

文章编号: 1001-3806(2008)04-0387-03

哈特曼-夏克波前传感器的最优模式复原

童 桂, 廖文和*, 梁 春

(南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016)

摘要: 为了减少波前探测斜率噪声对基于哈特曼-夏克波前传感器的 Zemike 复原模式的影响, 采用对波前复原矩阵斜率噪声影响的相关分析和线性解耦变换的方法, 得到一组基于哈特曼-夏克传感器斜率探测噪声的 Zemike 最优复原模式, 通过合理剔除波前模式复原中易受噪声影响的模式组合, 减少了波前测量噪声引起的波前模式复原误差; 采用蒙特卡罗随机试验法, 验证了一子孔径成方形排布的波前传感器对于波前斜率噪声的受影响程度, 仿真结果显示, 复原模式系数误差由 0.0212λ 下降为 0.0048λ 。结果表明, 在剔除部分模式项后, 最优复原模式统计优化对于滤除波前斜率探测噪声有一定的作用, 提高了波前探测器的探测精度和复原能力。

关键词: 测量与计量; 最优模式; 相关分析; 探测噪声

中图分类号: TP212.14 **文献标识码:** A

The optimal model reconstruction of Hartmann-Shack wavefront sensor

TONG Gui, LAO Wen-he, LIANG Chun

(College of Mechanical & Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Reconstruction modes of Hartmann-Shack wavefront sensor have direct influence on the precision of sensing and reconstruction of incident wavefront. Because reconstruction modes of Zemike polynomials based on Hartmann-Shack wavefront sensor were easy to be influenced by the gradient sensing noise, optimal reconstruction modes according to the wavefront sensing noise were put forward by the correlation analysis and decoupling transform of wavefront reconstruction matrix. Furthermore, the error of wavefront model reconstruction thanks to the wavefront sensing noise can be reduced by filtering the portion of the optimal modes. By Monte-Carlo's random experiment, the antinoise level of Hartmann-Shack wavefront sensor whose subapertures distributes at a square was verified. As a result, the reconstruction error reduced from 0.0212λ to 0.0048λ after getting rid of the part of optimal reconstruction. The way to analyze the optimal reconstruction modes has an effect on filtering the wavefront gradient sensing and improve the sensing precision of wavefront sensor.

Key words: measurement and metrology; optimal modes; correlation analysis; gradient sensing noise

引 言

哈特曼-夏克 (Hartmann-Shack, H-S) 波前传感器常作为自适应光学系统的核心器件之一, 用于探测入射孔径内的畸变波前^[1-2]。波前复原算法通常采用区域法、直接斜率法和模式法^[3-4], 入射畸变波前的模式法复原有助于对自适应光学的理解, 在一些特殊应用场合 (例如人眼波前像差测量) 模式法与传统的离焦、像差等相对应, 其中模式法经常采用以 Zemike 多项式为基底函数进行波前模式复原^[5-6]。由于 H-S 波前传感器的空间分辨率是有限的, 其理论上的空间分辨率

不会好于 $1/d$ (d 为传感器子孔径直径), 所以基于 Zemike 模式法可准确复原模式阶数也有范围。YANG 等人^[7]分析了不同子孔径分布的模式正交化原理, 得出了模式耦合是影响模式复原精度的主要原因。DUAN 等人^[8]分析了模式正交性对于波前测量的影响, 指出模式正交性并不是模式复原的必要条件。LI 等人^[9-11]介绍了在湍流大气中 H-S 传感器的波前模式探测误差。通过上述文献可知, 模式正交性并非模式复原的必需条件, 在复原矩阵满秩的情况下, 通过正交化方法即可准确复原波前的曲面形式。然而由基于 Zemike 多项式的模式复原算法具体形式可知, H-S 波前传感器的波前探测误差对于波前模式复原结果的影响最终可理解为波前探测误差导致子孔径内波前形心的位置偏移, 从而引起子孔径波前探测的斜率噪声。由于波前探测斜率噪声对于复原模式的影响彼此相关, 误差对于波前探测精度的影响较难通过剔除部分模式项进行滤波。于是作者提出一种对于波前斜率探

基金项目: 国家八六三高技术研究发展计划资助项目 (2006AA020804)

作者简介: 童 桂 (1978-), 男, 博士研究生, 主要从事生物医学和自适应光学的研究。

* 通讯联系人。E-mail: cnwho@nuaa.edu.cn

收稿日期: 2007-05-14; 收到修改稿日期: 2007-10-16

测误差解耦的最优复原模式,通过该模式序列不仅能准确复原由斜率探测所获得的波前模式分布,而且在合理分析优选最优复原模式后,对于波前斜率探测噪声有一定抑制作用,从而减小探测误差对波前模式复原系数的影响。

