

文章编号: 1001-3806(2007)06-0587-03

## 飞秒脉冲干涉自相关修正光谱的啁啾特性

陈碧芳<sup>1</sup>, 刘天夫<sup>2</sup>

(1. 嘉兴学院 机电工程学院, 嘉兴 314001; 2. 中国计量学院 信息工程学院, 杭州 310034)

**摘要:** 为了测量飞秒激光脉冲啁啾, 采用了一种对干涉自相关光谱作频谱修正的简单方法, 得到干涉自相关修正光谱。利用该修正光谱对啁啾有很高灵敏度的特性, 对高斯型强度分布的线性啁啾、平方啁啾脉冲进行了理论分析和实验验证, 取得了修正光谱的下包络峰的高度与啁啾量对应关系、下包络峰的个数与啁啾次数对应关系。结果表明, 根据干涉自相关修正光谱下包络的峰值, 可估计啁啾的量值, 根据干涉自相关修正光谱下包络峰的个数可以判断脉冲啁啾的次数。这一结果对精确地测量飞秒激光脉冲的微小啁啾量是有帮助的。

**关键词:** 超快光学; 飞秒脉冲测量; 干涉自相关修正光谱; 啁啾; 包络

**中图分类号:** TN247 **文献标识码:** A

### Chirp characteristics of modified spectrum autointerferometric correlation for femtosecond pulse

CHEN Bi-fang<sup>1</sup>, LIU Tian-fu<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Jiaxing University, Jiaxing 314001, China; 2. Department of Information Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310034, China)

**Abstract:** A simple method which can measure the chirp of femto-second laser pulses was described. Modified spectrum autointerferometric correlation (MOSAIC) uses spectral filtering of the interferometric autocorrelation (IAC) to render a waveform that is highly sensitive to chirp. The Gaussian intensity of femto-second chirped pulses was numerically calculated. The peak of the MOSAIC minima envelope as a function of the normalized mean chirp for different orders of chirp and MOSAIC peak number corresponding to the first- and second-order chirps were obtained. Low chirp of femto-second laser pulses can be determined accurately with the MOSAIC.

**Key words:** ultrafast optics; femto-second pulses measurement; modified spectrum autointerferometric correlation; chirp; envelope

## 引 言

从飞秒激光技术发展的历史不难发现, 无论是最早出现的碰撞脉冲锁模技术, 还是目前已被广泛采用克尔透镜锁模技术的飞秒激光脉冲产生, 甚至包括最新的飞秒脉冲放大技术, 或称光学参量啁啾脉冲放大技术在内<sup>[1]</sup>, 最终输出的飞秒光脉冲的产生过程, 实质上都是利用啁啾获得的。为了得到理想的最短光脉冲, 都需要通过快且有方向的尽可能地补偿啁啾<sup>[2]</sup>。因此, 无论是飞秒脉冲激光器研究领域, 还是飞秒激光放大技术研究领域, 都十分迫切地需要研究能够方便、准确测量啁啾大小及其特性的方法或者仪器。用二次干涉自相关 (interferometric autocorrelation, IAC) 可以测

量飞秒脉冲宽度, 也可以检测啁啾, 但其检测啁啾时灵敏度较低。现在对 IAC 作频谱修正可精确地测量啁啾<sup>[3~5]</sup>, 这种技术, 称为干涉自相关修正光谱 (modified spectrum autointerferometric correlation, MOSAIC), 其与标准的干涉自相关啁啾测量相比较, 灵敏度有显著提高。作者用 MOSAIC 分别导出含有线性啁啾和平方啁啾高斯型飞秒脉冲的干涉自相关修正光谱的形式, 并分析其啁啾特性。

## 1 干涉自相关修正光谱的原理

### 1.1 干涉自相关二次谐波的包络含有啁啾信息

群速色散和自相位调制效应及附加折射率作用引起脉冲频率产生啁啾, 从而导致脉冲的能量分布发生变化, 改变了脉冲形状, 光脉冲含有不同的啁啾量, 干涉自相关二次谐波的包络形状就不同, 因而干涉自相关二次谐波的包络含有啁啾信息<sup>[6~8]</sup>。引入归一化的干涉自相关二次谐波的接收信号, 其表达式为:

