

文章编号: 1001-3806(2008)01-0080-04

抽样对复合傅里叶变换轮廓术的影响

沈 洋, 陈文静*

(四川大学 光电科学技术系, 成都 610064)

摘要: 为了研究抽样对复合傅里叶变换轮廓术测量精度的影响, 避免因抽样造成的频谱混叠, 采用梳状函数对连续变形条纹进行抽样的方法, 并结合卷积性质, 在相位方向和其垂直方向上分别进行了讨论, 从而得到了在实际测量中两个方向上抽样频率的选择依据。结果表明, 在相位方向上, 抽样频率应至少为基频的 4 倍; 在垂直方向上, 抽样频率必须至少为两个载频中较大频率的 3 倍。计算机模拟和实验验证了理论分析的正确性。

关键词: 激光物理; 抽样; 频谱混叠; 复合傅里叶变换轮廓术

中图分类号: TN247.0438.2 **文献标识码:** A

Influence of sampling on composite Fourier-transform profilometry

SHEN Yang CHEN Wenjing

(Department of Optoelectronics, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract To study the influence caused by sampling here a method in which the comb function was introduced to sample the fringe patterns was adopted. Combining with the knowledge of the convolution properties, the phase error caused by sampling in practical composite Fourier-transform profilometry was discussed along two directions, one is along the phase variation direction and the other is the vertical direction. The criterions for the selection of sampling frequency are derived respectively along both the directions, and the results indicate that the sampling frequency along the phase variation direction must be at least four times as the fundamental frequency in order to avoid the spectrum overlapping and along the orthogonal direction the sampling frequency must be at least three times as the larger frequency of the two carrier frequencies. The computer simulation and experiments verify the theories.

Key words laser physics; sampling; spectrum overlapping; composite Fourier-transform profilometry

引 言

自 TAKEDA 等人^[1-2]提出傅里叶变换轮廓术 (Fourier transform profilometry, FTP) 以来, 由于该方法在三维面形光学测量中具有单帧获取、全场分析和高分辨率等优点, 因此受到人们的广泛关注^[3-5]。但在该测量方法中, 零频和高次谐波会对包含有被测物体高度信息的基频分量产生影响, 从而限制了其测量范围^[4]。在 FTP 基础上采用正弦投影和 π 相移技术可以将测量范围提高到原来的 3 倍^[5], 但是测量系统中要安装精密相移装置, 增加了系统的复杂性, 并且需要采用两帧具有 π 相位差的正弦光栅^[5], 影响了测量的实时性。后来有人提出复合傅里叶变换轮廓术 (composite Fourier-transform profilometry, CFTP)^[6-7], 该测

量方法只需要投影一帧复合光栅到待测物体表面即可消除零频对基频的影响, 其中复合光栅由两个不同频率的载频分别调制与其方向垂直的两帧具有 π 相位差的条纹并叠加形成。该技术的应用既提高了傅里叶变换轮廓术的测量范围, 又保持了其动态和瞬态测量特点, 而动态和瞬态特性正是动态过程的三维重建所需要的^[8]。

然而在实际测量中, CFTP 与 FTP 方法一样处理的是离散分布信息。离散图像的傅里叶谱具有周期形态, 在频域中所需要的基频分量可能与相邻周期的频谱分量发生频谱混叠^[9], 同时由于 CFTP 中采用更复杂的复合光栅, 光栅中的两个载频频谱也可能与来自相邻周期的频谱发生混叠, 这都会导致滤波的不准确而影响测量精度。因此, 选择恰当的抽样频率是很有必要的。

作者分析了抽样对复合傅里叶变换轮廓术的影响, 给出了在相位方向上和垂直于相位方向上的抽样频率的选择判断依据, 从而避免因抽样造成的频谱混叠而导致测量精度下降。计算机模拟和初步实验验证了理论分析的正确性。