1 H-S波前模式复原

典型 H-S波前传感器由一组微透镜阵列和 CCD 组成,其中微透镜阵列将入射波前分解为若干子孔径内的子波前分别聚焦在探测 CCD 上,通过计算 CCD 上实际焦点像和理想焦点位置之间的偏移量,从而得到子孔径内的平均斜率。波前传感器的斜率测量精度与波前传感器子孔径尺寸布局、CCD 光电噪声、CCD 读出噪声等多种因素有关。在不考虑波前探测噪声时,定义基于波前传感器的波前模式复原算法:

$$G a = g \tag{1}$$

式中, $G \in R^{m \times n}$ 波前模式复原微分矩阵, m 为子孔径的总数, n 为模式复原中 Zernike 多项式阶数; $a = [a_1, a_2, \dots, a_n]$, 为 Zernike 多项式系数; $g = [g_1, g_2, \dots, g_n]$, 为波前测量的平均斜率。通常情况下, $m > n$, 则超定方程组求解:

$$a = G^+ g \tag{2}$$

式中, G^+ 为矩阵 G 的广义逆矩阵。由波前模式复原算法拟合的波前像差:

$$W(x, y) = \sum_{i=1}^N a_i Z_i(x, y) + \epsilon_N \tag{3}$$

式中, $W(x, y)$ 为指定拟合的入射畸变波前, a_i 为 Zernike 多项式模式复原系数, $Z_i(x, y)$ 为各阶 Zernike 多项式, ϵ_N 为拟合残余误差。归一化的 Zernike 多项式在单位圆 s 中满足:

$$\int_{s} Z_i(x, y) Z_j(x, y) ds = \begin{cases} 0, & i \neq j \\ 1, & i = j \end{cases}; (i, j = 1, 2, \dots, n) \tag{4}$$

2 H-S波前传感器的模式复原误差

2.1 无斜率探测噪声下 H-S波前模式复原

由 (2) 式复原波前像差,其中广义逆矩阵可由正则方程组定义,即:

$$a = G^+ g = (G^T G)^{-1} G^T g \tag{5}$$

其中广义逆矩阵 $G^+ = (G^T G)^{-1} G^T$ 。入射畸变波前通过 Zernike 多项式进行模式拟合,理论上应通过无限项 Zernike 模式拟合才不会出现波前复原误差,然而这种情况实际上是无法满足的。通过有限阶 Zernike 多项式进行拟合,必然带来了模式截断误差和模式混淆误差^[10]。

无探测噪声下基于波前传感器模式复原算法的截

断误差和混淆误差可表示为:

$$\sigma_s^2 = \sigma_c^2 + \sigma_m^2 \tag{6}$$

式中,截断误差 $\sigma_c^2 = \sum_{j>p}^q a_j^2$;混淆误差 $\sigma_m^2 = \sum_{j=1}^p (a_j - \bar{a}_j)^2$,其中, \bar{a}_j 为有限项 Zernike 模式复原系数;当 $p = q \leq 2m$ 时, $\sigma_c^2 = \sigma_m^2 = 0$;当 $p > q$ 时, $\sigma_c^2 = 0$,低阶模式像差混淆为高阶模式像差;当 $p < q$ 时, $\sigma_c^2 \neq 0$,此时高阶像差混淆为低阶像差。

假设一畸变波前由前 65 阶 Zernike 多项式组成,模式系数在一定范围内随机产生,通过选取不同模式项数的模式复原算法可以考察无探测噪声时波前模式复原误差的变化情况,拟合结果如图 1 所示。其中模

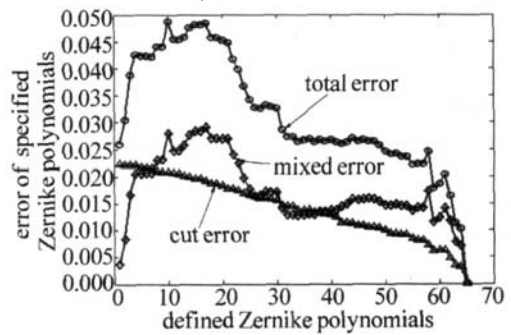


Fig 1 The cutting error and confusion error based on the Zernike modal reconstruction