作者简介: 陈碧芳 (1960-), 女, 讲师, 主要从事激光测量技术和激光生物作用研究。

E-mail: cccbbfflll@Yahoo.com.cn

收稿日期: 2006-09-05; 收到修改稿日期: 2006-12-11

$$S_I(\tau) = 1 + 2 \int I(t) I(t+\tau) dt + \int I(t) I(t+\tau) \times \cos(2\omega\tau + 2\Delta\phi) dt + 2 \int [I(t) + I(t+\tau)] \times \sqrt{I(t)} \sqrt{I(t+\tau)} \cos(\omega\tau + \Delta\phi) dt \quad (1)$$

式中,  $\tau$ 为两束光之间的相对时延,  $\omega$ 为光波频率,  $I$ 为电场,  $t$ 为时间,  $\phi(t)$ 为光脉冲的相位,  $\Delta\phi(t, \tau) = \phi(t+\tau) - \phi(t)$ , 第1项为  $\int I(t) dt = 1$ , 第2项是强度自相关项, 第3项、第4项是包含脉冲啁啾信息的干涉项。从干涉自相关的包络可以看出脉冲的啁啾, 然而, 其啁啾的估定是主观的和意义不明的。

### 1.2 干涉自相关修正光谱的包络含有明显啁啾信息

从干涉自相关变换到干涉自相关修正光谱就能精确地反映啁啾的大小。(1)式揭示 IAC信号有3个主要光谱成份组成, 即频率为0,  $\omega$ 和  $2\omega$ 项组成。对 IAC作频谱修正, 即消除  $\omega$ 项、扩大  $2\omega$ 项(系数乘2)、频率为0项(强度自相关项)不变, 修正后的光谱给出了时间域的 MOSAIC信号:

$$S_M(\tau) = 1 + 2 \int I(t) I(t+\tau) dt + 2 \int I(t) I(t+\tau) \cos(2\omega\tau + 2\Delta\phi) dt \quad (2)$$

进一步展开(2)式余弦函数项, 导出标准的干涉自相关修正光谱表达式:

$$S_M(\tau) = g(\tau) + [g_s^2(\tau) + g_c^2(\tau)]^{1/2} \cos[2\omega\tau + \Phi(\tau)] \quad (3)$$

式中,  $g(\tau) = \int I(t) I(t+\tau) dt$ ,  $g_s(\tau) = \int I(t) I(t+\tau) \times \sin(2\Delta\phi) dt$ ,  $g_c(\tau) = \int I(t) I(t+\tau) \cos(2\Delta\phi) dt$ ,  $\Phi(\tau) = -\tan^{-1}(g_s/g_c)$ 。

由  $\cos[2\omega\tau + \Phi(\tau)] = -1$  给出  $S_M(\tau)$  信号的下

包络:  $S_{M,\min}(\tau) = g(\tau) - [g_s^2(\tau) + g_c^2(\tau)]^{1/2}$  (4)  
 $S_{M,\min}(\tau)$ 信号对啁啾非常敏感, 其灵敏度的提高主要是修正后的光谱提升了  $2\omega$ 干涉项(含有啁啾信息)的作用。

## 2 干涉自相关修正光谱表达式

### 2.1 线性啁啾脉冲修正光谱

假设光脉冲是包含线性啁啾的高斯型脉冲<sup>[9]</sup>, 其光电场可表示:

$$E(t) = A \exp\left[-\frac{T^2}{2T^2}\right] \exp\left[j\left(\omega t + \frac{aT^2}{T^2}\right)\right] \quad (5)$$

式中,  $A$ 为脉冲电场的峰值,  $T$ 为脉冲  $1/e$ 强度点半宽,  $a$ 为啁啾参数。将(5)式代入(1)式得到干涉自相关信号:

$$S_I(\tau) = 1 + 2 \exp\left[-\frac{\tau^2}{2T^2}\right] + 4 \exp\left[-\frac{(3+4a^2)\tau^2}{8T^2}\right] \times \cos(\omega\tau) \cos\left[\frac{a\tau^2}{2T^2} + \exp\left[-\frac{(1+4a^2)\tau^2}{2T^2}\right]\right] \cdot \cos(2\omega\tau) \quad (6)$$