作者简介: 沈 洋 (1980-), 男, 硕士研究生, 主要从事三维传感方面的研究。

* 通讯联系人。E-mail: chenw@mail.sc.cn

收稿日期: 2006-12-04 收到修改稿日期: 2007-03-15

1 CFTP基本原理

在复合傅里叶变换轮廓术中, 被调制的两帧具有 π 相位差的正弦光栅条纹为:

$$G_n = c + \cos(2\pi f_\phi y + \pi n) \quad (1)$$

式中, c 为投影常量; $n = 0, 1$, 为相移因子; y 为相位变化方向, 称为相位方向; f_ϕ 为基频。用两个不同频率的载频 f_1 与 f_2 分别对 (1) 式的两帧正弦条纹调制^[7], 见图 1, 得到的复合光栅为:

$$I(x, y) = a + b\{[c + \cos(2\pi f_\phi y)] \cos(2\pi f_1 x) + [c + \cos(2\pi f_\phi y + \pi)] \cos(2\pi f_2 x)\} \quad (2)$$

式中, a 和 b 为投影常数; x 为垂直于相位方向, 称为垂直方向。

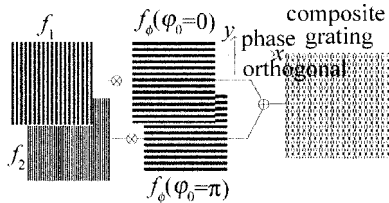


Fig 1 A composite pattern formed by modulating traditional π shifting FTP patterns along the orthogonal direction

选择合适的投影常数使复合光栅的强度范围和投影仪的强度范围一致^[6-7]。待测物体表面的光强分布可以表示为:

$$P(x, y) = ar(x, y) + br(x, y)\{[c + \cos(2\pi f_\phi y + \varphi(x, y))] \cos(2\pi f_1 x) + [c + \cos(2\pi f_\phi y + \varphi(x, y) + \pi)] \cos(2\pi f_2 x)\} \quad (3)$$

式中, $r(x, y)$ 是物体表面非均匀反射率, $\varphi(x, y)$ 表示受物体高度调制的相位信息。对 (3) 式进行二维傅里叶变换并化简得:

$$F(\xi, \eta) = A(\xi, \eta) + \frac{1}{2}\{[B(\xi - f_b, \eta) + \phi(\xi - f_b, \eta - f_\phi) + \phi^*(\xi - f_b, \eta + f_\phi)] + [B(\xi + f_b, \eta) + \phi(\xi + f_b, \eta - f_\phi) + \phi^*(\xi + f_b, \eta + f_\phi)] + [B(\xi - f_2, \eta) - \phi(\xi - f_2, \eta - f_\phi) - \phi^*(\xi - f_2, \eta + f_\phi)] + [B(\xi + f_2, \eta) - \phi(\xi + f_2, \eta - f_\phi) - \phi^*(\xi + f_2, \eta + f_\phi)]\} \quad (4)$$

式中, $F(\xi, \eta)$, $A(\xi, \eta)$, $B(\xi, \eta)$ 和 $\phi(\xi, \eta)$ 分别为 $P(x, y)$, $ar(x, y)$, $br(x, y)$ 和函数 $\frac{1}{2}br(x, y) \exp[i\varphi(x, y)]$ 的二维傅里叶频谱。分别对两个载频频谱进行二维带通滤波, 然后再分别对滤出的频谱进行逆傅里叶变换, 取其模, 得到两帧具有 π 相位差的条纹图。对这两帧条纹图进行灰度校准, 之后就可以利用传统的 π 相移傅里叶变换轮廓术方法来获取相位信息 $\varphi(x, y)$ ^[7]。远心投影光路条件下, 考虑到实际测量中