式截断误差随着模式复原阶数的增加而减少;而模式混淆误差的情况比较复杂,跟具体的 Zernike 模式有关,结果显示由前 30 项 ~40 项复原时混淆误差变化不大;总的模式复原误差也跟具体涉及的复原模式有关。

2.2 斜率探测噪声下最优模式复原

H-S波前传感器是通过测量子孔径区域范围内的系统平均斜率来重建畸变波前形态,所以系统误差、测量误差等最终都可以反映在测量所得到的斜率误差上。斜率测量噪声 g_n ,通常都可以看作是零均值的高斯白噪声^[9],即:

$$\langle g_n g_n \rangle = I \sigma_n^2, \langle g g_n \rangle = 0 \tag{7}$$

式中, σ_n 是斜率噪声的方差; $\langle \# \rangle$ 表示向量内积; I 是 n 维单位矩阵。由于斜率噪声对于 Zernike 多项式模式像差的影响是耦合的,即任何一子孔径斜率误差 g_n 不仅影响某一单项 Zernike 多项式,而是引起多项 Zernike 模式像差产生误差:

$$G a' = g + g_n \tag{8}$$

a' 斜率探测噪声下的模式复原系数向量, a 为无探测噪声下的模式复原系数向量,则由 Zernike 模式复原系数相关矩阵:

$$C_{a'a'} = (a' a')^T = G^+ (g + g_n) (g + g_n)^T (G^+)^T \tag{9}$$

则由 (7) 式可知:

$$C_{a'a'} = G^+ g g^T (G^+)^T + G^+ g_n g_n^T (G^+)^T =$$

$$G^+ g g^T (G^+)^T + G^+ (G^+) \sigma_n^2 \quad (10)$$

由 (10) 式可知,复原模式系数向量不仅与入射畸变波前的斜率向量有关,而且也与斜率探测噪声有关。由于矩阵 $G^+ (G^+)^T$ 不是单位对角阵,则复原模式系数向量之间彼此相关。举例而言,假如入射波前中只有球差项,则由于波前探测器探测噪声的影响,复原模式中不仅仅包含球差模式项,并且斜率探测噪声对于各阶 Zernike 波前模式复原影响程度各异。

对波前探测噪声复原相关矩阵进行奇异值分解:

$$C_z = G^+ (G^+)^T = U \Sigma U^T, U^T C_z U = \Sigma \quad (11)$$

式中, Σ 是对角阵, U 满足 $U^T U = I$ 。

定义一个由 Zernike 多项式组成最优复原模式,

$$M_j(x, y) = \sum_{i=1}^n U(i, j) Z_i(x, y), \text{ 则对于一波前像差}$$

$$W(x, y) \text{ 有: } \sum_j^n M_j(x, y) m_j = W(x, y) + \epsilon' \quad (12)$$

易证明: $m = U^T a$ 和 $m = U^T G^+ g$, 其中 m, a 分别为最优模式 $M_i(x, y)$ 和模式 $Z_i(x, y)$ 的复原模式系数。

斜率探测误差对于各阶 $M_i(x, y)$ 影响是解耦的, 并且模式阶数越大, 噪声的影响越小; 为减小误差的影响, 可剔除复原模式中对斜率误差变化敏感的低阶模式项。最优模式 M 空间特征和波前传感器子孔径布局有关, 不同的子孔径分布其最优复原模式也不相同, 具体形式决定了波前斜率误差的影响程度。仿真绘制了一由 127 个子孔径组成、成六边形排布和一由 64 个子孔径组成、成方形排布的 H-S 波前传感器的最优复原模式, 图 2 中分别显示了其第 3 阶, 第 23 阶, 第 34 阶最优模式对应空间形式。

