

文章编号: 1001-3806(2007)06-0649-04

部分相干修正贝塞尔 高斯光束通过光阑的传输

吴运梅¹, 王 莉¹, 王喜庆^{2*}

(1. 西南交通大学 应用物理系, 成都 610031; 2 西南交通大学 峨眉校区, 峨眉山 614202)

摘要: 为了对部分相干修正贝塞尔 高斯光束通过有硬边光阑近轴 $ABCD$ 光学系统的传输进行研究, 采用将硬边光阑窗口函数展开为有限个复高斯函数之和的方法, 得到了近似的解析传输公式。以部分相干修正贝塞尔 高斯光束在有光阑情况下自由空间的传输为例作了数值计算, 对所得解析公式的计算误差和适用范围进行了讨论。结果表明, 用该方法可快速、解析地研究部分相干修正贝塞尔 高斯光束通过圆孔光阑自由空间的传输特性, 分析菲涅耳数、截断参数对其光束经光阑后光强分布的影响。

关键词: 激光光学; 部分相干修正贝塞尔 高斯光束; 复高斯函数展开法; 硬边光阑; 近似解析传输公式

中图分类号: O435 **文献标识码:** A

Propagation of partially coherent modified Bessel-Gaussian beams passing through an aperture

WU Yunmei¹, WANG Li¹, WANG Xi-qing²

(1. Department of Applied Physics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2 Emei School, Southwest Jiaotong University, Emeishan 614202, China)

Abstract: In order to study the propagation of partially coherent modified Bessel-Gaussian beams passing through a paraxial $ABCD$ optical system with hard-edge aperture, the approximate analytical propagation equation was derived with the hard-edged aperture function expanded into a finite sum of complex Gaussian functions. As an application example, numerical calculation was performed for partially coherent modified Bessel-Gaussian beams propagating in free space with hard-edge aperture, and the computation errors and application ranges of those analytical equations were discussed. The results show that the method provides the advantage of reduction of computing time and analyzing the propagation property of partially coherent modified Bessel-Gaussian beams through the circular aperture optical systems. The influence of Fresnel number and the truncation parameter on the intensity distributions was also analyzed.

Key words: laser optics; partially coherent modified Bessel-Gaussian beams; complex-Gaussian function expansion; hard-edge aperture; approximate analytical propagation equation

引 言

对激光光束通过受硬边光阑限制的光学系统的传输特性, 已有很多学者^[1~6]进行了研究。鉴于传统方法对 Collins 公式^[7]进行数值积分, 所耗时较长, 并且计算相当困难。WEN 和 BREA ZEALE 提出的将窗口函数展开成复高斯函数形式的方法^[8], 快速、节约机时并能够解析地研究受光阑限制的光束的传输特性, 因而得到了广泛地应用。最近, PONOMARENKO 引入了部分相干修正贝塞尔 高斯光束 (modified Bessel-Gaussian beams, MBGB) 这一新的部分相干光模型,

它是由拉盖尔 高斯光束非相干叠加而成, 该光束在无光阑情况下的传输已作了研究^[9]。到目前为止, 还未见对部分相干修正贝塞尔 高斯光束通过有光阑限制光学系统传输的研究报道。作者采用 WEN 的方法, 研究了部分相干修正贝塞尔 高斯光束通过有硬边光阑近轴光学系统的传输, 得到了解析的传输公式, 在特殊的情况下, 该公式可简化为无光阑情况下的传输公式。作为应用, 对部分相干修正贝塞尔 高斯光束通过圆孔光阑自由空间的传输作了数值计算, 对近似解析公式的计算误差和适用范围进行了讨论, 进而用 WEN 的方法研究了受光阑限制的部分相干修正贝塞尔 高斯光束在自由空间中的传输特性, 分析其光强分布主要受菲涅耳数、截断参数的影响。虽然本文中仅以部分相干修正贝塞尔 高斯光束为例作了研究, 但所用方法对多模部分相干激光也是适用的, 具有广泛的应用意义。