再将(5)式代入(3)式得到干涉自相关修正光谱信号为:

$$S_M(\tau) = T \pi/2 \cdot \exp\left[-\frac{\tau^2}{2T^2}\right] + T \sqrt{\pi/2} \cdot \exp\left[-\frac{(1+4a^2)\tau^2}{2T^2}\right] \cdot \cos(2\omega\tau) \quad (7)$$

当  $T=80\text{fs}$ ,  $\omega=3044\text{THz}$  ( $\lambda=619\text{nm}$ ),  $a=0, 0.2, 0.4$  时, 计算出  $S_I(\tau)$ 和归一化  $S_M(\tau)$ 的迹线如图1所示。图1分别为  $a=0, 0.2, 0.4$ 时的情况。比较图1中 IAC与 MOSAIC的包络, MOSAIC的包络对啁啾比 IAC更敏感, 特别是对小的啁啾量, 其 MOSAIC信号的特性是: 不含啁啾的修正光谱明显有容易识别的平直下包络, 而含有不同啁啾量的修正光谱下包络的峰值不同, 频率啁啾的估定是非常清晰。

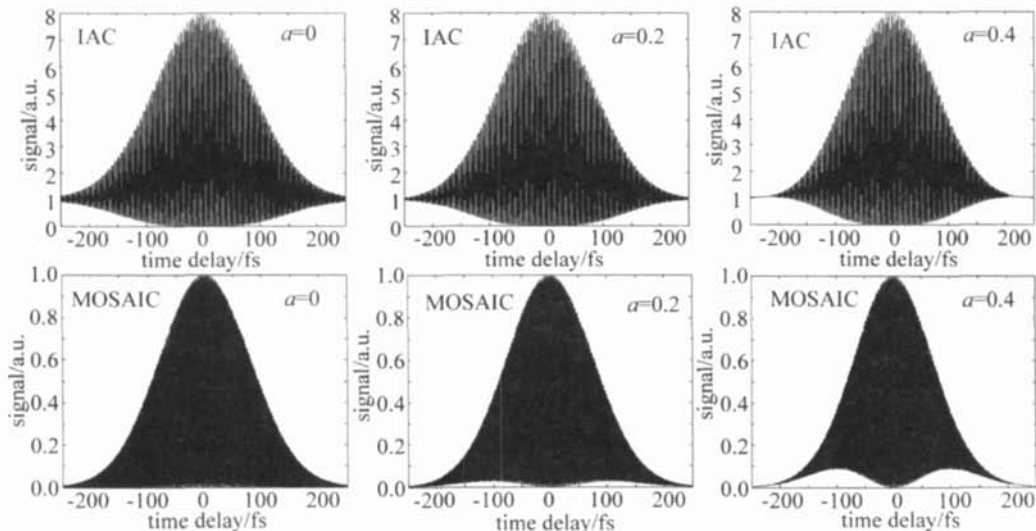


Fig 1 Calculated autocorrelation traces corresponding to IAC and MOSAIC for various degrees of linear chirp obtained

对下包络函数  $S_{M,\min}(\tau)$  求极值,得到下包络  $S_{M,\min}(\tau)$  峰值与  $a$  啁啾参数关系为:

$$S_{M,\min}(\tau) = 4a^2 \left[ \frac{1}{1+4a^2} \right] \left( \frac{1}{4a^2} \right) \quad (8)$$

峰值  $S_{M,\min}(\tau)$  与啁啾参数  $a$  的关系曲线如图 2 所示,

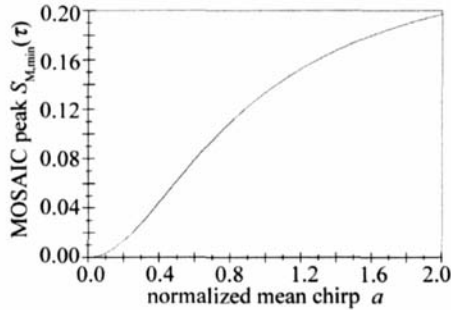


Fig 2 Calculated MOSAIC minimum peak as a function of the normalized mean chirp for linear chirp

