling efficiency research of diode laser coupled to acylindrical lensed multimode fiber [J]. Optical Instruments, 2006, 28(3): 52-55 (in Chinese).
- [8] LU B D. Laser optics [M]. 2nd ed. Chengdu: Sichuan University Press, 1992: 60-71 (in Chinese).
- [9] LIW J, YANG A F, WANG Sh Y, et al. Study of space coupling technology of fiber bundle coupling LD output beams [J]. Laser Technology, 2006, 30(3): 304-307 (in Chinese).