作者简介: 吴运梅 (1979-), 女, 硕士研究生, 主要从事激光传输与变换研究。

* 通讯联系人。E-mail: xqwang@home.swjtu.edu.cn

收稿日期: 2006-08-29; 收到修改稿日期: 2007-03-13

1 理论推导

部分相干修正贝塞尔-高斯光束在 $z=0$ 平面上的交叉谱密度函数为^[10]:

$$W_0(r_1, \phi_{01}, r_2, \phi_{02}, 0) = \frac{\xi^{-m/2}}{1-\xi} \exp[-im(\phi_{01} - \phi_{02})] \times \exp\left[-\frac{1+\xi}{1-\xi} \cdot \frac{r_1^2 + r_2^2}{w_0^2}\right] I_m\left[\frac{4\sqrt{\xi}}{1-\xi} \cdot \frac{r_1 r_2}{w_0^2}\right] \quad (1)$$

式中, (r_j, ϕ_{0j}) ($j=1, 2$) 为光束在 $z=0$ 平面上点的极坐标表示; ξ 为光谱相干度, 且有 $0 < \xi < 1$; w_0 为 $m=0$, $\xi=0$ 时高斯部分的束宽; $I_m(x)$ 为 m 阶修正贝塞尔函数。

设 $z=0$ 处有一半径为 b 的圆孔光阑, 部分相干修正贝塞尔-高斯光束通过该光阑 $ABCD$ 光学系统的交叉谱密度函数由 Collins 公式给出^[7]:

$$W(r_1, \phi_1, r_2, \phi_2, z) = \frac{k^2}{2\pi B} \times \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^b \int_0^b W_0(r_1, \phi_{01}, r_2, \phi_{02}, 0) \times \exp\left[-\frac{ik}{2B} [A(r_1^2 - r_2^2) - 2r_1 r_2 \cos(\phi_1 - \phi_{01}) - r_2 r_2 \cos(\phi_2 - \phi_{02})] + D(r_1^2 - r_2^2)] r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\phi_{01} d\phi_{02}\right] \quad (2)$$

式中, (r_j, ϕ_j) ($j=1, 2$) 表示出射面 $z=z$ 上点的极坐标; $k=2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长; A, B, C, D 为 $ABCD$ 光学系统的变换矩阵元素。

如果直接对 (2) 式作数值积分, 这是很费机时的。本文中采用 WEN 的方法, 引入窗口函数:

$$H\left(\frac{\sigma}{\delta}\right) = \begin{cases} 1, & (\sigma_j \leq \delta) \\ 0, & (\sigma_j > \delta) \end{cases} \quad (3)$$

将 (3) 式展开为有限复高斯函数之和:

$$H\left(\frac{\sigma}{\delta}\right) = \sum_{n=1}^{10} A_n \exp\left[-\frac{B_n}{\delta^2} \sigma_j^2\right] \quad (4)$$

式中, $\sigma_j = r_j/w_0$ ($j=1, 2$) 为归一化坐标; $\delta = b/w_0$ 为截断参数; A_n 和 B_n 分别为展开系数和复高斯函数系数, 它们可直接通过数值优化得到^[8]。

将 (1) 式和 (4) 式代入 (2) 式, 经复杂的积分运算后整理得:

$$W(r_1', \phi_1, r_2', \phi_2, z) = \frac{w_0^4}{4} \left(\frac{k}{B}\right)^2 \frac{\xi^{-m/2}}{1-\xi} \exp[-im(\phi_1 - \phi_2)] \times \exp\left[-\frac{ikDw_0^2}{2B} (r_1^e - r_2^e)\right] \sum_{n=1}^{10} \sum_{n=1}^{10} \frac{A_n A_n^*}{P_1^2 P_2^2} \times \exp\left[-\frac{w_0^4}{4} \left(\frac{k}{B}\right)^2 \left(\frac{r_1^e}{P_1^2} + \frac{r_2^e}{P_2^2}\right)\right] \exp\left[-\frac{w_0^4}{4} \left(\frac{k}{B}\right)^2 \frac{Q_2}{P_1^2 P_2^2} r_1^e\right] \times I_m\left[\frac{w_0^4}{2} \left(\frac{k}{B}\right)^2 \frac{(Q_2)^{1/2}}{P_1 P_2} r_1^e\right] \quad (5)$$