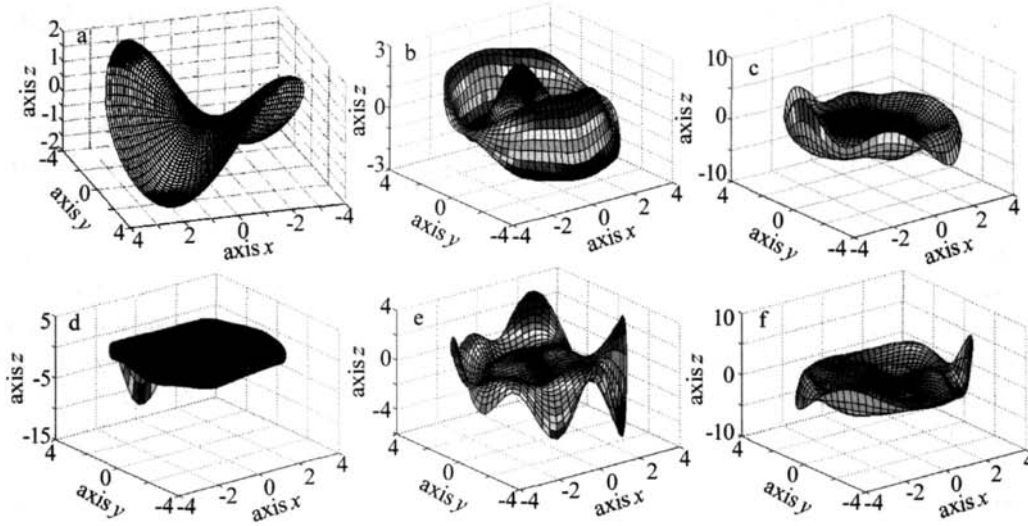


Fig 2 Corresponding optimal modes of different distribution of H-S wavefront sensor subapertures

由图 2 可知,最优模式 M 具体空间特征和波前传感器子孔径布局有关,不同的子孔径分布其最优复原模式也不相同,具体形式决定了波前斜率误差的影响程度。波前探测器子孔径的探测斜率变化对模式复原系数影响越大,则噪声对于该模式影响也越大,由奇异值分解可知,斜率误差对最优模式系数的影响程度随阶数增大而减小。

为验证斜率探测误差对波前复原有很大影响,假设一波前传感器的子孔径为 6×6 方形分布,随机斜率探测白噪声的信噪比为 30dB,基于 H-S 传感器模式复原

结果见表 1,其中定义波前复原的标准偏差 $\sigma_s = \frac{1}{s} \times$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n (\hat{a}_i - a_i)^2}$$

。式中, \hat{a}_i 为带有探测噪声的模式复原系数, a_i 是无探测噪声时的模式复原系数, σ_s 表征了探测噪声下模式复原像差偏离波前像差真实值的程度。表 1 中,最后一列是去除正交模式 $M_1(x, y)$ 后复原的

Table 1 The results of optimal modal reconstruction of H-S wavefront sensor

item s	preset coefficients/ λ	coefficients with noise/ λ	coefficients with compete modes/ λ	coefficients with incomplete modes/ λ
4	- 0. 45013	- 0. 4554332	- 0. 4554332	- 0. 445402995
5	0. 26886	0. 2616816	0. 2616816	0. 26514393
6	- 0. 10684	- 0. 1120198	- 0. 1120198	- 0. 102872022
7	0. 01402	0. 00349719	0. 00349719	0. 015095928
8	- 0. 3913	- 0. 3592042	- 0. 3592042	- 0. 392770631
9	- 0. 2621	- 0. 262842	- 0. 262842	- 0. 261101733
10	0. 04353	0. 03253467	0. 03252467	0. 049808407
σ_s		0. 0212	0. 0212	0. 0048

Zernike 多项式系数,其标准偏差较去除模式之前的标准偏差有所改善,由 0.0212 λ 下降为 0.0048 λ ,说明其复原结果更接近于原始真实入射波前。

3 小 结

作者提出了一种基于 H-S 波前斜率探测噪声最优复原模式,斜率探测噪声对于该复原模式的影响正 (下转第 392 页)

图3是在40GHz/80GHz调制带宽下XPM对分光比 $f=0.2$ 的NOLM输出信号波形(见图3a)和频谱(见图3b)的影响。由于XPM的影响,输出调制波波形畸变,同时由于XPM效应的非互易性,输出功率也发生改变。在频谱上,XPM导致输出信号旁瓣泄露,调制带宽越大,出现的谐波分量也越多。

图4是在40GHz/80GHz调制带宽下XPM对NOLM开关性能的影响,其中 $\gamma P_m L = 1$ 。当 $f=0$ 和 $f=1$ 时,光纤环内只有一个方向的光场,因而也就没有XPM;当 $f=0.5$ 时,光纤环内两光场相等,XPM相移完全相同而互相抵消,因而也不会影响NOLM的通断性能。由于XPM效应的非互易性,XPM对NOLM开关性能的影响在 $f \in (0, 0.5)$ 和 $f \in (0.5, 1)$ 区间明显不同:在 $f \in (0, 0.5)$ 区间由于反射增强而透射减少从而导致 T_m 下降;而在 $f \in (0.5, 1)$ 区间则情况刚好相反。