摄像装置的入瞳到参考平面的距离 $L_0 \gg h(x, y)$, 投影装置的出瞳与摄像装置的入瞳之间的距离记为 d , 被测物体的高度分布和调制位相的关系^[5]为:

$$\varphi(x, y) \approx \Delta\varphi(x, y) = -\frac{2\pi f_\phi d}{L_0} h(x, y) \quad (5)$$

即可获取物体的高度信息 $h(x, y)$, 重建物体的三维面形。

2 抽样对 CFTP 的影响

(3) 式表示的是物体表面连续的光强分布。在实际测量过程中, 送计算机处理的是离散变形光场, 相当于梳状函数 $\text{camb}\left[\frac{x}{\Delta x}, \frac{y}{\Delta y}\right]$ 对连续变化的变形条纹图 $P(x, y)$ 进行抽样^[10], 得到的离散变形条纹图 $S(x, y)$:

$$S(x, y) = P(x, y) \text{camb}\left[\frac{x}{\Delta x}, \frac{y}{\Delta y}\right] = P(x, y) \text{camb}\left[\frac{x}{\Delta x}\right] \text{camb}\left[\frac{y}{\Delta y}\right] \quad (6)$$

式中, Δx 和 Δy 分别为垂直方向和相位方向的抽样间隔, $1/\Delta x$ 和 $1/\Delta y$ 即分别为两个方向上的抽样频率。令 $1/\Delta y = mf_\phi$, $1/\Delta x = nf$, 这里 $f = \max\{f_1, f_2\}$; 其中 m 与 n 均为正数。

由 (4) 式可知, 若不考虑零频 $A(\xi, \eta)$, 在垂直方向 ξ 上有 4 个峰值: $\xi = \pm f_1$ 与 $\xi = \pm f_2$; 在相位方向 η 上每一个 ξ 峰值有 3 个谱: $\eta = 0$ 与 $\eta = \pm f_\phi$ 。为了分析的方便, 在相位方向和垂直方向上分别讨论其抽样情况。

2.1 相位方向上抽样频率的选择

把相位方向上的抽样频率记为 $f_y = 1/\Delta y = mf_\phi$ 。为简单起见, 任选一个 ξ 峰值所对应的 η 上的 3 个频谱来讨论抽样的影响。这里选择 $\xi = f_1$ 时的频谱:

$$F(f_1, \eta) = B(f_b, \eta) + \phi(f_1, \eta - f_\phi) + \phi^*(f_1, \eta + f_\phi) \quad (7)$$

此时用梳状函数 $\text{camb}\left[\frac{y}{\Delta y}\right]$ 对 (7) 式在频域进行抽样:

$$F_s(f_1, \eta) = F(f_1, \eta) * |\Delta y| \text{camb}(\Delta y \eta) = \sum_{N=-\infty}^{\infty} [B(f_b, \eta - Nm f_\phi) + \phi(f_1, \eta - f_\phi - Nm f_\phi) + \phi^*(f_1, \eta + f_\phi - Nm f_\phi)] \quad (8)$$

由 (8) 式可见, 由于抽样导致频域中 $F(f_1, \eta)$ 周期性重复。为了避免频谱混叠, 除了保证同一周期内 ϕ 与 ϕ^* 的分离, 还必须保证 $\phi(\phi^*)$ 与来自相邻周期的 $\phi^*(\phi)$ 频谱的分离。所以条纹抽样频率受到限制, 1 个条纹周期内至少需要有 4 个抽样点^[9-10], 即要求:

$$m \geq 4 \quad (9)$$

2.2 垂直方向上抽样频率的选择

垂直方向上的抽样频率记为 $f_x = 1/\Delta x = nf_2$ (取

$f_2 > f_1$)。任选 η 上的一个谱, 来讨论其对应的 4 个 ξ 峰值的抽样情况。这里选择 $\eta = f_\phi$:

$$F(\xi f_\phi) = \psi(\xi + f_2, f_\phi) + \psi(\xi + f_1, f_\phi) + \psi(\xi - f_1, f_\phi) + \psi(\xi - f_2, f_\phi) \quad (10)$$