式中, $r_j' = r_j/w_0$ ($j=1, 2$) 为归一化坐标; * 表示复共轭; $P_1^2 = \frac{B_n}{\delta^2} + \frac{1+\xi}{1-\xi} + \frac{ikAw_0^2}{2B} - Q_1$, $P_2^2 = \frac{B_n^*}{\delta^2} + \frac{1+\xi}{1-\xi} - \frac{ikAw_0^2}{2B} - Q_2$, $Q_1 = 0$, $Q_2 = \left[\frac{4\sqrt{\xi}}{1-\xi}\right]^2 / (4P_1^2)$ 。(5) 式为部分相干修正贝塞尔-高斯光束在有光阑限制的情况下, 通过 $ABCD$ 光学系统的交叉谱密度函数近似的解析公式。

令 $r_1' = r_2' = r$, $\phi_1 = \phi_2 = \phi$, 得到出射面 z 上的光强分布:

$$I(r, \phi, z) = \frac{w_0^4}{4} \frac{k^2}{B} \frac{\xi^{-m/2}}{1-\xi} \sum_{n=1}^{10} \sum_{n=1}^{10} \frac{A_n A_n^*}{P_1^2 P_2^2} \times \exp\left[-\frac{w_0^4}{4} \frac{k^2}{B} \frac{1}{P_1^2} + \frac{1}{P_2^2} r^2\right] \times \exp\left[-\frac{w_0^4}{4} \frac{k^2}{B} \frac{Q_2}{P_1^2 P_2^2} r^2\right] I_m\left[\frac{w_0^4}{2} \frac{k^2}{B} \frac{(Q_2)^{1/2}}{P_1 P_2} r\right] \quad (6)$$

(5) 式和 (6) 式是本文中得到的主要近似解析结果, 它描述了部分相干修正贝塞尔-高斯光束通过圆孔光阑 $ABCD$ 光学系统的传输规律。

当 $\delta \rightarrow \infty$ 时, 由 (5) 式得到无光阑情况下的交叉谱密度函数为:

$$W(r_1', \phi_1, r_2', \phi_2, z) = \frac{w_0^2}{w^2} \frac{\xi^{-m/2}}{1-\xi} \exp[-im(\phi_1 - \phi_2)] \times \exp\left[-\frac{1+\xi}{1-\xi} \frac{w_0^2}{w^2} (r_1^e + r_2^e)\right] \times \exp\left[-ik \frac{w_0^2}{2R} (r_1^e - r_2^e)\right] I_m\left[\frac{4\sqrt{\xi}}{1-\xi} \frac{w_0^2}{w^2} r_1^e r_2^e\right] \quad (7)$$

式中, $w^2 = w_0^2 \left[A^2 + \frac{4B^2}{k^2 w_0^4}\right]$, $R = \left[A^2 + \frac{4B^2}{k^2 w_0^4}\right] / \left[AC + \frac{4BD}{k^2 w_0^4}\right]$ 。(7) 式实际上与文献 [9] 中的 (7) 式是吻合的。

当部分相干修正贝塞尔-高斯光束在自由空间传输时, $ABCD$ 变换矩阵为:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

将 (8) 式代入 (5) 式, 得到部分相干修正贝塞尔-高斯光束在有光阑的情况下通过自由空间传输时, 交叉谱密度函数近似的解析公式为:

$$W(r_1', \phi_1, r_2', \phi_2, z) = \pi^2 N_z^2 \frac{\xi^{-m/2}}{1-\xi} \exp[-im(\phi_1 - \phi_2)] \times \exp[-i\pi N_z (r_1^e - r_2^e)] \sum_{n=1}^{10} \sum_{n=1}^{10} \frac{A_n A_n^*}{P_1^2 P_2^2} \times \exp\left[-\pi^2 N_z^2 \left(\frac{r_1^e}{P_1^2} + \frac{r_2^e}{P_2^2}\right)\right] \exp\left[-\pi^2 N_z^2 \frac{Q_2}{P_1^2 P_2^2} r_1^e\right] \times$$

$$I_m \left[2\pi^2 N_z^2 \frac{(Q_2)^{1/2}}{P_1 P_2} r_1' r_2' \right] \quad (9)$$

式中, $P_1^2 = \frac{B_n}{\delta^2} + \frac{1+\xi}{1-\xi} + i\pi N_z$, $P_2^2 = \frac{B_n^*}{\delta^2} + \frac{1+\xi}{1-\xi} - i\pi N_z$;
 $Q_2, Q_2 = \left(\frac{4\sqrt{\xi}}{1-\xi} \right) / (4P_1^2)$; $N_z = w_0^2 / \lambda z$ 为光束的菲涅耳数。

