

文章编号: 1001-3806(2007)06-0642-04

改进的多重分形图像奇异性分析算法

王 刚^{1,2}, 肖 亮³, 贺安之^{1*}

(1. 南京理工大学 信息物理与工程系, 南京 210094 2 鲁东大学 物理与电子工程学院, 烟台 264025 3 南京理工大学 计算机科学与技术学院, 南京 210094)

摘要: 为了准确地研究图像奇异性以及各部分的属性及特征, 采用一种基于亚像素边缘测度的多重分形算法, 该算法根据方形孔径采样定理计算亚像素位置的梯度面密度函数值和图像任意子集(半径可以达到亚像素精度)的边缘测度, 进而利用多重分形理论将实际图像分割成一系列具有不同奇异性指数的分形集合。并利用含有不同信息含量的分形集合重建原图像算法, 实现了图像从纹理到边缘各层面内容的精确划分。对该算法进行了理论分析和实验验证, 得到 3×3 亚像素方法提取的边缘信息重构原图像, 其峰值信噪比达到 14.76dB。结果表明, 重建图像峰值信噪比主要依赖于所提取的边缘信息质量以及重构系数比, 提取的各层面信息与人类的视觉系统所捕获的重要信息相吻合。

关键词: 图像系统; 多重分形; 奇异性; 亚像素; 边缘测度

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A

Improved multifractal algorithm for analyzing image singularity

WANG Gang^{1,2}, XIAO Liang³, HE Anzhi¹

(1. Department of Information Physics and Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China 2. School of Physics and Electronic Engineering, Ludong University, Yantai 264025, China 3. School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract In order to analyze image singularity and the features of the different sections, a new multifractal algorithm based on sub-pixel edge measure is proposed. The grey level gradient area density function and edge measure of random subsets (radius can reach the precision of sub-pixel) were obtained by the square aperture sampling law on the position of sub-pixel. Utilized the multifractal frame, the image could be segmented into a series of fractal sets of the different singularity exponents. At the same time, the reconstruction algorithm was presented by using the different information content of multifractal subset. So the image could be divided from texture to edge precisely. At last, the algorithm was analyzed and examined. The data showed that the reconstruction PSNR was 14.76dB from the edge extracted by 3×3 subpixels method. The results show that the peak signal-to-noise ratio of the reconstruction image depends on the extracted image edge quality and the coefficient ratio of the reconstruction and the information of the different layers of the image are identical with the important information from the human visual reception.

Key words image processing; multifractal; singularity; sub-pixel; edge measure

引 言

图像奇异性分析包含图像分割、特征提取以及模式识别等内容^[1], 旨在奇异性分析的经典图像处理算法已广泛应用于医学、工业自动化及旅游文化等领域, 它有助于人们了解自然界中的复杂事物和探索人类的视觉系统。但是, 对于复杂的、紊乱的、不规则的流变

特性^[2]的图像很难用经典方法分析和处理。由于自然界中大量景物的图像表现形式均符合流体变化性质, 作者拟采用多重分形理论并结合具体图像的物理和统计特性进行图像奇异性分析^[3]。通过这种方法, 图像可按照不同的分形集合被分解为从尖锐边缘到平滑纹理的各个层面。自上世纪 90 年代初至今, 许多基于多重分形理论的研究工作被报道^[4~6]。2000 年 DECOSTER 提出了基于小波模极大值的多重分形图像分形算法。但是没有提出从最锐利边缘到不同纹理层面重建原图像的算法, 因此, 对应不同层面的视觉重要性及相关性无法分析。1998 年至 2002 年, TURIEL 等人发表了一系列的文章^[7,8]。通过定义图像中像素点局部邻域内图像对比度的梯度积分作为测度, 然

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60672074); 江苏省自然科学基金资助项目 (BK2006569)

作者简介: 王 刚 (1970-), 男, 博士研究生, 研究方向为模式识别与图像处理。

* 通讯联系人。E-mail: hax@mail.njust.edu.cn

收稿日期: 2006-9-25 收到修改稿日期: 2006-11-22

后提出基于速降函数投影的图像多重分形分解方法。作者在 TUREL 等人的工作基础上, 提出一种新的基于亚像素边缘测度的多重分形算法 (sub-pixel edge measure multifractal algorithm, SEMA)。实验显示, 此方法在图像奇异性分析中具有较高的品质因数和峰值信噪比。