用梳状函数 $\text{com}b\left\{\frac{x}{\Delta x}\right\}$ 对 (10) 式在频域进行抽样:

$$F_s(\xi f_\phi) = F(\xi f_\phi) * |\Delta x| \text{com}b(\Delta x \xi) = \sum_{N=-\infty}^{\infty} [\psi(\xi + f_2 - Nnf_2, f_\phi) + \psi(\xi + f_1 - Nnf_2, f_\phi) + \psi(\xi - f_1 - Nnf_2, f_\phi) + \psi(\xi - f_2 - Nnf_2, f_\phi)] \quad (11)$$

可见, 抽样导致频域中 $F(\xi f_\phi)$ 以 nf_2 为间隔周期性重复。若 n 取值太小, 会致使 $F(\xi f_\phi)$ 的频谱与其相邻周期的频谱发生混叠, 见图 2。实线代表 $F(\xi f_\phi)$ 的右

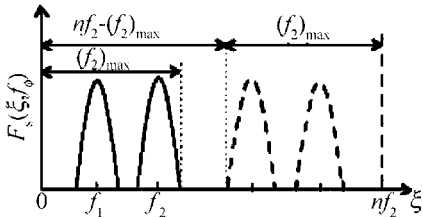


Fig 2 Replicated spectrum distribution $F_s(\xi f_\phi)$

半部分, 虚线代表其相邻周期的左半部分。由图可知, 为了避免频谱混叠, 必须满足:

$$(f_1)_{\max} < (f_2)_{\min}, (f_2)_{\max} < nf_2 - (f_2)_{\max} \quad (12)$$

利用瞬时频率^[5]的概念, $(f_1)_{\max}$, $(f_2)_{\min}$ 和 $(f_2)_{\max}$ 分别表示为:

$$(f_1)_{\max} = f_1 + \frac{1}{2\pi} \left| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\max}, (f_2)_{\min} = f_2 - \frac{1}{2\pi} \left| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\max}, (f_2)_{\max} = f_2 + \frac{1}{2\pi} \left| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|_{\max} \quad (13)$$

将 (5) 式和 (13) 式分别代入 (12) 式得:

$$\left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\max} < (f_2 - f_1) \frac{L_0}{2f_\phi d}, \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\max} < (n - 2)f_2 \frac{L_0}{2f_\phi d} \quad (14)$$

据 (14) 式可得:

$$n \geq \frac{f_2 - f_1}{f_2} + 2 \quad (15)$$

由 (15) 式可知, 若实验时选择 $f_2 = 2f_1$, 则必须有 $n \geq 3$ 即:

$$f_x = nf_2 \geq 3f_2 \quad (16)$$

3 计算机模拟与实验结果

计算机模拟采用 peaks 函数, 见图 3。系统的结构参数 $L_0/d = 1$ 。CFTP 的两个载频 f_1, f_2 分别为 3/40 line/pixel, 6/40 line/pixel。基频 f_ϕ 为 32/600 line/pixel。

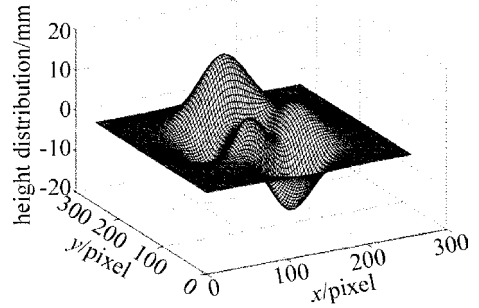


Fig 3 The height function $h = 2 \times \text{peaks}(256)$ of the simulation object 据 (9) 式和 (15) 式, 要避免频谱混叠, 必须有 $m \geq 4, n \geq 3$ 。图 4a 图 5a 图 6a 分别表示当 $m = 5, n = 5$ 和

