

文章编号: 1001-3806(2007)02-0203-03

## 空心高斯光束通过光阑透镜系统的传输特性

王备战<sup>1</sup>, 赵志国<sup>1,2</sup>, 段开惊<sup>2</sup>

(1. 洛阳师范学院 物理系, 洛阳 471022; 2. 四川大学 激光物理与化学研究所, 成都 610064)

**摘要:** 为了研究空心光束通过硬边光阑透镜傍轴  $ABCD$  光学系统后的传输特性, 利用柯林斯衍射积分公式, 推导出了空心高斯光束通过受圆孔硬边光阑限制的傍轴  $ABCD$  光学系统的传输公式, 所得公式可用来描述空心高斯光束通过任意傍轴  $ABCD$  光学系统的传输。研究了光阑、透镜以及光阑透镜系统对空心高斯光束传输特性的影响, 并用数值例做了详细说明。结果表明, 光阑和透镜均会使光束的光场分布向源平面前移, 光阑会破坏空心高斯光束的空心性, 而单纯的透镜只改变光场分布, 不会破坏光束的空心性。这一结果对于空心光束的产生和应用有理论指导意义。

**关键词:** 激光光学; 空心性; 柯林斯衍射积分; 透镜;  $ABCD$  光学系统

**中图分类号:** O436.1 **文献标识码:** A

### Propagation properties of hollow Gaussian beams through an optical system with a hard-edged aperture

WANG Bei-zhan<sup>1</sup>, ZHAO Zhi-guo<sup>1,2</sup>, DUAN Kai-liang<sup>2</sup>

(1. Department of Physics, Luoyang Normal College, Luoyang 471022, China; 2. Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

**Abstract:** In order to study propagation properties of hollow beams through a paraxial optical  $ABCD$  system with a hard-edged circle aperture and a lens, the expressions for the propagation of hollow Gaussian beams through such a system are derived based on the Collins diffraction integral. The effects of an aperture, a lens and an aperture-lens system on the propagation properties of hollow Gaussian beams are studied and illustrated with numerical examples, which shows that both aperture and lens can shift the field of hollow Gaussian beams towards the source plane. It is also found that hollowness of the beam will be destroyed by the aperture, but not by the lens. The results of this study play a guiding role in the generation and application of hollow beams.

**Key words:** laser optics; property of hollow beams; Collins diffraction integral; lens;  $ABCD$  optical system

### 引 言

近几年,随着激光技术的发展与应用,新型激光模式的研究逐渐成为人们关注的热点。其中,空心光束(亦被称为黑洞光束)由于在原子光学中越来越广泛地应用而备受人们的关注<sup>[1~6]</sup>。在空心光束中可以用偶极势诱导、俘获原子<sup>[7,8]</sup>,在锥状空心光束陷阱中可获得接近  $2\mu\text{K}$  温度的超冷原子<sup>[7]</sup>。人们已提出各种特殊激光模式的空心光束<sup>[9,10]</sup>。作者以 CAI 等<sup>[10]</sup>提出的一种新型的空心高斯光束为研究对象,研究其通过受圆孔硬边光阑限制的傍轴  $ABCD$  光学系统后的传输特性。说明光阑、透镜等光学元件对空心光束“空心性”的影响。

作者简介:王备战(1971-),男,讲师,主要从事光学方面的研究。

E-mail: bz\_wang@sina.com

收稿日期:2005-12-30;收到修改稿日期:2006-03-08

### 1 空心高斯光束通过受圆孔硬边光阑限制的傍轴 $ABCD$ 光学系统的传输

假设在初始平面 ( $z=0$ ) 上空心高斯光束的场分布为<sup>[9]</sup>:

$$E_n(\kappa, 0) = \left[ \frac{2}{w_0} \right]^n \exp \left[ -\frac{\kappa^2}{w_0^2} \right], \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