1 多重分形理论框架

多重分形理论最初起源于对紊流运动状态的研究, 是一种揭示在复杂系统中不同尺度下事物的发展变化规律的工具。在图像空域中, 定义灰度图像记为 $E(x) \in R^2$, x 表示图像指定像素的坐标向量, R^2 为图像的定义域。参考文献 [7] 中定义正边缘测度 μ 的密度为 $d\mu(x) = |\nabla E|(x) dx$ 。 $|\nabla E|(x)$ 表示给定图像的空间梯度的模, 令 Ω 为图像 $E(x)$ 像素域的任意子集, 赋予子集 Ω 的正边缘测度:

$$\mu(\Omega) = \int_{\Omega} |\nabla E|(x) dx \quad (1)$$

式中, $\mu(\Omega)$ 为子集 Ω 的边缘测度, $\mu(\Omega)$ 表征了指定像素局部范围内灰度值梯度的变化程度。实际上, 根据多重分形的理论, 并不是对固定尺度上每一个像素的边缘测度感兴趣, 而是关心在不同尺度下 $\mu(\Omega)$ 的变化规律。给定中心位于 x 处, 任意半径为 r 的球形区域, 如果 $\mu(\Omega)$ 满足下式:

$$\mu(B_r(x)) \approx \alpha(x) r^{d+h(x)} \quad (2)$$

则称为多重分形边缘测度^[8]。这里 r 充分小, 一般只有几个像素的大小, $\alpha(x)$ 为与尺度无关的量, d 为空间维数 (对于图像空间 $d=2$)。指数 $h(x)$ 称为图像的奇异性指数, 它描述的是在 x 处 $B_r(x)$ 范围内图像的变化规律, $h(x)$ 可以通过 (2) 式的对数回归方法求得。但由于离散数字图像中尺度为 r 时的球形区域一般不是包含整数个像素, 直接运用 (1) 式、(2) 式求得的 $h(x)$ 误差较大^[9], 选用速降函数投影的方法会使结果得到改善。当速降函数满足特征函数或紧支撑函数性质时, 多重分形边缘测度与速降函数的卷积结果与尺度 r 满足下述幂指数关系:

$$T_{\psi} \mu(x, r) \approx \beta(x) r^{h(x)} \quad (3)$$

式中, $\beta(x)$ 是与尺度无关的量, 由 (3) 式通过 log-bg 回归可求出 x 处奇异性指数 $h(x)$, 即在 x 处图像的变化规律, 按照 $h(x)$ 的大小将把原图像各个像素点按照信息量的多少分成多个层面, 分别对应从尖锐边缘到平坦的纹理部分。例如, 分形集合 F_{h_0} 定义为:

$$F_{h_0} = \{x \in \text{image} \mid h(x) = h_0 \pm \Delta h\} \quad (4)$$

则属于此分形集合的像素点将表示图像中的某个结构。

2 亚像素多重分形算法 (SEMA) 奇异性分析

为了得到每个像素点的精确奇异性指数 $h(x)$ 值, 提出基于亚像素位置灰度级梯度 $\nabla E(x)$ 的计算边缘测度的新方法。首先, 对灰度图像实施梯度算子运算:

$$\nabla E = \left[\frac{\partial E}{\partial x} \frac{\partial E}{\partial y} \right]^T, T \text{ 表示转置运算。图 1 表示梯度域}$$