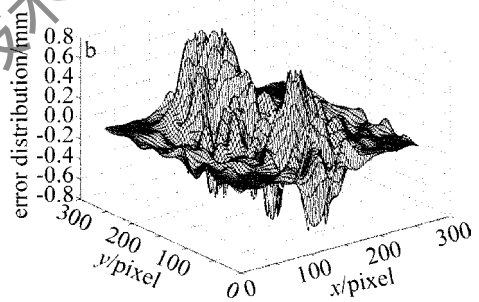
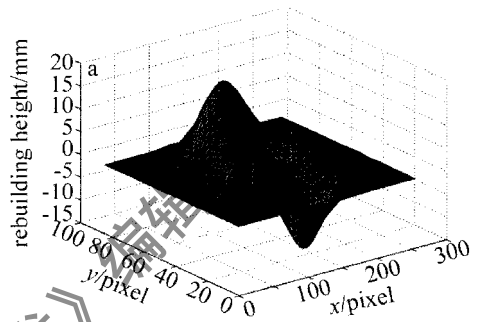


Fig 4 a—the rebuilt shape when $m = 5, n = 5$ b—the error distributing of the rebuilt shape when $m = 5, n = 5$

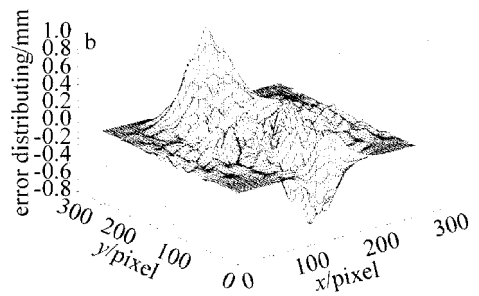
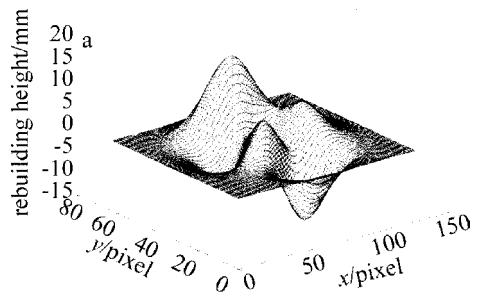


Fig 5 a—the rebuilt shape when $m = 4, n = 3$ b—the error distributing of the rebuilt shape when $m = 4, n = 3$

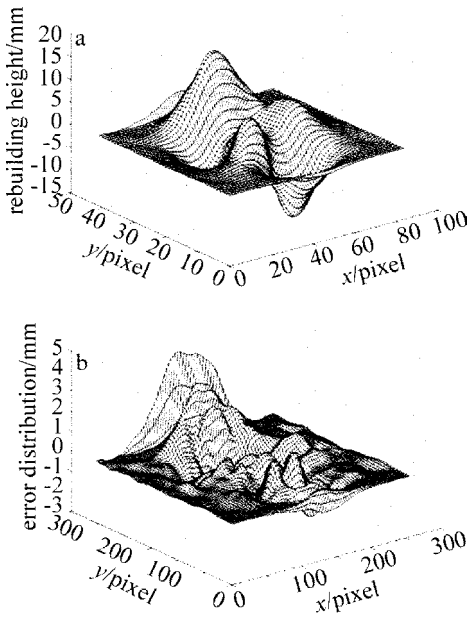


Fig 6 a—the rebuilt shape when $m = 3, n = 2$ b—the error distributing of the rebuilt shape when $m = 3, n = 2$

$m = 4, n = 3$ (临界抽样) 及 $m = 3, n = 2$ 时利用 CFTP 复原的高度分布图; 图 4h 图 5h 图 6b 分别表示对应的复原面形的误差分布。图 4b 表示的误差范围为 $-0.721\text{mm} \sim 0.798\text{mm}$; 图 5b 误差范围为 $-0.7481\text{mm} \sim 0.999\text{mm}$; 图 6b 为 $-2.6046\text{mm} \sim 4.3479\text{mm}$ 。从而说明当抽样频率达不到要求时, 复原面形的误差较大。