令 $r_1' = r_2' = r, \phi_1 = \phi_2 = \phi$, 由 (9) 式可得出射面 z 上的光强分布:

$$I(r, \phi, z) = \pi^2 N_z^2 \frac{\xi^{-m/2}}{1-\xi} \sum_{n=1}^{10} \sum_{n=1}^{10} \frac{A_n A_n^*}{P_1^2 P_2^2} \times \exp \left[-\pi^2 N_z^2 \frac{1}{P_1^2} + \frac{1}{P_2^2} r^2 \right] \exp \left[-\pi^2 N_z^2 \frac{Q_2}{P_1^2 P_2^2} r^2 \right] \times I_m \left[2\pi^2 N_z^2 \frac{(Q_2)^{1/2}}{P_1 P_2} r^2 \right] \quad (10)$$

当 $r=0$ 时, 由修正贝塞尔函数性质可知只有当 $m=0$ 时 $I_m(0)$ 才不为 0, 因此, 部分相干修正贝塞尔-高斯光束通过有圆孔光阑自由空间的轴上光强分布:

$$I(0, \phi, z) = \pi^2 N_z^2 \frac{1}{1-\xi} \sum_{n=1}^{10} \sum_{n=1}^{10} \frac{A_n A_n^*}{P_1^2 P_2^2} \quad (11)$$

2 数值计算与分析

图 1 为部分相干修正贝塞尔-高斯光束经圆孔光阑自由空间后的归一化光强分布, 图中给出了直接用 Collins 公式计算的结果。由图 1a~图 1d 可以看出, 当菲涅耳数 N_z 较小 (如 $N_z=1$) 时, 无论 $\delta=0.3, 0.6, 1.0$ (光阑尺寸有限时) 还是 $\delta=10$ (相当于光阑为无限大时), 实线和点线都吻合得较好, 这表明解析公式 (10) 式计算的结果与直接用 Collins 公式作数值积分的结果具有很高的近似。但用 (10) 式比用 Collins 公

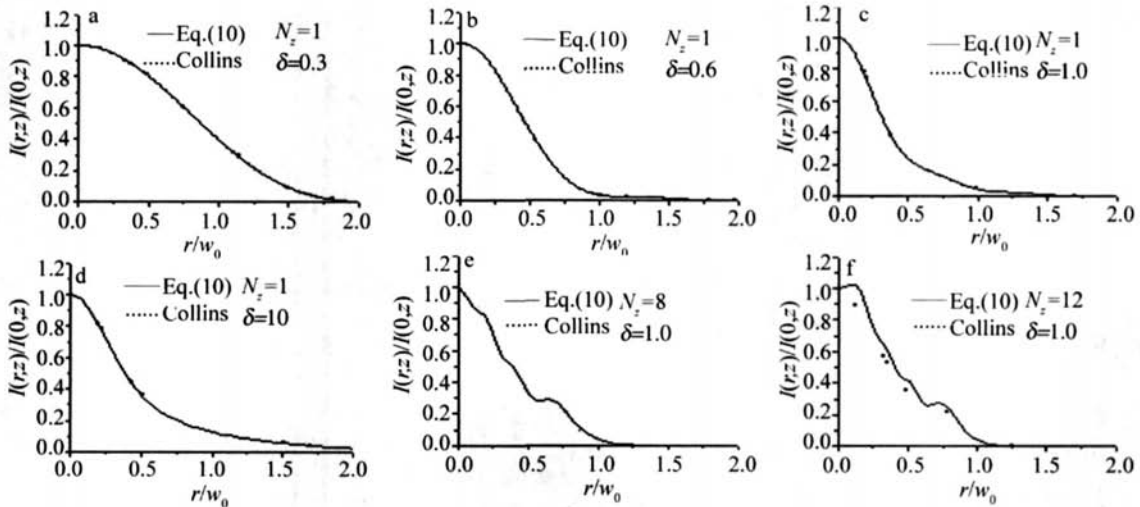


Fig 1 Normalized intensity distribution of partially coherent modified Bessel-Gaussian beams propagating in free space with a circular aperture, the parameters for calculation are $\xi=0.5$