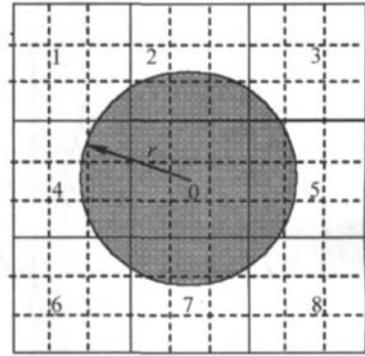


Fig 1 Schematic plan of the radiir circular neighborhood

中, 中心在 x 处的矩形邻域, 其中半径为 r 的灰度圆形区域表示 $B_r(x)$ 。由于多重分形边缘测度是对连续图像采取连续速降函数投影来产生的, 但对于离散数字图像而言, 其灰度值是位置坐标的采样函数 (即 δ 函数), 只有在整数坐标位置有值, 而在其它地方为 0, 故直接在离散图像中 $B_r(x)$ 局部求取边缘测度, 将带来一定误差。根据方形孔径采样定理^[10], 数字图像中的像素灰度值是 CCD 像素感光面上各部分光强综合作用的结果, 是位置 (x, y) 的函数, 且是不连续的离散矩阵。即:

$$E(i, j) = \int_{-j-5}^{j+5} \int_{-i-5}^{i+5} g(x, y) dx dy \quad (5)$$

式中, $E(i, j)$ 表示原单位像素的灰度值, $g(x, y)$ 表示单位像素范围内的灰度面密度分布函数。同样, 其数字图像的像素梯度值也可看作一连续变化的梯度面密度函数经过面积分后的结果, 因此, 可以利用二次曲面来拟合连续的梯度面密度函数, 设二次曲面的形式为 $g'(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f$, 其中 a, b, c, d, e, f 为参数, 利用至少 6 个离散的整数位置取样像素点的梯度值可以求出二次曲面函数的 6 个控制参数, 然后利用下式的归一化过程, 求得亚像素位置的梯度面密度函数值:

$$g''(x, y) = \frac{g'(x, y)}{\int_{-j-5}^{j+5} \int_{-i-5}^{i+5} g'(x, y) dx dy} \quad (6)$$

式中, $g''(x, y)$ 表示在亚像素位置 (x, y) 的梯度面密度函数。然后, 按照每个像素所分成的亚像素个数及其位置坐标, 求出每个亚像素位置的梯度面密度函数值。则 (3) 式中 $T_{\psi} \mu(x, r)$ 应定义为:

$$T_{\Psi} \mu(\mathbf{x}, r) = \int_{B_r(\mathbf{x})} [g''(y) d\mu(y)] \frac{1}{r^d} \Psi\left(\frac{\mathbf{x}-y}{r}\right) \quad (7)$$

通过此方法可以得到,在 x 处较精确的速降函数投影 $T_{\Psi} \mu(\mathbf{x}, r)$ 值。这里选用的邻域大小分别为 $\{B_{r_i}(\mathbf{x}) | r_i = r_1, \dots, r_5\}$, 且 r_i 的选择与所要观察的局部奇异性有关。以 $\Delta h(\pm 0.15)$ 为间隔, 将得到的所有像素点的奇异性指数进行排序, 计算相应的概率和分布函数。把分布函数在 99% 和 95% 所对应的奇异性指数的平均值定义为 h_{∞} , 则把下式所对应的点的集合 $F_{h_{\infty}} = \{x | h_{\infty} - \Delta h \leq h(x_1) \leq h_{\infty} + \Delta h\}$ 定义为最奇异流形 (most singular manifold MSM), 通过大量的实验观测可知此集合对应于图像的边缘轮廓。同时按照所生成的流形所含的信息量的大小又可以定义 n 阶最奇异流形集合: $F_{n, \text{MSM}} = \{x | h_{\infty} + (2n-3)\Delta h \leq h(x_1) \leq h_{\infty} + (2n-1)\Delta h\}$, $n = 1, 2, 3$ 将上述方法应用于对 Lena (256 × 256 pixels) 图像的奇异性分析中, 选用的速降函数为高斯小波 $\Psi(r) = \exp(-1/2r^2)$; 相应的圆形邻域的半径为 $\{r_i = 1, \sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, 3 \text{ pixel size}\}$ 。原单位像素被 $1 \times 1, 3 \times 3$ 网格分成 1, 9 个亚像素, 为了对比亚像素多重分形算法与其它经典的奇异性分析算子的性能优劣, 同时利用 LoG 算子、亚像素多重分形算法对 Lena 图像进行边缘提取, 结果如图 2 所示。图 2a 显