实验中采用 Panasonic 液晶投影仪, 型号为 PT-M1S11, 分辨率为 800×600 。图像传感器为低畸变 CCD 摄像机 (MTV-188 IEX), 摄像镜头焦距为 25mm , 测量系统的几何参数为 $L = 57.5\text{mm}, d = 25\text{mm}$ 。采用了两台 PC 机, 其中一台连接投影仪用来投出光栅, 另外一台连接 CCD 摄像机并控制拍摄物体上的图像。投影的复合光栅的两个载频 f_1 和 f_2 分别为 $3/40 \text{ line/pixel}$ 、 $6/40 \text{ line/pixel}$, 基频 $f_0 = 60/600 \text{ line/pixel}$ 。实验中采用的待测物体是一个底面为圆形 (直径 $D = 15.2\text{mm}$) 的碗状物体。图 7 为实验中获取的复合光栅变形条纹

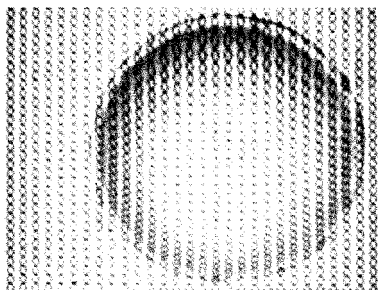


Fig 7 The composite patterns attained from experiments

图。图 8a 表示当 $m = 4$ 和 $n = 3$ 时利用 CFTP 复原的面形图, 其高度峰值为 19.246mm , 标准误差 $\sigma = 1.07$; 图 8b 表示当 $m = 3$ 和 $n = 2$ 时复原的面形图, 其高度

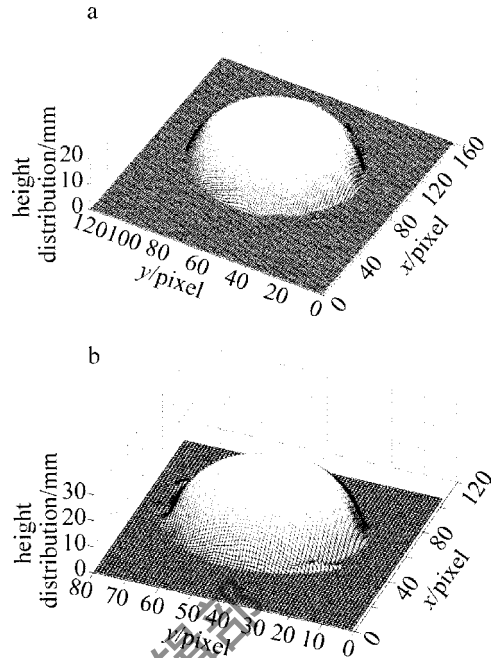


Fig 8 a—the rebuilt shape when $m = 4, n = 3$ b—the rebuilt shape when $m = 3, n = 2$

峰值为 27.835mm , 标准差 $\sigma = 5.19$, 而且从图中可看到部分面形恢复得不是很好, 有断裂现象产生。

4 结 论

复合傅里叶变换轮廓术与传统傅里叶变换轮廓术在实际测量中处理的都是离散信息, 在讨论传统傅里叶变换轮廓术的抽样影响时, 只需要考虑相位变化方向 (即文中的相位方向) 上的抽样频率即可; 由于复合傅里叶变换轮廓术使用的复合光栅相对复杂, 不但基频可能会因抽样而引起频谱混叠, 两个载频频谱也可能由于欠抽样而产生相邻周期的频谱混叠, 所以还必须讨论载频条纹所在的方向 (即文中的垂直方向) 上抽样频率的选择。本文中分析了在相位方向和垂直方向上抽样对复合傅里叶变换轮廓术测量精度的影响, 给出了在相位方向上抽样频率必须满足 $f_y \geq 4f_0$, 而在垂直方向上必须有 $f_x = nf_2 \geq [(f_2 - f_1) f_2 + 2] f_2$ (这里假定 $f_2 > f_1$)。计算机模拟和初步实验结果证明了该理论分析的正确性。