式中,  $n$  为空心高斯光束的阶数,  $w_0$  为基模高斯光束 ( $n=0$ ) 的束腰宽度。考虑空心高斯光束通过受圆孔硬边光阑限制的傍轴  $ABCD$  光学系统的传输, 传输方向为  $z$  轴的正方向。假设光阑位于  $z=0$  平面上, 半径为  $a$ , 如图 1 所示。由柯林斯衍射积分公式<sup>[10]</sup>, 光阑后衍射光场在某一  $z$  平面上的场分布可表示为:

$$E_n(r, z) = \frac{i}{\lambda B} \exp(-ikz) \int_0^a \int_0^{2\pi} E_n(\kappa, 0) \times \exp \left\{ -\frac{ik}{2B} [A\kappa^2 - 2r\kappa \cos(\theta - \theta_0) + D r^2] \right\} \times \kappa d\kappa d\theta, \quad (B \neq 0) \quad (2)$$

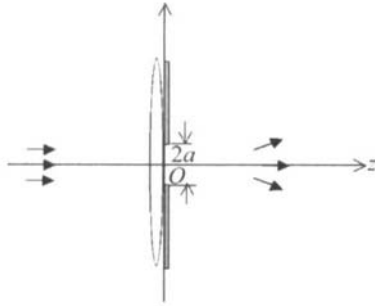


Fig 1 Lens-apertured system

式中,  $r_0, \theta_0$  和  $r, \theta$  分别为入射面和观察面上的径向角和方向角坐标,  $\lambda$  是波长,  $k = 2\pi / \lambda$  是真空中光波波数,  $A, B, C, D$  为傍轴光学系统传输变换矩阵的矩阵元。利用积分公式:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp[i x \cos(\theta - \theta_0)] d\theta_0 = J_0(x) \quad (3)$$

由(2)式可得:

$$E_n(r, z) = \frac{ik}{B} \exp(-ikz) \exp\left[-\frac{ikD}{2B} r^2\right] \times \int_0^a \int_0^{2\pi} (\tilde{r}_0, 0) \exp\left[-\frac{ikA}{2B} \tilde{r}_0^2\right] J_0\left(\frac{kr\tilde{r}_0}{B}\right) \tilde{r}_0 d\tilde{r}_0 d\theta_0 \quad (4)$$

式中,  $J_0(x) = \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{x^{2m}}{2^{2m} (m!)^2}$  (5)

为零阶贝塞尔函数。利用积分公式:

$$\int_0^a \int_0^{2\pi} r^{m+n+1} \exp(-bx^2) dx = \frac{1}{2} b^{-(m+n+1)} \times [\Gamma(m+n+1) - \Gamma(m+n+1, a^2 b)] \quad (6)$$

将(5)式代入(4)式积分得:

$$E_n(r, z) = \frac{ik}{B} \exp(-ikz) \exp\left[-\frac{ikD}{2B} r^2\right] \times \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{(kr)^{2m}}{2^{2m} (m!)^2} \frac{1}{B^{2n} w_0^{2n}} \int_0^a \int_0^{2\pi} r^{m+n+1} \exp\left[-\frac{ikA}{2B} r^2\right] d\tilde{r}_0 d\theta_0 = ikw_0^{-2(n-1)} \frac{\exp(-ikz)}{2B + iAkw_0^2} \times \exp\left[-\frac{ikD}{2B} r^2\right] \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m (kr)^{2m}}{2^{2m} (m!)^2 B^{2m} d^{m+n}} \times [\Gamma(m+n+1) - \Gamma(m+n+1, a^2 d)] \quad (7)$$

式中,  $\Gamma(\cdot)$  为伽马函数,  $d = ikA / (2B) + 1/w_0^2$ 。(7)式即为空心高斯光束通过受圆孔硬边光阑限制的傍轴 ABCD 光学系统的传输公式, 可用来描述空心高斯光束通过受圆孔硬边光阑限制的傍轴 ABCD 光学系统的传输。对于轴上光场, 令  $r=0$ , 由(7)式可以看出, 轴上电场分布为:  $E_n(0, z) = ikw_0^{-2(n-1)} d^{-n} \times$

$$\frac{\exp(-ikz)}{2B + iAkw_0^2} [\Gamma(n+1) - \Gamma(n+1, a^2 d)] \quad (8)$$