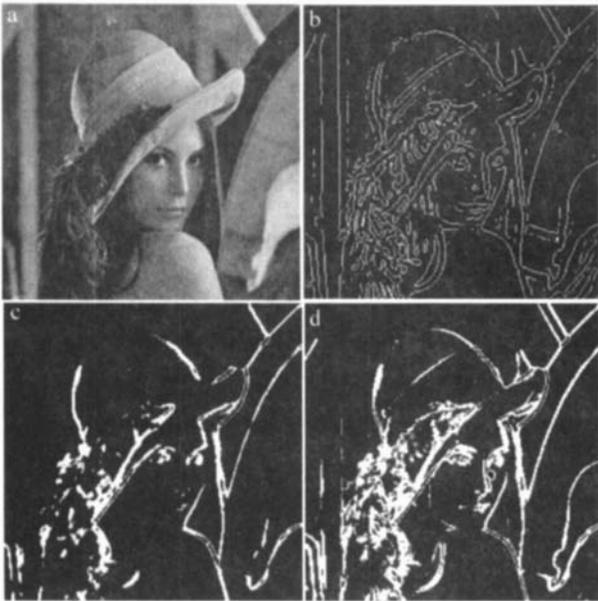


Fig 2 The processing results of the image of Lena using LoG operator the original pixel and the SEMA (size of $1/(3 \times 3)$) method

示原标准图像; 图 2b 显示运用 LoG 算子处理后的结果 ($\sigma = 2$, 阈值为 0.003); 图 2c、图 2d 两图分别是采用亚像素多重分形算法 (亚像素为 $1/(1 \times 1)$ 和 $1/(3 \times 3)$ 像素大小) 处理的结果。计算得到的 h_{∞} 为 -0.48 和 -0.445 。从图中结果可以看出, 采用多重分形方法可以有选择的提取图像的边缘部分, 较之经典

方法, 可以更有效的处理图像的奇异性, 例如图 2b 中包含了除边缘以外的一些纹理信息。而且由于实施了亚像素多重分形算法, 使得提取的结果更加精细, 与人类的视觉系统所捕获的重要信息相吻合。

3 SEMA 重构原图像

记某一分形集合 F_{h_0} ((4) 式所示) 的特征函数为 $\xi_{F_{h_0}}(\mathbf{x})$, 即指定的像素点属于该分形集 = 1 合 $\xi_{F_{h_0}}(\mathbf{x})$, 否则记为 0。则定义 $V_{F_{h_0}}(\mathbf{x})$ 为 F_{h_0} 的梯度场, 则 $V_{F_{h_0}}(\mathbf{x}) = \nabla E(\mathbf{x}) \xi_{F_{h_0}}(\mathbf{x})$ 。文献 [11] 中阐述了由梯度场 $V_{F_{h_0}}(\mathbf{x})$ 通过确定性传播函数可以重建该分形集合所对应的原灰度图像场 $E_{F_{h_0}}(\mathbf{x})$ 的理论。即:

$$E_{F_{h_0}}(\mathbf{x}) = \int_{F_{h_0}} d\mathbf{y} \cdot p(\mathbf{x}-\mathbf{y}) \cdot V_{F_{h_0}}(\mathbf{y}) = p(\mathbf{x}) \odot V_{F_{h_0}}(\mathbf{x}) \quad (8)$$

式中, \odot 表示卷积运算符, $p(\mathbf{x})$ 表示确定性传播函数。在频域中, (6) 式可以表示为如下形式:

$$\hat{E}_{F_{h_0}}(\mathbf{f}) = \hat{g}(\mathbf{f}) \cdot \hat{V}_{F_{h_0}}(\mathbf{f}) \quad (9)$$