啁啾值与下包络峰值是一一对应的,因此已知下包络的峰值,即可估定啁啾的量值。

### 2.2 平方啁啾脉冲修正光谱

假设光脉冲是包含平方啁啾的高斯型脉冲<sup>[9]</sup>,其

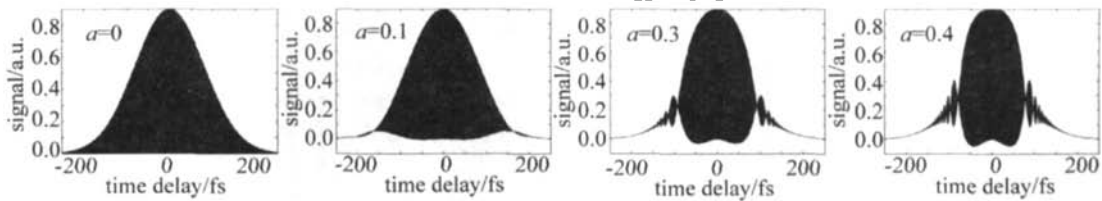


Fig 3 Calculated MOSAIC for various degrees of linear chirp obtained

近的 MOSAIC 峰),频率啁啾的估定是非常清晰。

另外,比较图 1 和图 3,可以看出线性啁啾与平方啁啾的 MOSAIC 信号波形明显不同,线性啁啾的 MOSAIC 下包络有 2 个峰,而平方啁啾的 MOSAIC 下包络在零处有 1 个较低的峰,共有 3 个峰,因此,根据 MOSAIC 下包络峰的个数可以判断脉冲啁啾的次数。

由图解法得到下包络  $S_{M,\min}(\tau)$  峰值与啁啾参数  $a$  关系为:

$$S_{M,\min}(\tau) = 0.1259e^{0.1508a} - 0.1236e^{-4.484a} \quad (11)$$

峰值  $S_{M,\min}(\tau)$  与啁啾参数  $a$  的关系曲线如图 4 所示,

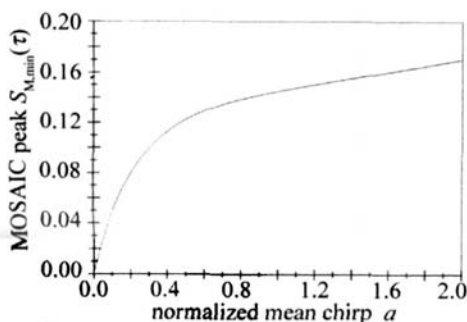


Fig 4 Calculated MOSAIC minimum peak as a function of the normalized mean chirp for quadratic chirp

光电场可表示为:

$$E(t) = A \exp\left[-\frac{T^2}{2T^2}\right] \exp\left[j\left(\omega t + \frac{at^3}{T^3}\right)\right] \quad (9)$$

式中,  $A$  为脉冲电场的峰值,  $T$  为脉冲  $1/e$  强度点半宽,  $a$  为啁啾参数。再将 (9) 式代入 (3) 式得到干涉自相关修正光谱信号为:

$$S_M(\tau) = T\sqrt{\pi}/2 \cdot \exp\left[-\frac{\tau^2}{2T^2}\right] + T\sqrt{\pi}/2(1+9a^2\tau^2/T^2)^{-0.25} \times \exp\left[-\frac{\tau^2}{T^2}\right] \exp\left[\frac{\tau^2/T^2 - 9a^2\tau^4/T^4 + 18a^2\tau^2/T^2}{2 + 18a^2\tau^2/T^2}\right] \times \cos\left[0.5\arctan(3a\tau/T) - a\tau^3/T^3 - 27a^3\tau^5/T^5\right] \cdot \cos(2\omega\tau) \quad (10)$$