参 考 文 献

[1] TAKEDA M, MUTOH K. Fourier transform profilometry for the automatic measurement 3-D object shapes [J]. Appl Opt 1983 22 (24): 3977-3982.
 [2] TAKEDA M, NA H, KOBOYASHI S. Fourier transform method of fringe pattern analysis for computer-based topography and interferometry [J]. J O S A, 1982 72(1): 156-160
 [3] FU Sh, WANG Y Sh, HAN G B. Fourier transform profilometry in 3-D measurement based on wavelet digital filter [J]. Journal Optoelectronics • Laser 2004 15(2): 205-207 (in Chinese).

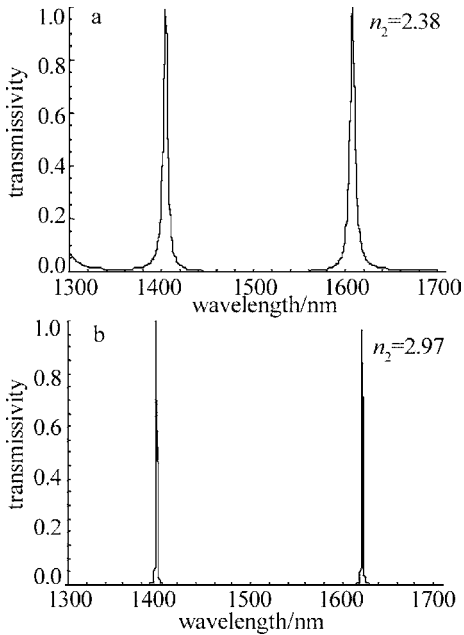


Fig 6 The graph of the FWHM resulting from n_2

3 结论

通过对设计出的结构简单的一维掺杂光子晶体的数值计算和理论分析, 得出了该一维掺杂光子晶体的两个偏振态缺陷模的透射峰的变化特征为: (1) TM 波其缺陷模透射峰在入射角 $\theta_0 > 0.75 \text{ rad}$ 范围内有多条明显缺陷模透射峰带, TE 波在入射角大于 0.75 rad 范围内没有缺陷模透射峰; (2) TM 波缺陷模透射峰的波长 λ 随空气膜厚度近似呈线性变化, 并且同一空气膜厚度可以截到两个波长不同的透射峰; (3) 双通道的半峰全宽随光子晶体折射率 n_2 的增加而减小。以这 3 个特征为理论基础设计出能很好地满足设计标准、滤波通道波长可调范围大于 100 nm 、滤波通道的半峰全宽可调范围在 $1 \text{ nm} \sim 6 \text{ nm}$ 、滤波通道透射峰值大于 0.98 的一维光子晶体双通道可调谐偏振滤波器。

上面的研究有以下特点: (1) 设计出结构简单, 但能通过增大入射角使 TM 波和 TE 波分离的一维光子晶体, 为研制偏振滤波器找到了理论依据和光子晶体结构; (2) 计算得出了在同一入射角下, 两个波长不同的 TM 波缺陷模随空气膜厚度近似呈线性变

化的结论, 为研制双通道可调谐滤波器找到了理论依据; (3) 计算得出了 TM 波缺陷模透射峰的宽度随光子晶体折射率的增大而减小的结论, 为调节滤波器的通带宽度找到了一个简便的方法。因此, 这一设计在波分复用技术中有着重要的应用价值。