3 结论

在宽带NOLM微波光子开关中,XPM造成调制波波形畸变,信号功率旁瓣泄露,并且随着调制带宽的增大,旁瓣泄露愈加严重。同时由于XPM效应的非互易性,NOLM功率传输函数扭变,在耦合器分光比 $f \in (0, 0.5)$ 区间减少,而在 $f \in (0.5, 1)$ 区间增大。

(上接第389页)

交解耦。通过分析斜率探测噪声对各阶最优模式的影响程度后合理剔除受噪声影响严重的模式项,从而可提高波前模式复原精度。最优复原模式主要跟H-S传感器的子孔径空间分布有关,因此,也反映了H-S波前传感器对于波前斜率探测噪声的忍受程度。通过仿真方形 8×8 个子孔径分布的H-S波前传感器,上述最优模式确实能减少斜率探测噪声对波前复原的影响,因此具备一定的研究应用价值。

参考文献

- [1] ZHOU R Zh. The adaptive optics theory [M]. Beijing: Beijing University of Technology Press, 1996: 1-50 (in Chinese).
- [2] PLATTB C, ROLAND S. History and principles of Shack-Hartmann wavefront sensing [J]. Refractive Surgery, 2001, 17(5): S573-S577.
- [3] SEIFERT L, LIESENER J, TZAN I H J, et al. The adaptive Shack-Hartmann sensor [J]. Opt Commun, 2003, 216: 313-319.
- [4] LIB, YU X. Application of wavelet transform to zonal wavefront reconstruction [J]. Optical Technique, 2001, 27(3): 206-211 (in Chinese).

参考文献

- [1] SEEDS A J, WILLIAMS K J. Microwave photonics [J]. IEEE Journal of Lightwave Technology, 2006, 24(12): 4628-4641.
- [2] SEEDS A J. Microwave photonics [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2002, 50(3): 877-887.
- [3] DORAN N J, DAV D W. Nonlinear optical loop mirror [J]. Opt Lett, 1988, 13(1): 56-58.
- [4] NELSON B P, BLOW K J, CONSTANTINE P D, et al. All-optical Gbit/s switching using nonlinear optical loop mirror [J]. Electron Lett, 1991, 27(9): 704-705.
- [5] MA H Q, ZHAO W, ZHANG W, et al. Wavelength-tunable passively mode locked fiber lasers [J]. Laser Technology, 2006, 30(3): 289-291 (in Chinese).
- [6] ZHONG X Q, LI D Y, CHEN J G. Further analysis of modulation instability induced by cross-phase modulation [J]. Laser Technology, 2004, 28(4): 427-430 (in Chinese).
- [7] YUAN M H, SUN X H. Impact of XPM on the performance of optical switching with NOLM [J]. Proc SPIE, 2006, 6389: 638919-1-638919-10.
- [8] YUAN M H, ZHANG M D, SUN X H. Impact of XPM on the performance of NOLM switch [J]. Acta Photonica Sinica, 2006, 35(6): 838-841 (in Chinese).
- [9] CHEN J, KIM H, CHUNG Y C. Cross-phase modulation in short-period dispersion managed fiber [J]. IEEE Photonics Technology Letters, 2001, 13(7): 663-665.
- [10] AGRAWAL G P. Nonlinear fiber optics [M]. 2nd ed. New York: Academic, 1995: 122.
- [11] LANE R G, TALLON M. Wavefront reconstruction using a Shack-Hartmann sensor [J]. Appl Opt, 1992, 31(32): 6902-6908.
- [12] NOLL R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence [J]. Opt Engng, 1977, 16(8): 1065-1072.
- [13] YANG H F, JIANG Z F. Research of Zernike modal wavefront reconstruction of 19-element Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. Laser Technology, 2005, 29(5): 484-487 (in Chinese).
- [14] DUAN H F, LI D Y, WANG H Y, et al. The effect of mode orthogonality on precision of wavefront measurement and correction using Hartmann-Shack sensor [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(9): 1143-1148 (in Chinese).
- [15] JIANG W H, XIAN H, SHEN F, et al. Detecting error of Shack-Hartmann wavefront sensor [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 1998, 15(2): 218-318 (in Chinese).
- [16] LIX Y, JIANG W H. Zernike modal wavefront reconstruction error of Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. Acta Optica Sinica, 2002, 22(10): 1236-1241 (in Chinese).
- [17] RODDIER N. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomial [J]. Opt Engng, 1990, 29(10): 1174-1180.