另外, 当光阑孔径趋于无限大时, 即  $a \rightarrow \infty$ , 利用公式:

$$\int_0^{\infty} x^{n+m/2} e^{-\alpha x} J_m(2\beta x^{1/2}) dx =$$

$$n! \alpha^{-n-m-1} \beta^m e^{-\beta^2/\alpha} L_n^m(\beta^2/\alpha) \quad (9)$$

由(4)式直接积分得:

$$E_n(r, z) = \frac{ikAn!}{2Bw_0^{2n} d^{n+1}} \frac{\exp(-ikz)}{2B + iAkw_0^2} \exp\left[-\frac{ikD}{2B} r^2\right] \times \exp\left[-\frac{(kr/2B)^2}{d}\right] L_n\left[\frac{(kr/2B)^2}{d}\right] \quad (10)$$

(10)式即为文献[9]中的结果, 它是空心高斯光束在无光阑限制时, 通过傍轴 ABCD 光学系统的一般传输公式, 可以认为是本文中的特殊情况。

## 2 数值分析

由于空心高斯光束实质上可看作是多个拉盖尔高斯模的线性叠加<sup>[9]</sup>, 在传输过程中由于不同模的演化方式不同, 造成了空心高斯光束有趣的传输特性<sup>[9]</sup>。在自由空间中, 近场空心高斯光束仍可保持初始光束的分布特性, 即, 轴上光场为 0, 且光场关于传输轴  $z$  呈圆对称环状分布; 传输过程中, 空心高斯光束表现出“聚焦”性, 远场空心高斯光束能量集中在轴上, 光束演化为实心光束, 横向光强最大值位于  $z$  轴上。下面将利用本文中所得公式重点研究光阑、透镜、以及光阑-透镜系统对空心高斯光束光场的影响。透镜紧靠光阑平面, 如图 1 所示。观察平面在光阑透镜后的某一  $z$  平面上。因此系统的 ABCD 变换矩阵为:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

图 2 为 2 阶、4 阶和 6 阶空心高斯光束在源平面  $z=0$  (见图 2a) 和  $z=2z_0$  ( $z_0 = kv_0^2/2$ ) 平面 (见图 2b) 上的归一化光强分布, 计算参数为  $\lambda = 1.06\mu\text{m}$ ,  $w_0 = 100\mu\text{m}$ ,

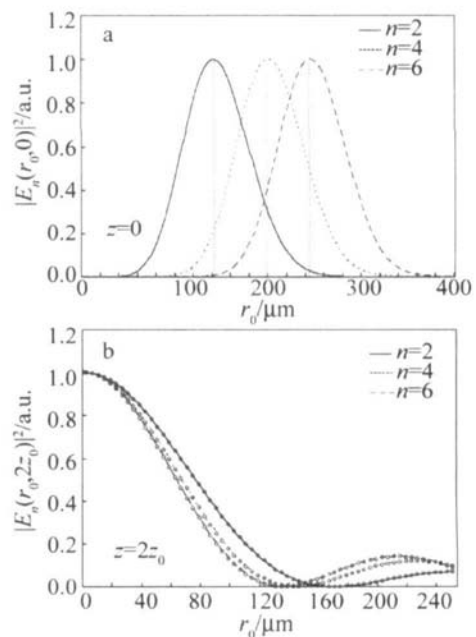


Fig 2 Normalized intensity distribution of hollow Gaussian beams of 2, 4, and 6 orders at planes  $z=0$  and  $z=2z_0$

$f=2z_0, a/w_0=2$ 。由图 2a 可以看出,源平面上光场关于中心原点呈圆对称环状分布,环的内外半径大小与光束腰斑  $w_0$  和光束的阶数  $n$  有关,光强最大值位于  $r_{\max}=w_0 n^{1/2}$  处。但在图 2b 中可以看到,光束的空心性消失,光束能量集中在  $z$  轴上,这是光阑透镜系统和光束本身传输共同作用的结果。另外,在图 2b 中用圈线给出了使用 (4) 式的直接积分结果,可以看出, (4) 式和 (7) 式的结果完全重合,但所用机时比约为 7:1。