参考文献

- [1] FANG Y T, SHEN T G, TAN X L. Study on One dimensional photonic crystal impurity defect [J]. Acta Optica Sinica 2004, 24(11): 1557-1560(in Chinese).
- [2] ZHOU B LING G Q, WANG H Zh. Narrow frequency and sharp angular defect mode of one-dimensional photonic crystals in visible and near infrared [J]. Laser Journal 2005 26(1): 16-18(in Chinese).
- [3] ZHOU J G, DU G Q, ZHANG Y W. Electromagnetic modes of thickness-modulated dual-periodic one-dimensional photonic crystals [J]. Acta Physica Sinica 2005, 54(8): 3703-3707(in Chinese).
- [4] DU G Q, LIU N H. Optical transmission spectra of one-dimensional photonic crystals with a mirror symmetry [J]. Acta Physica Sinica 2004 53(4): 1095-1097(in Chinese).
- [5] HUANG H J, OUYANG Zh B, XU G W. Investigation of perfect multi-channel filtering properties of complex-period photonic crystals [J]. Journal of Optoelectronics • Laser 2003, 13(1): 50-53(in Chinese).
- [6] TIAN G X, WU Y G, WANG Zh Sh. Design and modification of double channel of one dimensional photonic crystal [J]. Acta Physica Sinica 2005 25(5): 661-664(in Chinese).
- [7] QIAN X Zh. New type of photonic crystal tunable filter [J]. Semiconductor Optoelectronics 2005, 26(5): 382-385(in Chinese).
- [8] MAO H B, YANG Ch L, LAI Z Sh. Theoretical study of the tunable optical filter properties based on photonic crystals [J]. Acta Physica Sinica 2004 53(7): 2201-2205(in Chinese).
- [9] GU P F, CHEN H X, QIN X Y. Design of polarization band-pass filters based on the theory of thin-film photonic crystal superlattice [J]. Acta Physica Sinica 2005 54(2): 773-776(in Chinese).
- [10] LIM Y, GU P F. Optimal design of two dimensional photonic crystal polarization splitters [J]. Acta Physica Sinica 2005 54(5): 2358-2362(in Chinese).
- [11] QI J X, WEN Sh Ch. Research of optical properties of one dimension photonic crystals construct by positive-negative refractive materials [J]. Laser Technology, 2006, 30(5): 504-506(in Chinese).
- [12] WANG Y H, TANG L, NI Ch W, et al. The defect mode and bistability in the nonlinear Bragg microcavity composed of one dimension photonic crystal [J]. Laser Technology, 2006 30(5): 462-464(in Chinese).
- [13] BORN M, WOLF M. Principles of optics [M]. 7th ed. New York: Cambridge, 1999 60-62
- [4] CHEN W J, SU X Y, TAN S X. Discussion on phase errors caused by frequency leakage in FTP [J]. Acta Optica Sinica 2000, 20(10): 1429-1433(in Chinese).
- [5] SU X Y, LI J T. Information optics [M]. Beijing: Publish House of Science 1999: 332-335(in Chinese).
- [6] GUAN C, HASSEBROOK L G, LAU D L. Composite structured light pattern for three-dimensional video [J]. Optics Express 2003 11(5): 406-417
- [7] YUE H M, SU X Y, LI Zh R. Improved fast Fourier transform profilometry based on composite grating [J]. Acta Optica Sinica 2005, 25(6): 767-770(in Chinese).
- [8] XIAO Y Sh, SU X Y, ZHANG Q Ch. 3-D surface shape restoration for the breaking surface of dynamic process [J]. Laser Technology, 2006 30(3): 258-261(in Chinese).
- [9] YANG H, CHEN W J, LU Ch Q. Influence of sampling on Fourier transform profilometry [J]. Acta Optica Sinica 1999, 19(7): 929-934(in Chinese).
- [10] KENNETH R. Digital image processing [M]. Beijing: Publish House of Electronics Industry, 2000: 131-133(in Chinese).

(上接第 83 页)