式中, $\hat{E}_{F_{h_0}}(\mathbf{f})$, $\hat{g}(\mathbf{f})$, $\hat{V}_{F_{h_0}}(\mathbf{f})$ 分别表示 $E_{F_{h_0}}(\mathbf{x})$, $\hat{g}(\mathbf{x})$, $\hat{V}_{F_{h_0}}(\mathbf{x})$ 的傅氏变换且 $g(\mathbf{f}) = 1/f_0$ 。按照前述方法所求的 F_{h_0} , 计算该集合对应图像的 $\nabla E_{F_{h_0}}$ 梯度场及其相应的向量 $V_{F_{h_0}}(\mathbf{x})$ 场。然后将在频域二维向量场 $\hat{V}_{F_{h_0}}(\mathbf{f})$, $(\hat{V}_{F_{h_0}}(f_x), \hat{V}_{F_{h_0}}(f_y))$ 与确定性传播函数 $\hat{g}(\mathbf{f})$, $(\hat{g}(f_x), \hat{g}(f_y))$ 相乘, 得到相应重构图像二维傅氏变换结果 $\hat{E}_{F_{h_0}}(\mathbf{f})$ 。最后通过傅氏反变换得到空域中的重建结果。图 3 中显示了由图 2c 和图 2d 提取的边缘重

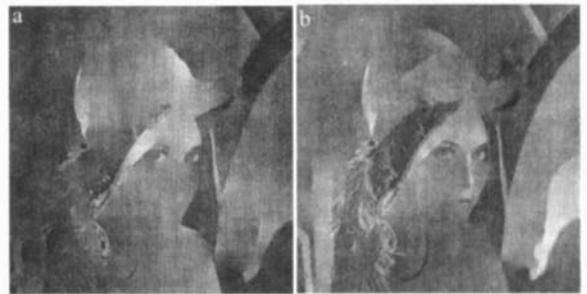


Fig 3 Original image from multifractal sets

a- $h(x) = -0.48 \pm 0.15$ b- $h(x) = -0.445 \pm 0.15$

构的原图像。其中, 图 2c 所提取分形集的奇异性指数范围 $h(x) = -0.48 \pm 0.15$ 图 2d 所对应的奇异性指数范围 $h(x) = -0.445 \pm 0.15$ 。通过 (8) 式得到的重构图像的峰值信噪比 (peak signal noise ratio, PSNR) 分别为 $\text{PSNR}_{1/(1 \times 1)} = 14.07 \text{ dB}$, $\text{PSNR}_{1/(3 \times 3)} = 14.76 \text{ dB}$ 。对比图 2c、图 2d 和图 3a、图 3b 可以看出, 由最奇异流形集合重构图像的质量主要依赖于前期所提取的边缘质量, 即由亚像素多重分形算法提取的边缘效果明显

好于一般的多重分形方法。例如,在图 3a 中重构图像比较模糊,从图中只能识别很少的特征点,其主要原因在于前期的边缘没有精细、完整的提取,导致了一部分纹理(低频)和边缘(高频)信息的缺失。实际上,图像重构提供了一种检验边缘提取效果的直观方法。同时,在最奇异流形集合基础上通过增大扩大分形集合 F_{h_0} 的范围,即增加重构系数的数目考察重构图像的峰值信噪比。这里 Δh 每增加 0.01,利用(4)式、(9)式计算相应重构图像的信噪比,得到图 4 所示结果,图

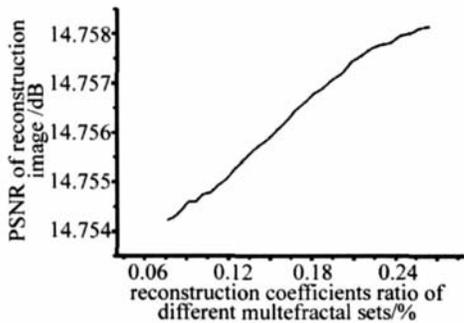


Fig 4 PSNR of the reconstruction images from the different multifractal coefficient ratio

中横坐标表示不同分形集合的重构系数比,它表示(4)式所定义的分形集合所包含的像素数目与全体像素数之比。从图中可知,随着重构像素数的增加,重构图像的信噪比有明显的上升趋势。因此,获得尽量多的边缘信息有助于得到较高的重构质量。

4 结 论

利用 SEMA 进行图像的奇异性分析方法,利用此方法计算奇异性指数,结果准确、可靠、鲁棒性强,且检测的图像最奇异流形集合蕴含了图像中视觉最重要的部分。通过提取的分形集合重构原图像,为我们提供