图 3 为无透镜时 ( $f \rightarrow \infty$ ),光阑相对半径分别为  $a/w_0=1.5, 2$  和  $4$  时, 4 阶空心高斯光束轴上归一化场

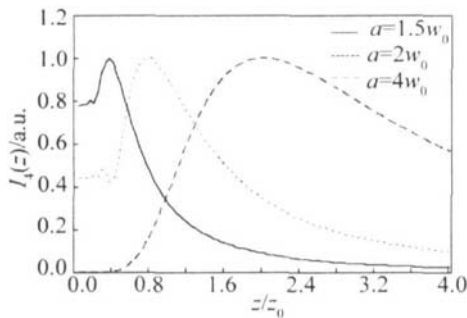


Fig 3 Normalized axial intensity distributions of hollow Gaussian beam of 4 order versus the normalized distance  $z/z_0$

强  $I_n(z) = E_n(0, z)^2$  随归一化传输距离  $z/z_0$  的变化情况,其它计算参数与图 2 相同。从图 3 可以看出,光阑相对半径对空心高斯光束的光场分布有重要影响。光阑的存在导致光场分布前移,图 3 中对应于不同的光阑半径  $a/w_0=1.5, 2$  和  $4$ ,轴上光强最大值分别位于  $z/z_0=0.36, 0.76$  和  $2$ 。另外,当光阑相对半径  $a/w_0$  为  $4, z/z_0 < 0.4$  时,轴上光场为 0,说明此时光束的空心性没有得到破坏,但当光阑相对半径  $a/w_0$  为  $1.5$  和  $2$  时,即使是近场部分,轴上光强不再为 0,这表明光阑的存在破坏了光束的空心特性。

图 4 为无透镜时 ( $f \rightarrow \infty$ ),空心高斯光束轴上场强最大值的归一化位置  $z_{\max}/z_0$  随圆孔硬边光阑相对半径  $a/w_0$  的变化情况,计算参数与图 2 相同。从图 4 可

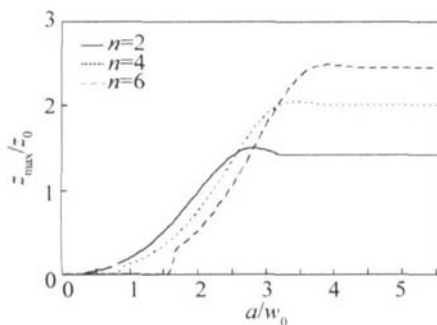


Fig 4 Position of normalized axial intensity distribution of hollow Gaussian beams of 2, 4, and 6 orders versus the relative radius  $a/w_0$

以看出,对于某一特定阶数的空心高斯光束,轴上光场最大值位置  $z_{\max}/z_0$  随光阑相对半径  $a/w_0$  增大而增大,对于 2 阶, 4 阶和 6 阶空心高斯光束,在  $a/w_0$  分别

为  $2.80, 3.40$  和  $3.90$  时,  $z_{\max}/z_0$  最大值分别为  $1.49, 2.05$  和  $2.48$ ,然后  $z_{\max}/z_0$  在  $a/w_0$  分别大于  $3.30, 3.90, 4.35$  时,趋于稳定值  $1.41, 2.00$  和  $2.45$ 。说明对于 2 阶, 4 阶和 6 阶空心高斯光束,只有当  $a/w_0$  分别大于  $3.30, 3.90, 4.35$  时,光阑效用才可以忽略。

图 5 为透镜焦距  $f$  分别为  $z_0, 2z_0$  和  $4z_0$  时, 4 阶空心高斯光束轴上光场强度随归一化传输距离的变化,

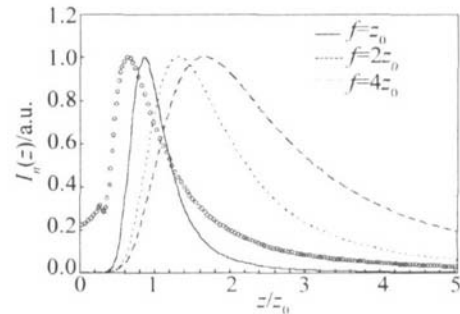


Fig 5 Normalized axial intensity distribution of hollow Gaussian beams versus the normalized distance  $z/z_0$  for the focal length  $f=z_0, 2z_0$  and  $4z_0$ , respectively, when  $a/w_0=4$ , the circled curve is for  $f=2z_0$  and  $a/w_0=2$