式直接积分大大节省机时, 例如在相同的计算精度和计算点数下, 图 1a 机时比为 1 128, 图 1b 机时比为 1 659, 图 1c 机时比为 1 3426, 即机时比随截断参数 δ 的增大而减小。由图 1e 和图 1f 可以看出, 当菲涅耳数 N_z 较大时, 实线和点线有差异, 这表明用解析公式 (10) 式计算所得结果与直接用 Collins 公式计算所得

结果有差异。图 1e 和图 1f 中, 实线和点线在光强最大值附近最大相对误差分别为 7.26%, 10.92%, 说明若截断参数 δ 不变时, 误差随菲涅耳数 N_z 的增大而增大, 其误差的根源在于 (4) 式的近似程度, 即硬边光阑的软化。

图 2 为部分相干修正贝塞尔-高斯光束经圆孔光

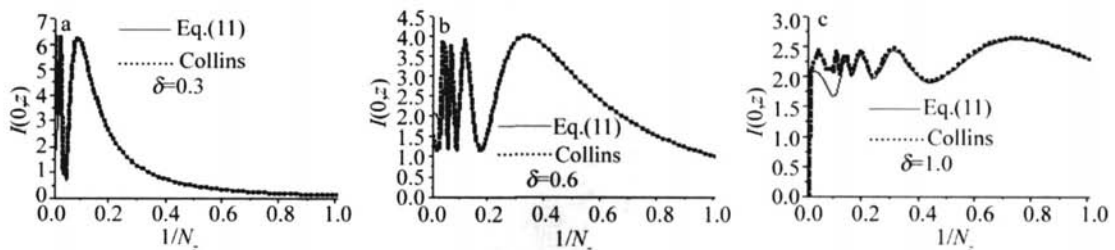


Fig 2 Axial intensity distribution of partially coherent modified Bessel-Gaussian beams propagating in free space with a circular aperture, the parameters for calculation are $\xi=0.5$

阑自由空间后轴上的光强分布。由图 2 可以看出, 当 $1/N_z$ 较大时, 实线和点线吻合较好; 当 $1/N_z$ 较小时,

实线和点线有较大差异, 这与图 1 所得结论是一致的。此外, 由图 2 还可看出解析公式 (11) 式的适用范围与

截断参数 δ 有关,当 $\delta=0.3$ 时,该范围为 $1/N_z \geq 0.02$ (见图 2a);当 $\delta=0.6$ 时,该范围为 $1/N_z \geq 0.06$ (见图 2b);当 $\delta=1.0$ 时,该范围为 $1/N_z \geq 0.1225$ (见图 2c)。

利用近似解析公式 (10) 式,通过数值计算得到截断参数 ($\delta=b/w_0$) 取不同值时,部分相干修正贝塞尔-高斯光束通过圆孔光阑自由空间传输时在不同传输距离 ($1/N_z$) 处的归一化三维光强分布图,如图 3 和图 4

所示。由图 3a 和图 4a 可以看出,当菲涅耳数 N_z 较小 (如 $N_z=1$) 时,光束在远离透镜区域的光强分布为近高斯形状,说明衍射效应较小。在截断参数 $\delta=0.3$ 时,随着菲涅耳数 N_z 的增大即传输距离的减小,靠近透镜区域的光强分布出现旁瓣 (见图 3b);在截断参数 $\delta=1.0$ 时,随着菲涅耳数 N_z 的增大,光强分布出现了中心凹陷现象 (见图 4b),说明衍射效应增强。

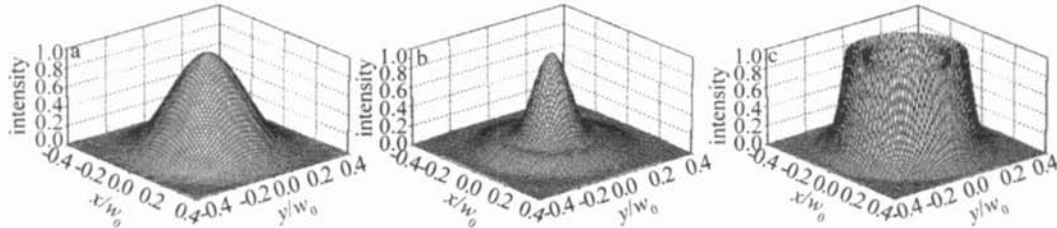


Fig 3 Normalized intensity distribution of partially coherent modified Bessel-Gaussian beams propagating in free space with a circular aperture, the parameters for calculation are $\xi=0.5$, $\delta=0.3$