当  $T=80\text{fs}$ ,  $\omega=3044\text{THz}$  ( $\lambda=619\text{nm}$ ),  $a=0, 0.1, 0.3, 0.4$  时,计算出归一化的  $S_M(\tau)$  的迹线如图 3 所示,图 3a~图 3d 分别为  $a=0, a=0.1, a=0.3, a=0.4$  时的情况,比较图 3 中 MOSAIC 的下包络, MOSAIC 下包络对小的啁啾量特别敏感,其 MOSAIC 信号特性是:不含啁啾的修正光谱明显有容易识别的平直下包络,而含有不同啁啾量的修正光谱下包络的峰值不同(非零附

啁啾值与下包络峰值是一一对应的,因此已知下包络的峰值,即可估定啁啾的量值。

### 3 结论

干涉自相关修正光谱对啁啾比干涉自相关更敏感,特别对较小的啁啾量有非常高的灵敏度。MOSAIC 下包络的峰值反映了脉冲啁啾量的大小,不含啁啾的 MOSAIC 下包络是一条平的直线, MOSAIC 下包络小的峰值与脉冲小的啁啾量一一对应。MOSAIC 下包络峰的个数反映了脉冲啁啾的次数,下包络 2 个峰和 3 个峰分别对应线性啁啾和平方啁啾。从资料激光器输出飞秒脉冲的二次干涉自相关曲线,用干涉自相关修正光谱(MOSAIC)的方法对该被测激光脉冲的啁啾量进行估定,得到了该频率啁啾的量值。能精确地测量飞秒激光脉冲的啁啾,利用快速傅里叶变换和光谱滤波技术,实时从 IAC 得到 MOSAIC 波形,就能对飞秒激光脉冲进行实时啁啾监测。

$\frac{n\lambda}{\Lambda \cos\theta}$ ,说明表面波衍射条纹的位置相对于零级对称分布。

(2)入射光斜入射:  $\sin\theta(1 - \cos\phi_n) > 0$ ,所以当  $n > 0$  时,  $|\phi_n| < |n\lambda/\Lambda \cos\theta|$ ,当  $n < 0$  时,  $|\phi_n| > |n\lambda/\Lambda \cos\theta|$ ,也就是说对于同一级衍射条纹,正级比负级衍射条纹距零级的距离要小,当  $n = 1$  时,  $\sin\theta(1 - \cos\phi_n) = 0.36 \times 10^{-5}$ ,而对于普通光栅,光栅常数在微米量级,那么  $\lambda/\Lambda$  的数量级为  $10^{-1}$ ,所以  $\sin\theta(1 - \cos\phi_n)$  对于普通光栅没有影响。本实验表面波频率为 280Hz,计算出  $\lambda/\Lambda = 4.21 \times 10^{-4}$ ,所以  $\sin\theta(1 - \cos\phi_n)$  对于  $\phi_n$  的影响不可忽略。从实验结果可以得到  $d_{01} < d_{-10}$ ,  $d_{20} < d_{-20}$ ,  $d_{30} < d_{-30}$ ,实验结果与理论分析吻合。

## 2.2 衍射条纹强度分析

(1)入射光垂直入射:衍射条纹的半角宽度为  $\frac{\lambda}{N\Lambda \cos(\theta - \phi_n)}$ ;  $\phi_n$  为对称分布;所以半角宽度为对称分布,即各级衍射条纹的强度是对称分布的。

(2)入射光斜入射:当  $n > 0$  时,  $\phi_n > 0$ ;当  $n < 0$  时,  $\phi_n < 0$ 。衍射条纹的半角宽度为  $\frac{\lambda}{N\Lambda \cos(\theta - \phi_n)}$ ,即当  $n > 0$  时衍射条纹的半角宽度小。从  $I = I_0 \times I_1$  可以看出对于同一级次的衍射条纹强度应是相等的,半角宽度也相等。而本实验衍射条纹的半角宽度不相等,即各级次衍射光斑弥散的大小不一样。所以当半角宽度小时,衍射条纹强度大。从以上分析可知:正级次大于负级次衍射条纹强度。从实验结果可以看出  $I_{+1} > I_{-1}$ ,  $I_{+2} > I_{-2}$ ,  $I_{+3} > I_{-3}$ ,实验结果与理论分析吻合。