其中实线,点线和虚线对应的光阑相对半径  $a/w_0=4$  (由图 4,此时光阑效用可以忽略),其它计算参数与图 2 相同。从图 5 可以看出,轴上光场最大值位置  $z_{\max}/z_0$  随透镜的焦距减小而减小,透镜的存在导致光场分布向源平面前移。另外从图 5 可以看出,在  $z/z_0 < 0.4$  时,轴上光强近似为 0,比较图 3 中  $a/w_0=4$  曲线,说明透镜的存在只改变了空心高斯光束的场分布,不会破坏光束的空心性。图 5 中圈线表示  $f=2z_0$ ,光阑半径  $a/w_0=2$  时的 4 阶空心高斯光束轴上光场强度的变化情况,可以看出,此时光阑透镜系统使光场更进一步前移,光束的空心性被破坏。

### 3 结论

利用 Collins 衍射积分公式,推导出了空心高斯光束通过受圆孔硬边光阑限制的傍轴 ABCD 光学系统后的传输公式,所得公式可用来描述空心高斯光束通过任意傍轴 ABCD 光学系统的传输。研究表明,光阑和透镜系统均会使光束的光场分布向源平面前移,光阑或光阑透镜系统会破坏空心高斯光束的空心性,而单纯的透镜系统只改变光场分布,不会破坏光束的空心性。光阑效用的存在取决于光阑的相对半径和光束的阶数。作者的研究对于指导空心光束的产生和应用有理论指导意义。

### 参考文献

[1] ZHANG L, CAI Y J, LÜ X H. Theoretical and experimental study of new dark hollow beams [J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53 (6): 1777 ~ 1781 (in Chinese).

凸透镜(平面在后)时,  $\frac{1}{R_2} = 0$ , 所以,  $R_1 = 60.787$ ; 将  $f_2$  代入(3)式得:  $a_1 = -0.000169$ 。同理, 对后组焦距  $f = f_2' = -48\text{mm}$ , 求得:  $R_3 = -24.315$ ,  $R_4 = +\infty$ ,  $a_{1b} = 0.000422$ , 其中  $a_{1b}$  表示后组衍射面的二次项系数。

至此, 折衍混合长焦物镜前后组的初始结构确定, 下一步便可利用光学设计软件按照前面所说的顺序对系统进行优化设计, 得出设计结果。

## 2 设计结果

折衍混合长焦物镜系统的结构参数见表1, 衍射面系数见表2, 结构简图见图1b, 系统总长165mm, 焦

Table 1 The structure parameters of the system

surface	surface type	radius /mm	thickness /mm	glass	semi-aperture /mm
0	sphere	infinity	infinity	air	
1	asphere	60.787	8.214	FK1_China	25.000
2	diffractive	infinity	89.951		24.722
3	asphere	-24.315	2.500	FK1_China	6.9732
4	diffractive	infinity	50.139		6.8354
5	sphere	infinity	0.000	air	4.4258

Table 2 The coefficient of diffractive face

surface	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$
2	-0.000169	2.9568E-8	-8.7843E-11	5.0111E-14
4	0.000422	1.8142E-6	-4.6575E-8	1.2366E-9

距250mm, 满足设计要求。在实验中, 对其与传统长焦物镜的光学性能进行了比较, 结果发现, 在整个视场垂轴像差、像散与传统设计相当, 垂轴色差提升了大约一个数量级, 畸变变为0, 大大优于传统设计。

## 3 结论

总的说来, 利用折衍混合设计长焦物镜与传统设

计相比, 在重量、材料、结构的复杂程度等方面均具有不少的优势, 唯一的缺点在于衍射面的加工比较难, 作者曾采用灰度掩模法对衍射光学元件的制作进行过初步探讨<sup>[13,14]</sup>, 相信随着精密加工及微细加工技术的发展, 其前途会越来越好。