了一种检验边缘提取效果的直观方法。为后续的工作,例如基于轮廓的图像编码打下良好的基础。

参 考 文 献

- [1] CASTLEMAN K R. Digital image processing [M]. Beijing Publishing House of Electronics Industry, 2003. 375~404.
- [2] JIANG Zh Q. Some questions in the applications research of fractal and analysis of its present situation and foreground [J]. Journal of Changchun Post and Telecommunication Institute, 2004, 22(1): 58~61 (in Chinese).
- [3] PENTLAND A. Fractal-based description of nature scene [J]. IEEE Transaction Pattern Analysis Machine Intelligence, 1984, 6(6): 661~674.
- [4] YI H Y, LÜ B D, JI Y S. Target recognition under different complicated background of cloud [J]. Laser Technology, 2004, 28(2): 133~140 (in Chinese).
- [5] DECOSTER N, ROUX S G, ARNEODO A. A wavelet based method for multifractal image analysis II: Application to synthetic multifractal rough surface [J]. European Physical Journal, 2000, B3(15): 704~739.
- [6] AN B, CHEN H X, CHEN Zh P. Real time edge enhancement of optical image with liquid crystal TV [J]. Laser Technology, 2002, 26(1): 44~46 (in Chinese).
- [7] TURIEL A, PARGA N. The multifractal structure of contrast changes in natural images from sharp edges to texture [J]. Neural computation, 2000, 12(4): 763~793.
- [8] TURIEL A, MATO G. The self-similarity properties of natural images resemble those of turbulent flows [J]. Phys Rev Lett, 1998, 80(5): 1098~1101.
- [9] NEVADO A, TURIEL A, PARGA N. Scene dependence of the non-gaussian scaling properties of natural images [J]. Network Computation in Neural Systems, 2000, 11(2): 131~152.
- [10] LYVERS E P, MITCHELL O R, MARK L *et al*. Subpixel measurement using a motion-based edge operator [J]. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(12): 1293~1308.
- [11] TURIEL A, POZO A D. Reconstructing images from their most singular fractal manifold [J]. IEEE Transaction on Image Processing, 2002, 11(4): 345~350.

(上接第 641 页)

激光切割一样得到广泛的应用,并产生良好的经济效益和社会效益。

参 考 文 献

- [1] HACKEL, LLOYD, HARRIS *et al*. Contour forming of metals by laser peening [P]. US, 6410884, 2002-07-25.
- [2] SU H L, LU B J. Prole to working progress of drilling holes in thin plates [J]. Mechanical Engineer, 2003(3): 65~66 (in Chinese).
- [3] TRANOR R J, LEE Y T. Analytic models for design of laser-generated shock-wave experiments [J]. Physics of Fluids, 1982, 25(10): 1898.
- [4] ZHOU J Zh, ZHANG Y K, ZHOU M *et al*. Study on technique of laser shock forming of metal sheet [J]. Laser Technology, 2002, 26(6): 478~480 (in Chinese).
- [5] PIRRI A N. Theory of momentum transfer to a surface with a high power laser [J]. Physics Fluid, 1976, 16(9): 1435~1440.
- [6] FABBRO R, FOURNIER J, BALLARD P *et al*. Physical study of laser-produced plasma in confined geometry [J]. JAP, 1990, 68(2): 775~784.
- [7] BAI Y L. Adiabatic shear banding [J]. Research in Mechanics, 1990, 31(2): 133~203.
- [8] YANG Zh Y, ZHAO J P. The review of the microstructure of adiabatic shear bands in metallic materials [J]. Journal of North University of China, 1995, 16(4): 327~333 (in Chinese).
- [9] WANG L L, YU T X, LI Y Ch. Progress of impact dynamics [M]. Heifei University of Science and Technology of China Press, 1992, 2~6 (in Chinese).
- [10] YANG Y, CHEN X L. Current status and trends in researches on adiabatic shearing [J]. The Chinese Journal of Nonferrous Metals, 2002, 12(3): 401~408 (in Chinese).