## 3 结论

(1)对于低频的液体表面波,实验上得到了清晰

稳定的衍射条纹,对图样扫描及拟合曲线发现了衍射条纹强度及位置不对称分布。(2)理论上得到了衍射条纹强度与表面波之间的解析关系。在斜入射情况下,对衍射条纹位置的近似条件及半角宽度进行分析,分别解释了衍射条纹位置及强度的不对称分布。(3)理论上推导出光垂直入射时,衍射条纹强度及位置分布具有对称性。

## 参考文献

- [1] DEVOLDER S, WEVERS M, DEMEESTER D. Thin layer thickness measurements based on the acoustic-optic technique [J]. A P L, 1996, 68 (12): 1732~1734.
- [2] BRER R, LEROY O. Surface roughness determination using the acoustic-optic technique: theory and experiment [J]. A P L, 1997, 75 (5): 599~601.
- [3] YAMANAKA K, CHO H. Precise velocity measurement of surface acoustic waves on bearing ball [J]. A P L, 2000, 76 (19): 2797~2799.
- [4] LEE P H Y, BARTER J D, BEACH K L *et al*. Recent advance in ocean-surface characterization by a scanning-laser slope gauge in Optics of the Air-Sea Interface: Theory and Measurement [J]. Proc SPIE, 1992, 1749: 234~224.
- [5] MIAO R C, YANG Z L. Physical properties of liquid surface wave and its optical diffraction [J]. Acta Physica Sinica, 1996, 46 (9): 1521~1525 (in Chinese).
- [6] MIAO R C, YANG Z L, ZHU J T. Visualization of low-frequency liquid surface acoustic waves by means of optical diffraction [J]. A P L, 2002, 80 (17): 3033~3035.
- [7] BARIK T K, ROY A, KAR S A. Simple experiment on diffraction of light by interfering liquid surface waves [J]. Amer J Phys, 2005, 73 (8): 725~729.
- [8] BARIK T K, CHAUDHURI P R, ROY A. Probing liquid surface waves, liquid properties and liquid films with light diffraction [J]. Measurement Science and Technology, 2006, 17: 1553~1562.
- [9] YAO Q j. Optical tutorial [M]. Beijing: Higher Education Press, 1999. 129~130 (in Chinese).
- [10] GOODMAN J W. Introduction to Fourier optics [M]. New York: McGraw-Hill, 1968. 68~69.

(上接第 589页)

## 参考文献

- [1] LEMOFF B E, BARTY C P J. Quintic-phase-limited, spatially uniform expansion and recompression of ultrashort optical pulses [J]. Opt Lett, 1993, 18 (19): 1651~1653.
- [2] JUNG I D, KARTNER F X, MATUSCHEK N *et al*. Self-starting 6.5 fs from a KLM Ti sapphire laser [J]. Opt Lett, 1997, 22 (13): 1009~1011.
- [3] MANSOOR S B. Femtosecond Kerr-lens autocorrelation [J]. Opt Lett, 1997, 22 (6): 399~401.
- [4] TOSHIYUKI H, MANSOOR S B. Real-time chip diagnosis for ultrashort laser pulses [J]. Opt Lett, 2002, 27 (10): 860~862.

- [5] DANIEL A B, MICHAEL P H, MANSOOR S B. Sensitive ultrashort pulse chip measurement [J]. Opt Lett, 2006, 31 (1): 122~124.
- [6] OUYANG Zh, PENG W J, LI Q X *et al*. An IBM PC/XT computer controlled autocorrelator and datum acquisition processing system [J]. Laser Technology, 1994, 18 (5): 313~316 (in Chinese).
- [7] LU T F, HU G L. Study of the time standards and calibrating methods of ultrashort laser pulses detection [J]. SPIE, 2002, 4231: 608~612.
- [8] LU T F, SHEW L, QU Zh R *et al*. Calibration method for the measurement of ultrashort pulsed lasers [J]. Chinese Journal of Lasers, 2004, 31 (1): 111~114 (in Chinese).
- [9] CHEN B F, LU T F. Numerical simulation of femtosecond pulses measurement with SPIDER [J]. Laser Technology, 2006, 30 (1): 13~15 (in Chinese).