a- $N_z=1$ b- $N_z=10$ c- $N_z=100$

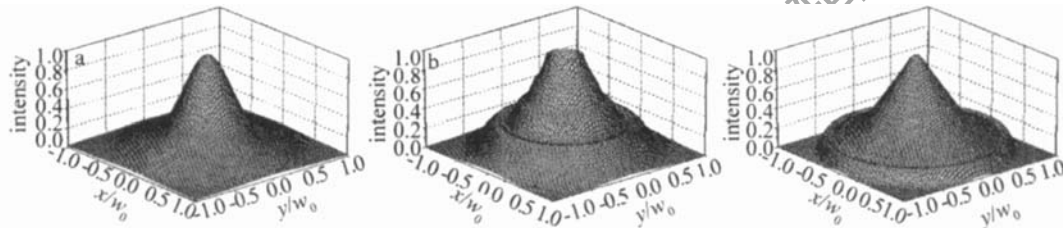


Fig 4 Normalized intensity distribution of partially coherent modified Bessel-Gaussian beams propagating in free space with a circular aperture, the parameters for calculation are $\xi=0.5$, $\delta=1.0$

a- $N_z=1$ b- $N_z=10$ c- $N_z=100$

3 结论

采用将硬边光阑窗口函数表示为复高斯函数叠加的方法,推导出了部分相干修正贝塞尔-高斯光束通过有硬边光阑 ABCD 光学系统传输的交叉谱密度函数的近似解析公式,并给出了在无光阑情况下的传输公式。以部分相干修正贝塞尔-高斯光束在自由空间的传输为例,对用复高斯函数展开法所得解析公式与直接对 Collins 公式进行数值计算进行了比较,当光束的菲涅耳数 N_z 较小时,解析公式与 Collins 公式的计算结果符合甚好;当菲涅耳数 N_z 较大时,解析结果与 Collins 公式的计算结果有差异,计算误差在截断参数 δ 不变时随菲涅耳数 N_z 的增大而增大。而且,解析公式的适用范围与截断参数 δ 有关,当截断参数 δ 较小时,解析公式的适用范围较大;反之则解析公式的适用范围较小。利用解析公式不仅可以提高计算速度,且可以利用所得解析式对部分相干修正贝塞尔-高斯光束的传输特性作进一步的分析。作了大量的数值计算,得到了部分相干修正贝塞尔-高斯光束通过圆孔光阑自由空间的三维光强分布图,以说明菲涅耳数 N_z 、截断参数 δ 对其光阑衍射效应的影响。

参考文献

- [1] LI Y J, WOLF E. Focal shift in diffracted converging spherical waves [J]. Opt Commun, 1981, 39: 211~215.
- [2] LI Y J, WOLF E. Focal shift in focused truncated Gaussian beams [J]. Opt Commun, 1982, 42: 151~156.
- [3] JIANG H L, ZHAO D M, MEI Zh R. Propagation characteristics of the rectangular flattened Gaussian beams through circular apertured and misaligned optical system [J]. Opt Commun, 2006, 260: 1~7.
- [4] JIANG H L, ZHAO D M. Propagation of the Hermite-Gaussian beams through misaligned optics system with a circular aperture [J]. Optik, 2006, 117: 215~219.
- [5] WANG X Q, LÜB D. Propagation expression for cosine-Gaussian beams through a hard edge aperture [J]. Laser Technology, 2002, 26 (3): 234~236 (in Chinese).
- [6] QING Y S, LÜB D. Propagation of Laguerre-Gaussian beams through an optical system with hard edge aperture [J]. Laser Technology, 2002, 26 (3): 174~176 (in Chinese).
- [7] COLLINS S A. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics [J]. J O S A, 1970, 60 (9): 1168~1177.
- [8] WEN J J, BREAZEALE M A. A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams [J]. J Acoust Soc Amer, 1988, 83 (5): 1752~1756.
- [9] WANG L, WANG X Q, LÜB D. Propagation properties of partially coherent modified Bessel-Gaussian beams [J]. Optik, 2005, 116 (2): 65~70.
- [10] PONOMARENKO S A. A class of partially coherent beams carrying optical vortices [J]. J O S A, 2001, A18 (1): 150~156.