## 参考文献

- [1] ZHANG Y M. Applied optics [M]. Beijing: China Machine Press, 1982. 58~66 (in Chinese).
- [2] J N G F, YAN Y B, WU M X. Binary optics [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1998. 7~13 (in Chinese).
- [3] MCHUGH T J. An overview of binary optics at Perkin-Elmer corporation [J]. SPIE, 1988, 884: 100.
- [4] COX J A. Overview of diffraction optics at Honeywell [J]. SPIE, 1988, 884: 127~132.
- [5] FOO L D. Design examples of hybrid refractive-diffractive lenses [J]. SPIE, 1989, 1168: 117~125.
- [6] ZHAO L P, WU M X, J N G F. Spherochromatism correction of a hybrid refractive-diffractive singlet [J]. Acta Optica Sinica, 1998, 18(5): 621~626 (in Chinese).
- [7] ZHANG H J, WANG Zh Q, FU R L *et al*. Design of hybrid refractive-diffractive ultra-wide-angle eyepieces [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(1): 85~88 (in Chinese).
- [8] ZHAO Q L, WANG Zh Q, MU G G *et al*. Hybrid refractive/diffractive eyepiece design for head-mounted display [J]. Acta Photonica Sinica, 2003, 32(12): 1495~1498 (in Chinese).
- [9] YUAN X C. Modern optical design method [M]. Beijing: Beijing University of Technology Press, 1995. 129~138 (in Chinese).
- [10] GOODMAN J W. Introduction to Fourier optics [M]. Beijing: Science Press, 1979. 88~94 (in Chinese).
- [11] HERZIG H P. Micro-optics elements, systems and applications [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2002. 299~310 (in Chinese).
- [12] ZHANG Y M. Applied optics [M]. Beijing: China Machine Press, 1982. 253 (in Chinese).
- [13] YANG Zh, DA I Y F, YAN Sh H. Manufacturing system for gray-scale masks' mask patterns' making and technique study [J]. Laser Technology, 2004, 28(4): 406~409 (in Chinese).
- [14] YANG Zh. The study of binary optics elements' design and manufacture technics [D]. Changsha: National University of Defence Technology, 2003. 20~44 (in Chinese).

(上接第205页)

- [2] QIU J P, LIU N Ch, XIA Y *et al*. Generation of hollow laser beams and their applications in modern optics [J]. Progress in Physics, 2004, 24(3): 336~379.
- [3] OVCHINNIKOV Y B, MANEK I, GRIMM R. Surface trap for Cs atoms based on evanescent-wave cooling [J]. Phys Rev Lett, 1997, 79(12): 2225~2228.
- [4] SONG Y, M LAM D, HILL W T. Clarifying the concepts of wave propagation through intermittent media [J]. Opt Lett, 1999, 24(24): 1805~1087.
- [5] SODING J, GRIMM R, OVCHINNIKOV Y B. Gravitational laser trap for atoms with evanescent-wave cooling [J]. Opt Commun, 1995, 119: 652~662.
- [6] YIN J, ZHU Y, JHEW, WANG Y. Atom guiding and cooling in a dark

hollow laser beam [J]. Physics Review, 1998, A58(1): 509~513.

- [7] YIN J, GAO W, WANG H *et al*. Generations of dark hollow beams and their applications in laser cooling of atoms and all optical-type Bose-Einstein condensation [J]. Chinese Physics, 2002, 11(12): 1157~1160.
- [8] BALYKIN V I, LETOKHOV V S. The possibility of deep laser focusing of an atomic beam into the A-region [J]. Opt Commun, 1987, 64: 151~156.
- [9] CAI Y, LÜ X, LIU Q. Hollow Gaussian beams and their propagation properties [J]. Opt Lett, 2003, 28(13): 1084~1086.
- [10] WANG X Q, LÜ B D. Focusing properties of Laguerre-Gaussian beams [J]. Laser Technology, 1996, 20(3): 185~190 (in Chinese).